

LA WEB DEL PROFE DE MATES lawebdelprofedemates.es	PRUEBA SIMULACRO DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD Curso 2025-2026 MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II		
El examen consta de 4 preguntas sin apartados optativos. Todas las respuestas deben ser razonadamente justificadas. CALIFICACIÓN: cada pregunta se valorará sobre 2,5 puntos. DURACIÓN: 90 minutos.			
Nombre y apellidos		Curso:	2º C BACH.
		Fecha:	08/10/2026

1.1. Se considera la matriz A dada por

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 6 \\ 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 \end{pmatrix}$$

- a) (1 punto) Determine A^2 , A^3 y deduzca correctamente la matriz A^{2027} .
- b) (0,75 puntos) Estudie si la matriz A es invertible y, en caso afirmativo, calcule su inversa.
- c) (0,75 puntos) Resuelva la ecuación $I - A^t = AX$.

2.1. Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

2.1.a) (1 punto) Calcule, si existe, la matriz $D = (AB + I)^{-1}$, donde M^{-1} significa la matriz inversa de M e I es la matriz identidad de orden 2.

2.1.b) (1,5 puntos) Obtenga, si existe, el valor de k para que se verifique $AA^t - kB^tB = C$, donde M^t representa la matriz traspuesta de la matriz M .

3.1. Responda correctamente a las siguientes preguntas independientes,

3.1.a) (1,5 puntos) Sabiendo que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix} = -3$, Calcule, utilizando las propiedades de los determinantes y sin desarrollarlos directamente, el valor de

$$\begin{vmatrix} x & 2y & z \\ a + 3x & 2b + 6y & c + 3z \\ 4p & 8q & 4r \end{vmatrix}.$$

3.1.b) (1 punto) Sean A y B dos matrices cuadradas de orden 4 cuyos determinantes son $|A| = -3$ y $|B| = 4$. Calcule, aplicando las propiedades de los determinantes, los valores de:

a) $|2A|$ b) $|A^t \cdot (3B)^{-1}|$

4.1. Responda correctamente a las siguientes preguntas independientes,

4.1.a) Calcule el rango de las siguientes matrices

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 3 & 6 & 3 \end{pmatrix}$ b) $B = \begin{pmatrix} -7 & -6 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ -5 & -4 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

4.2.b) Calcule razonadamente los valores del parámetro $k \in \mathbb{R}$ para los que $Rg \begin{pmatrix} k & -1 & k \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & k-1 & 0 \end{pmatrix} = 2$

 lawebdelprofedemates.es	PRUEBA SIMULACRO DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	Curso:	2º C BACH.
	Curso 2025-2026 MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II	Fecha:	08/10/2026

SOLUCIONES A LOS EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1.1. Se considera la matriz A dada por

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 6 \\ 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 \end{pmatrix}$$

- a) (1 punto) Determine A^2 , A^3 y deduzca correctamente la matriz A^{2027} .
- b) (0,75 puntos) Estudie si la matriz A es invertible y, en caso afirmativo, calcule su inversa.
- c) (0,75 puntos) Resuelva la ecuación

Solución

- a) (1 punto) Determine A^2 , A^3 y deduzca correctamente la matriz A^{2027} .

Calculamos la potencia A^2 :

$$A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 6 \\ 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 6 \\ 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \\ 1/6 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Calculamos la potencia A^3 :

$$A^3 = A^2 \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \\ 1/6 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 6 \\ 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$

Obtenemos que $A^3 = I$ (la matriz identidad). En ese caso, como al dividir el exponente 2026 entre 3 obtenemos un resto 2,

$$\begin{array}{r} 2027 \quad \underline{3} \\ 22 \quad 675 \\ 17 \\ \underline{2} \end{array}$$

Entonces, como $A^3 = I$ tendremos que,

$$A^{2027} = A^{3 \cdot 675 + 2} = (A^3)^{675} \cdot A^2 = I \cdot A^2 = A^2$$

Por lo tanto,

$$A^{2027} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \\ 1/6 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

 lawebdelprofedemates.es	PRUEBA SIMULACRO DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	Curso: 2º C BACH.
	Curso 2025-2026 MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II	Fecha: 08/10/2026

b) (0,75 puntos) Estudie si la matriz A es invertible y, en caso afirmativo, calcule su inversa.

