Nombre y apellidos:_____ Curso: 2º BDE BACH

Micro examen matemáticas nº 2 Matemáticas II Fecha: X21/10/26

lawebdelprofedemates.es

OPCIÓN A

1) Dada la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, calcula los valores de a, b y c sabiendo que pasa por el punto $P(0, 4)$ y que tiene un extremo relativo en el punto $Q(2, 0)$

LA WEB DEL PROFE DE MATES

Nombre y apellidos:_____ Curso: 2º BDE BACH

Micro examen matemáticas nº 2 Matemáticas II Fecha: X21/10/26

lawebdelprofedemates.es

OPCIÓN A

2) Calcula a y b para que la gráfica de la función $f(x) = ax^2 + bx + 3$ tenga una recta tangente de ecuación $y = 5x - 1$ en el punto de abscisa $x = 1$.

LA WEB DEL PROFE DE MATES

Nombre y apellidos:_____ Curso: 2º BDE BACH

Micro examen matemáticas nº 2 Matemáticas II Fecha: X21/10/26

lawebdelprofedemates.es

OPCIÓN B

1) Halla los valores de los parámetros a y b para que la función $g(x) = ax^3 + bx^2 - 9x + 1$ tenga un punto de inflexión en el punto $(1, 2)$.

LA WEB DEL PROFE DE MATES

Nombre y apellidos:_____ Curso: 2º BDE BACH

Micro examen matemáticas nº 2 Matemáticas II Fecha: X21/10/26

lawebdelprofedemates.es

OPCIÓN B

2) Determina los coeficientes a, b, c y d de la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ para que cumpla que su gráfica pasa por el origen de coordenadas; tiene un máximo relativo en el punto $(1, 2)$ y la pendiente de la recta tangente en $x = 0$ es igual a 3.

LA WEB DEL PROFE DE MATES

Nombre y apellidos:_____ Curso: 2º BDE BACH

Micro examen matemáticas nº 2 Matemáticas II Fecha: X21/10/26

LA WEB DEL PROFE DE MATES
lawebdelprofedemates.es

SOLUCIIONES A LOS EJERCICIOS PLANTEADOS

OPCIÓN A

1) Dada la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, calcula los valores de a, b y c sabiendo que pasa por el punto $P(0,4)$ y que tiene un extremo relativo en el punto $Q(2,0)$

Solución. Si la gráfica pasa por $P(0,4)$, significa que al evaluar la función en $x = 0$, el resultado es $y = 4$ ($f(0) = 4$):

$$f(0) = 0^3 + a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 4 \quad \Leftrightarrow \quad 0 + 0 + 0 + c = 4 \quad \Leftrightarrow \quad \mathrm{c} = 4$$

Como el extremo relativo está en el punto $Q(2,0)$, la función también pasa por este punto, es decir, $f(2) = 0$:

$$f(2) = 2^3 + a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 0$$

Sustituyendo $c = 4$:

$$8 + 4a + 2b + 4 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 4a + 2b + 12 = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad 4a + 2b = -12 \quad \Leftrightarrow \quad 2\mathrm{a} + \mathrm{b} = -6$$

Un extremo relativo (máximo o mínimo) en $x = 2$ implica que la primera derivada en ese punto es cero,

$$f'(2) = 0$$

Calculamos la derivada de la función:

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

Igualamos la derivada a 0 en $x = 2$ y resolvemos,

$$f'(2) = 3 \cdot 3^2 + 2a \cdot 2 + b = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 3 \cdot 4 + 4a + b = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 12 + 4a + b = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad 4\mathrm{a} + \mathrm{b} = -12$$

Resolvemos ahora el siguiente sistema con dos incógnitas (a y b) que se ha formado,

$$\begin{cases} 2a + b = -6 \\ 4a + b = -12 \end{cases}$$

Ahora, restamos la primera ecuación a la segunda para eliminar b:

$$(4a + b) - (2a + b) = -12 - (-6) \quad \Leftrightarrow \quad 2a = -6 \quad \Leftrightarrow \quad \mathrm{a} = -3$$

Sustituimos $a = -3$ en la Ecuación 1 ($2a + b = -6$) para calcular el parámetro b según,

$$2(-3) + b = -6 \quad \Leftrightarrow \quad -6 + b = -6 \quad \Leftrightarrow \quad \mathrm{b} = 0$$

Por tanto, $\mathrm{a} = -3$, $\mathrm{b} = 0$ y $c = 4$.

