

Nombre y apellidos: _____ Curso: 2º BDE BACH

Micro examen matemáticas nº 1 Matemáticas II

Fecha: J24/09/26

OPCIÓN A

Resuelve los siguientes dos ejercicios de modo correcto:

1) Calcula el siguiente límite,

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$$

LA WEB DEL
PROFE DE MATES

Nombre y apellidos: _____ Curso: 2º BDE BACH

Micro examen matemáticas nº 1 Matemáticas II

Fecha: J24/09/26

OPCIÓN A

2) Calcula el siguiente límite,

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 e^{-x}$$

LA WEB DEL
PROFE DE MATES

Nombre y apellidos: _____ Curso: 2º BDE BACH

Micro examen matemáticas nº 1 Matemáticas II

Fecha: J24/09/26

OPCIÓN B

Resuelve los siguientes dos ejercicios de modo correcto:

1) Calcula el siguiente límite lateral:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (e^x - 1)^x$$

LA WEB DEL
PROFE DE MATES

Nombre y apellidos: _____ Curso: 2º BDE BACH

Micro examen matemáticas nº 1 Matemáticas II

Fecha: J24/09/26

OPCIÓN B

2) Calcula el siguiente límite lateral:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \ln x$$

LA WEB DEL
PROFE DE MATES

Nombre y apellidos: _____ Curso: 2º BDE BACH

Micro examen matemáticas nº 1 Matemáticas II

Fecha: J24/09/26

OPCIÓN C

Resuelve los siguientes dos ejercicios de modo correcto:

1) Calcula el siguiente límite lateral:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\tan x)^x$$

LA WEB DEL
PROFE DE MATES

Nombre y apellidos: _____ Curso: 2º BDE BACH

Micro examen matemáticas nº 1 Matemáticas II

Fecha: J24/09/26

OPCIÓN C

2) Calcula el siguiente límite lateral:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} e^{1/x} \cdot x$$

LA WEB DEL
PROFE DE MATES

Nombre y apellidos: _____ Curso: 2º BDE BACH

Micro examen matemáticas nº 1 Matemáticas II

Fecha: J24/09/26

OPCIÓN D

Resuelve los siguientes dos ejercicios de modo correcto:

1) Calcula el siguiente límite lateral:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{-\frac{1}{\ln x}}$$

LA WEB DEL
PROFE DE MATES

Nombre y apellidos: _____ Curso: 2º BDE BACH

Micro examen matemáticas nº 1 Matemáticas II

Fecha: J24/09/26

OPCIÓN D

2) Calcula el siguiente límite lateral:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x \cdot \operatorname{sen} x$$

LA WEB DEL
PROFE DE MATES

SOLUCIONES A LOS LÍMITES DEL MICRO EXAMEN 1

OPCIÓN A

Resuelve los siguientes dos ejercicios de modo correcto:

1) Calcula el siguiente límite,

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$$

La indeterminación que presenta el límite es,

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}} = 1^\infty$$

Llamamos L al resultado del límite,

$$L = \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$$

y tomamos logaritmos neperianos en ambos lados de la igualdad,

$$\ln(L) = \ln\left(\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}\right)$$

Como la función logaritmo neperiano es continua en el dominio de la función entonces podemos intercambiar el logaritmo con el límite,

$$\ln(L) = \ln\left(\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}\right) = \lim_{x \rightarrow 0} \ln((\cos x)^{1/x^2})$$

Aplicamos una propiedad de los logaritmos,

$$\ln(L) = \ln\left(\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}\right) = \lim_{x \rightarrow 0} \ln((\cos x)^{1/x^2}) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \cdot \ln(\cos x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x)}{x^2}$$

Aplicamos ahora el teorema de $L'Hôpital$ al estar en las condiciones del dicho teorema con $\frac{0}{0}$,

$$\ln(L) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x)}{x^2} \stackrel{0/0}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{-\sin x}{\cos x}}{2x} \stackrel{L'Hôpital}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\sin x}{2x \cdot \cos x}$$

Volvemos a aplicar el teorema de $L'Hôpital$ al estar en las condiciones del dicho teorema con $\frac{0}{0}$,

$$\ln(L) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\sin x}{2x \cdot \cos x} \stackrel{0/0}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\cos x}{2 \cdot \cos x - 2x \cdot \sin x} = -\frac{1}{2-0} = -\frac{1}{2}$$

Concluimos que,

$$\ln(L) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow L = e^{-1/2} \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}} = e^{-1/2}$$

OPCIÓN A

2) Calcula el siguiente límite,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 e^{-x}$$

La indeterminación que presenta el límite es,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 e^{-x} = \infty \cdot 0$$