Calculamos el determinante de la matriz para ver si es invertible,

$$|A| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 6 \\ 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 \end{vmatrix} = 0 + 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + 0 - 0 - 0 - 0 = \frac{6}{6} = 1$$

Como $|A| = 1 \neq 0$, la matriz A sí es invertible. En este ejercicio, hay dos modos de calcular A^{-1} .

1) Mediante la fórmula, $A^{-1} = \frac{Adj(A^t)}{|A|}$

Determinamos la matriz traspuesta A^t ,

$$A^t = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \\ 6 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Calculamos ahora la matriz adjunta de la matriz A^t ,

$$Adj(A^t) = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 0 & 1/3 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 0 & 1/3 \\ 6 & 0 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 6 & 0 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 6 & 0 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 0 & 1/2 \\ 6 & 0 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/3 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1/3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 0 & 1/2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \\ 1/6 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Como $|A| = 1 \neq 0$, la matriz A^{-1} es,

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \\ 1/6 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2) Mediante el apartado primero. Otro modo de hacerlo es a partir de lo que conocemos del apartado primero. De la relación

$$A^3 = I$$

tendremos que,

$$A \cdot A^2 = I \quad \text{y} \quad A^2 \cdot A = I$$

Por lo tanto, como la matriz inversa es aquella que multiplicada por nuestra matriz da como resultado la matriz identidad entonces,

$$A^{-1} = A^2$$

Aprovechando el resultado obtenido previamente para A^2 :

$$A^{-1} = A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \\ 1/6 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

 lawebdelprofedemates.es	PRUEBA SIMULACRO DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD Curso 2025-2026 MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II	Curso:	2º C BACH.
		Fecha:	08/10/2026

c) (0,75 puntos) Resuelva la ecuación $I - A^t = AX$.

Como la matriz A es invertible, multiplicamos por la izquierda por A^{-1} en ambos miembros de la igualdad:

$$A^{-1} \cdot (I - A^t) = A^{-1} \cdot (AX) \Leftrightarrow A^{-1} \cdot (I - A^t) = (A^{-1} \cdot A) \cdot X \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow A^{-1} \cdot (I - A^t) = I \cdot X \Leftrightarrow A^{-1} \cdot (I - A^t) = X$$

Calculamos la matriz traspuesta A^t ,

$$A^t = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \\ 6 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Restamos $I - A^t$ según,

$$I - A^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \\ 6 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1/2 & 0 \\ 0 & 1 & -1/3 \\ -6 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Multiplicamos $A^{-1} \cdot (I - A^t)$ obteniendo X ,

$$X = A^{-1} \cdot (I - A^t) = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \\ 1/6 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1/2 & 0 \\ 0 & 1 & -1/3 \\ -6 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \\ = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -2/3 \\ -18 & 0 & 3 \\ 1/6 & -1/12 & 0 \end{pmatrix}$$

2.1. Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

2.1.a) (1 punto) Calcule, si existe, la matriz $D = (AB + I)^{-1}$, donde M^{-1} significa la matriz inversa de M e I es la matriz identidad de orden 2.

2.1.b) (1,5 puntos) Obtenga, si existe, el valor de k para que se verifique $AA^t - kB^tB = C$, donde M^t representa la matriz traspuesta de la matriz M .

Solución

2.1.a) (1 punto) Calcule, si existe, la matriz $D = (AB + I)^{-1}$, donde M^{-1} significa la matriz inversa de M e I es la matriz identidad de orden 2.

Calculamos el producto AB , multiplicando cada fila de la matriz A por cada columna de la matriz B .

 lawebdelprofedemates.es	PRUEBA SIMULACRO DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD Curso 2025-2026 MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II	Curso:	2º C BACH.
		Fecha:	08/10/2026

Como la matriz A es de orden 2×3 y B es de orden 3×2 , por lo que AB será de orden 2×2 :

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 1 \cdot 0 & 1 \cdot 0 + 3 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \\ 2 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 & 2 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Sumamos la matriz identidad I (2×2):

$$AB + I = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = D$$

Calculamos, si existe, la inversa de la matriz $D = (AB + I)^{-1}$ mediante

$$D^{-1} = \frac{Adj(D^t)}{|D|}$$

Para ello, calculamos el determinante de $(AB + I)$:

$$|AB + I| = \begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = (5 \cdot 2) - (4 \cdot 2) = 10 - 8 = 2$$

Como $|AB + I| = 2 \neq 0$, la matriz inversa **sí existe**.