Nombre y apellidos:_____ Curso: 2º BDE BACH

Micro examen matemáticas nº 2 Matemáticas II Fecha: X21/10/26

LA WEB DEL PROFE DE MATES
lawebdelprofedemates.es

OPCIÓN A

2) Calcula a y b para que la gráfica de la función $f(x) = ax^2 + bx + 3$ tenga una recta tangente de ecuación $y = 5x - 1$ en el punto de abscisa $x = 1$.

Solución. La recta tangente $y = 5x - 1$ toca a la gráfica de la función en la abscisa $x = 1$.

Para conocer la ordenada y del punto de tangencia, sustituimos $x = 1$ en la ecuación de la recta tangente:

$$y = 5 \cdot (1) - 1 \quad \Leftrightarrow \quad y = 5 - 1 = 4$$

Por lo tanto, el punto de tangencia es $(1,4)$.

Como el punto $(1,4)$ pertenece a la gráfica de $f(x) = ax^2 + bx + 3$, debe cumplirse que

$$f(1) = 4$$

En ese caso,

$$f(1) = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + 3 = 4 \quad \Leftrightarrow \quad a + b + 3 = 4 \quad \Leftrightarrow \quad a + b = 1$$

Como la pendiente de la recta tangente en $x = 1$ coincide con el valor de la derivada de la función en ese punto entonces,

$$f'(1) = 5$$

Calculamos la derivada de $f(x)$:

$$f'(x) = 2ax + b$$

Ahora igualamos la derivada en $x = 1$ a la pendiente $m = 5$,

$$f'(1) = 5 \quad \Leftrightarrow \quad 2a \cdot 1 + b = 5 \quad \Leftrightarrow \quad 2\text{a} + \text{b} = 5$$

Resolvemos ahora el sistema formado por las dos ecuaciones que hemos encontrado,

$$\begin{cases} a + b = 1 \\ 2a + b = 5 \end{cases}$$

Restamos la primera ecuación a la segunda para eliminar b:

$$(2a + b) - (a + b) = 5 - 1 \quad \Leftrightarrow \quad \text{a} = 4$$

Sustituimos $a = 4$ en la primera ecuación para resolver el valor del parámetro b:

$$4 + b = 1 \quad \Leftrightarrow \quad \text{b} = -3$$

En conclusión, los valores de los parámetros son $a = 4$ y $b = -3$.

Nombre y apellidos:_____ Curso: 2º BDE BACH

Micro examen matemáticas nº 2 Matemáticas II Fecha: X21/10/26

LA WEB DEL PROFE DE MATES
lawebdelprofedemates.es

OPCIÓN B

1) Halla los valores de los parámetros a y b para que la función $g(x) = ax^3 + bx^2 - 9x + 1$ tenga un punto de inflexión en el punto $(1, 2)$.

Solución

Si el punto de inflexión está en $(1,2)$, la gráfica de la función pasa por ese punto. Es decir, cuando $x = 1$, la función vale $y = 2$

$$g(1) = 2$$

En ese caso, sustituyendo $x = 1$ en la función, tendremos que su resultado debe ser $y = 2$,

$$g(1) = a \cdot (1)^3 + b \cdot (1)^2 - 9 \cdot (1) + 1 = 2 \quad \Leftrightarrow \quad a + b - 9 + 1 = 2 \quad \Leftrightarrow \quad a + n = 10$$