Calculamos la traspuesta del matriz D ,

$$D^t = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Calculamos ahora la matriz adjunta de la matriz traspuesta D^t ,

$$Adj(D^t) = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$$

Como $|D| = |AB + I| = 2$, la matriz inversa $D^{-1} = (AB + I)^{-1}$ es,

$$D^{-1} = \frac{Adj(D^t)}{|D|} = \frac{Adj(D^t)}{2} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 5/2 \end{pmatrix}$$

2.1.b) (1,5 puntos) Obtenga, si existe, el valor de k para que se verifique $AA^t - kB^tB = C$, donde M^t representa la matriz traspuesta de la matriz M .

Como las matrices traspuestas de la matriz A y de la matriz B respectivamente son,

$$A^t = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B^t = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Entonces el producto AA^t es,

$$AA^t = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1^2 + 3^2 + 1^2 & 1 \cdot 2 + 3 \cdot 0 + 1 \cdot 1 \\ 2 \cdot 1 + 0 \cdot 3 + 1 \cdot 1 & 2^2 + 0^2 + 1^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

 lawebdelprofedemates.es	PRUEBA SIMULACRO DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD Curso 2025-2026 MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II	Curso: 2º C BACH.
		Fecha: 08/10/2026

Y el producto $B^t B$ es,

$$B^t B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1^2 + 1^2 + 0^2 & 1 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 \\ 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 0 & 0^2 + 1^2 + 1^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Planteamos la igualdad $AA^t - kB^t B = C$ con las matrices correspondientes y operamos,

$$\begin{pmatrix} 11 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} - k \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 11 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2k & k \\ k & 2k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 11 - 2k & 3 - k \\ 3 - k & 5 - 2k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Igualamos término a término para despejar k :

$$\left. \begin{matrix} 11 - 2k = 5 \\ 3 - k = 0 \\ 3 - k = 0 \\ 5 - 2k = -1 \end{matrix} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{matrix} 11 - 5 = 2k \\ 3 = k \\ 5 + 1 = 2k \end{matrix} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{matrix} 6 = 2k \\ 3 = k \\ 6 = 2k \end{matrix} \right\} \Leftrightarrow k = 3$$

Por lo tanto, existe un único valor constante y es $k = 3$.

3.1. Responda correctamente a las siguientes preguntas independientes,

3.1.a) (1,5 puntos) Sabiendo que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix} = -3$, Calcula, utilizando las propiedades de los determinantes y sin desarrollarlos directamente, el valor de $\begin{vmatrix} x & 2y & z \\ a + 3x & 2b + 6y & c + 3z \\ 4p & 8q & 4r \end{vmatrix}$.

3.1.b) (1 punto) Sean A y B dos matrices cuadradas de orden 4 cuyos determinantes son $|A| = -3$ y $|B| = 4$. Calcule, aplicando las propiedades de los determinantes, los valores de:

a) $|2A|$

b) $|A^t \cdot (3B)^{-1}|$

Solución

3.1.a) (1,5 puntos) Sabiendo que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix} = -3$, Calcula, utilizando las propiedades de los determinantes y sin desarrollarlos directamente, el valor de $\begin{vmatrix} x & 2y & z \\ a + 3x & 2b + 6y & c + 3z \\ 4p & 8q & 4r \end{vmatrix}$

- De la **segunda columna** podemos extraer el factor 2 hacia fuera del determinante:

$$\begin{vmatrix} x & 2y & z \\ a + 3x & 2b + 6y & c + 3z \\ 4p & 8q & 4r \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} x & y & z \\ a + 3x & b + 3y & c + 3z \\ 4p & 4q & 4r \end{vmatrix} =$$

 lawebdelprofedemates.es	PRUEBA SIMULACRO DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD Curso 2025-2026 MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II	Curso:	2º C BACH.
		Fecha:	08/10/2026

- De la **tercera fila** podemos extraer el factor 4 hacia fuera del determinante:

$$= 2 \cdot 4 \cdot \begin{vmatrix} x & y & z \\ a+3x & b+3y & c+3z \\ p & q & r \end{vmatrix} = 8 \cdot \begin{vmatrix} x & y & z \\ a+3x & b+3y & c+3z \\ p & q & r \end{vmatrix} =$$

- Por la segunda fila podemos separar el determinante en la suma de dos determinantes,

$$= 8 \cdot \left(\begin{vmatrix} x & y & z \\ a & b & c \\ p & q & r \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x & y & z \\ 3x & 3y & 3z \\ p & q & r \end{vmatrix} \right) =$$

- El segundo determinante es nulo ya que es la segunda fila es proporcional a la primera fila según la condición $F_2 = 3 \cdot F_1$.

$$= 8 \cdot \left(\begin{vmatrix} x & y & z \\ a & b & c \\ p & q & r \end{vmatrix} + 0 \right) = 8 \cdot \begin{vmatrix} x & y & z \\ a & b & c \\ p & q & r \end{vmatrix}$$

- Intercambiamos la **fila 1** y la **fila 2** ($F_1 \leftrightarrow F_2$). Al intercambiar dos filas de un determinante, este cambia de signo:

$$\Delta = -8 \cdot \begin{vmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ p & q & r \end{vmatrix}$$

- Ahora intercambiamos la **fila 2** y la **fila 3** ($F_2 \leftrightarrow F_3$). El determinante vuelve a cambiar de signo (se vuelve positivo):

$$= 8 \cdot \begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix} =$$

Sustituimos el valor del determinante original, que es -2 :

$$= 8 \cdot (-3) = -24$$

3.1.b) (1 puntos) Sean A y B dos matrices cuadradas de orden 4 cuyos determinantes son $|A| = -3$ y $|B| = 4$. Calcule, aplicando las propiedades de los determinantes, los valores de:

a) $|2A|$

Aplicamos la propiedad por la que si M es una matriz de orden n y $k \in \mathbb{R}$, entonces

$$|k \cdot M| = k^n \cdot |M|.$$

En este caso, $n = 4$ y $k = 2$ por lo que,

$$|2A| = 2^4 \cdot |A| = 16 \cdot (-3) = -48$$

 lawebdelprofedemates.es	PRUEBA SIMULACRO DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD Curso 2025-2026 MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II	Curso:	2º C BACH.
		Fecha:	08/10/2026

b) $|A^t \cdot (3B)^{-1}|$

Vamos a aplicar la propiedad que determina que el determinante del producto de dos matrices cuadradas es el producto de sus determinantes:

$$\det(M \cdot N) = \det(M) \cdot \det(N)$$

En nuestro caso,

$$|A^t \cdot (3B)^{-1}| = |A^t| \cdot |(3B)^{-1}| =$$

Como $|A^t| = |A|$ entonces,

$$= |A| \cdot |(3B)^{-1}| =$$

Por las propiedades de la inversa y la constante, tendremos que,

$$= |A| \cdot \frac{1}{|3B|} = |A| \cdot \frac{1}{3^4 \cdot |B|} = \frac{1}{3^4} \cdot \frac{|A|}{|B|} = \frac{1}{81} \cdot \frac{|A|}{|B|}$$

Como $|A| = -3$ y $|B| = 4$ entonces,

$$|A^t \cdot (3B)^{-1}| = \frac{1}{81} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{3}{81 \cdot 4} = -\frac{1}{108}$$

4.1. Responda correctamente a las siguientes preguntas independientes,

4.1.a) (1 punto) Calcule el rango de las siguientes matrices

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 3 & 6 & 3 \end{pmatrix}$

b) $B = \begin{pmatrix} -7 & -6 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ -5 & -4 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

4.2.b) (1,5 puntos) Calcule razonadamente los valores del parámetro $k \in \mathbb{R}$ para los que

$$\text{Rg} \begin{pmatrix} k & -1 & k \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & k-1 & 0 \end{pmatrix} = 2$$

Solución

4.1. a) (1 punto) Calcule el rango de las siguientes matrices

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 3 & 6 & 3 \end{pmatrix}$

b) $B = \begin{pmatrix} -7 & -6 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ -5 & -4 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

- En el caso de la matriz A , observamos que,
 - La segunda fila es el doble de la primera: $F_2 = 2 \cdot F_1$.
 - La tercera fila es el triple de la primera: $F_3 = 3 \cdot F_1$.