Para que exista un punto de inflexión en $x = 1$, la segunda derivada de la función en ese punto debe ser igual a cero

$$g''(1) = 0$$

Calculamos la primera y la segunda derivada de $g(x)$:

$$g'^{(x)} = 3ax^2 + 2bx - 9 \Rightarrow g''(x) = 6ax + 2b$$

Ahora igualamos la segunda derivada a 0 en $x = 1$:

$$g''(1) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad g''(1) = 6a \cdot (1) + 2b = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 6a + 2b = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 3a + b = 0$$

Resolvemos el sistema formado por las dos ecuaciones:

$$\begin{cases} a + b = 10 \\ 3a + b = 0 \end{cases}$$

Restamos la primera ecuación a la segunda para eliminar b:

$$(3a + b) - (a + b) = 0 - 10 \quad \Leftrightarrow \quad 2a = -10 \quad \Leftrightarrow \quad \text{a} = -5$$

Sustituimos $a = -5$ en la primera ecuación para resolver el valor del parámetro b según,

$$-5 + b = 10 \quad \Leftrightarrow \quad b = 10 + 5 \quad \Leftrightarrow \quad \text{b} = 15$$

En conclusión, los valores de los parámetros son $a = -5$ y $b = 15$

Nombre y apellidos:_____ Curso: 2º BDE BACH

Micro examen matemáticas nº 2 Matemáticas II Fecha: X21/10/26

LA WEB DEL PROFE DE MATES
lawebdelprofedemates.es

OPCIÓN B

2) Determina los coeficientes a, b, c y d de la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ para que cumpla que su gráfica pasa por el origen de coordenadas; tiene un máximo relativo en el punto $(1, 2)$ y la pendiente de la recta tangente en $x = 0$ es igual a 3.

Solución. El origen de coordenadas es el punto $(0,0)$. Esto significa que al evaluar la función en $x = 0$, el resultado es $y = 0$ ($f(0) = 0$):

$$f(0) = a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \mathrm{d} = 0$$

La pendiente de la recta tangente en un valor de x es igual al valor de la primera derivada en ese punto. Por tanto, $f'(0) = 3$. Calculamos primeramente la primera derivada de $f(x)$:

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

Sustituimos $x = 0$ e igualamos a la pendiente $m = 3$:

$$f'(0) = 3 \quad \Leftrightarrow \quad 3a \cdot 0^2 + 2b \cdot 0 + c = 3 \quad \Leftrightarrow \quad \mathrm{c} = 3$$

Como el máximo relativo se encuentra en el punto $(1,2)$, la gráfica de la función debe pasar por él, por lo que $f(1) = 2$. En ese caso,

$$f(1) = 2 \quad \Leftrightarrow \quad a \cdot 1^3 + b \cdot 1^2 + c \cdot 1 + d = 2 \quad \Leftrightarrow \quad a + b + c + d = 2$$

Como $c = 3$ y $d = 0$ entonces,

$$a + b + 3 + 0 = 2 \quad \Leftrightarrow \quad a + b = 2 - 3 \quad \Leftrightarrow \quad \mathrm{a} + \mathrm{b} = -1$$

Un extremo relativo (máximo o mínimo) en $x = 1$ implica que la primera derivada en ese punto es igual a cero, es decir, $f'(1) = 0$. En ese caso,

$$f'(1) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 3a \cdot (1)^2 + 2b \cdot (1) + c = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 3a + 2b + c = 0$$

Como $c = 3$:

$$3a + 2b + 3 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 3\mathrm{a} + 2\mathrm{b} = -3$$

Planteamos el sistema con las dos ecuaciones e incógnitas (a y b):

$$\begin{cases} a + b = -1 \\ 3a + 2b = -3 \end{cases}$$

De la primera ecuación despejamos b:

$$b = -1 - a$$

Sustituimos b en la segunda ecuación:

$$3a + 2 \cdot (-1 - a) = -3 \quad \Leftrightarrow \quad 3a - 2 - 2a = -3 \quad \Leftrightarrow \quad a - 2 = -3 \quad \Leftrightarrow \quad \mathrm{a} = -1$$

$$\Leftrightarrow \quad b = -1 - (-1) = -1 + 1 = 0$$

En conclusión, los coeficientes de la función son $a = -1$, $b = d = 0$ y $c = 3$.