Por lo tanto, solo hay 1 fila no nula linealmente independiente y concluimos que $\text{Rg}(A) = 1$.

 lawebdelprofedemates.es	PRUEBA SIMULACRO DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD Curso 2025-2026 MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II	Curso:	2º C BACH.
		Fecha:	08/10/2026

También lo podemos razonar del siguiente modo, mediante determinantes,

Como el determinante de A es nulo,

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 3 & 6 & 3 \end{vmatrix} = 12 + 12 + 12 - 12 - 12 - 12 = 0$$

Entonces $\text{Rg}(A) < 3$.

Como los determinantes de todos los menores de orden 2 que podemos formar en A , son nulos, porque siempre tienen dos filas proporcionales, entonces $\text{Rg}(A) = 1$.

- En el caso de la matriz B , observamos que,
 - La segunda columna es el doble de la cuarta: $C_2 = 2 \cdot C_4$.
 - La primera columna es la suma de la segunda y la tercera columna: $C_1 = C_2 + C_3$

Como la tercera y cuatro columnas no son proporcionales, hay 2 columnas linealmente independientes y concluimos que $\text{Rg}(B) = 2$

También se puede razonar del siguiente modo mediante determinantes.

Los cuatro determinantes a que dan lugar los cuatro menores de orden 3 de la matriz son nulos,

$$\begin{vmatrix} -7 & -6 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ -5 & -4 & -1 \end{vmatrix} = 14 + 12 + 30 - 10 - 28 - 18 = 0$$

$$\begin{vmatrix} -7 & -6 & 3 \\ 3 & 2 & -1 \\ -5 & -4 & 2 \end{vmatrix} = -28 - 36 - 30 + 30 + 28 + 36 = 0$$

$$\begin{vmatrix} -7 & -1 & 3 \\ 3 & 1 & -1 \\ -5 & -1 & 2 \end{vmatrix} = -14 - 9 - 5 + 15 + 7 + 6 = 0$$

$$\begin{vmatrix} -6 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \\ -4 & -1 & 2 \end{vmatrix} = -12 - 6 - 4 + 12 + 6 + 4 = 0$$

Por tanto, $\text{Rg}(A) < 3$.

Como la matriz

$$B = \begin{pmatrix} -7 & -6 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ -5 & -4 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

tiene al menos un menor de orden 2 con determinante no nulo $\text{Rg}(B) = 2$.

$$\begin{vmatrix} -7 & -6 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = -14 + 18 = 4 \neq 0$$

 lawebdelprofedemates.es	PRUEBA SIMULACRO DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD Curso 2025-2026 MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II	Curso:	2º C BACH.
		Fecha:	08/10/2026

4.2.b) Calcule razonadamente los valores del parámetro $k \in \mathbb{R}$ para los que

$$Rg \begin{pmatrix} k & -1 & k \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & k-1 & 0 \end{pmatrix} = 2$$

Sea la matriz

$$M = \begin{pmatrix} k & -1 & k \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & k-1 & 0 \end{pmatrix}$$

Para que una matriz de orden 3×3 tenga rango 2, su determinante debe ser igual a cero $|M| = 0$, y al mismo tiempo debe contener al menos un menor de orden 2 distinto de cero.

Calculamos el determinante de M en función de k :

$$\begin{aligned} |M| &= \begin{vmatrix} k & -1 & k \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & k-1 & 0 \end{vmatrix} = 0 + 0 - 1 + k - k \cdot (k-1) - 0 = -1 + k - k^2 + k = \\ &= -k^2 + 2k - 1 \end{aligned}$$

Igualamos el determinante a cero para determinar los valores para los que el rango no es 3,

$$\begin{aligned} -k^2 + 2k - 1 = 0 &\Leftrightarrow k = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-1)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4}}{-2} = \\ &= \frac{-2 \pm \sqrt{0}}{-2} = \frac{-2 \pm 0}{-2} = 1 \end{aligned}$$

Por lo tanto, para $k \neq 1$, $Rg(M) = 3$.

Si $k = 1$ entonces $Rg(M) < 3$. Además, tendremos que la matriz M es,

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1-1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{-1} & 1 \\ \mathbf{0} & \mathbf{-1} & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Como podemos encontrar al menos un menor de orden 2 con determinante distinto de cero,

$$\begin{vmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-1} \end{vmatrix} = -1 + 0 = -1 \neq 0$$

El rango de la matriz M es 2.

$$Rg(M) = 2$$