Colocamos las dos funciones para forzar a una indeterminación que cumpla con las condiciones del teorema de *L'Hôpital*,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \cdot e^{-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{e^x}$$

Aplicamos ahora el teorema de *L'Hôpital* al estar en las condiciones del dicho teorema con $\frac{\infty}{\infty}$,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{e^x} \stackrel{\infty/\infty}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{e^x} \quad \text{L'Hôpital}$$

Volvemos a aplicar el teorema de *L'Hôpital* al estar en las condiciones del dicho teorema con $\frac{\infty}{\infty}$,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{e^x} \stackrel{\infty/\infty}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{e^x} = 0 \quad \text{L'Hôpital}$$

En conclusión,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 e^{-x} = 0$$

OPCIÓN B

Resuelve los siguientes dos ejercicios de modo correcto:

1) Calcula el siguiente límite lateral:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (e^x - 1)^x$$

La indeterminación que presenta el límite es,

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (e^x - 1)^x = 0^0$$

Llamamos L al resultado del límite,

$$L = \lim_{x \rightarrow 0^+} (e^x - 1)^x$$

y tomamos logaritmos neperianos en ambos lados de la igualdad,

$$\ln(L) = \ln\left(\lim_{x \rightarrow 0^+} (e^x - 1)^x\right)$$

Como la función logaritmo neperiano es continua en el dominio de la función entonces podemos intercambiar el logaritmo con el límite,

$$\ln(L) = \ln\left(\lim_{x \rightarrow 0^+} (e^x - 1)^x\right) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln((e^x - 1)^x)$$

Aplicamos una propiedad de los logaritmos,

$$\ln(L) = \ln\left(\lim_{x \rightarrow 0^+} (e^x - 1)^x\right) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln((e^x - 1)^x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x \cdot \ln(e^x - 1) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(e^x - 1)}{1/x}$$

Aplicamos ahora el teorema de *L'Hôpital* al estar en las condiciones del dicho teorema con $\frac{\infty}{\infty}$,

$$\ln(L) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(e^x - 1)}{1/x} \stackrel{\infty/\infty}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{e^x}{e^x - 1}}{-1/x^2} \stackrel{L'Hôpital}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-x^2 \cdot e^x}{e^x - 1}$$

Volvemos a aplicar el teorema de *L'Hôpital* al estar en las condiciones del dicho teorema con $\frac{0}{0}$,

$$\ln(L) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-x^2 \cdot e^x}{e^x - 1} \stackrel{0/0}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-2x \cdot e^x - x^2 \cdot e^x}{e^x} = -\frac{0}{1} = 0$$

Concluimos que,

$$\ln(L) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad L = e^0 \quad \Leftrightarrow \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} (e^x - 1)^x = 1$$

OPCIÓN B

2) Calcula el siguiente límite lateral:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \cdot \ln x$$

La indeterminación que presenta el límite es,

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \cdot \ln x = 0 \cdot \infty$$

Colocamos las dos funciones para forzar a una indeterminación que cumpla con las condiciones del teorema de *L'Hôpital*,

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \cdot \ln x = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{1/\sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x^{-1/2}}$$

Aplicamos ahora el teorema de *L'Hôpital* al estar en las condiciones del dicho teorema con $\frac{\infty}{\infty}$,

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x^{-1/2}} \stackrel{\infty/\infty}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{-1}{2} \cdot x^{-3/2}} \stackrel{L'Hôpital}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{-1}{2x^{3/2}}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-2x^{3/2}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} -2x^{1/2} = 0$$

En conclusión,

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \cdot \ln x = 0$$

OPCIÓN C

Resuelve los siguientes dos ejercicios de modo correcto:

1) Calcula el siguiente límite lateral:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\tan x)^x$$

La indeterminación que presenta el límite es,

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\tan x)^x = 0^0$$

Llamamos L al resultado del límite,

$$L = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\tan x)^x$$

y tomamos logaritmos neperianos en ambos lados de la igualdad,

$$\ln(L) = \ln\left(\lim_{x \rightarrow 0^+} (\tan x)^x\right)$$

Como la función logaritmo neperiano es continua en el dominio de la función entonces podemos intercambiar el logaritmo con el límite,

$$\ln(L) = \ln\left(\lim_{x \rightarrow 0^+} (\tan x)^x\right) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln((\tan x)^x)$$

Aplicamos una propiedad de los logaritmos,

$$\ln(L) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln((\tan x)^x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x \cdot \ln(\tan x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(\tan x)}{1/x}$$

Aplicamos ahora el teorema de *L'Hôpital* al estar en las condiciones del dicho teorema con $\frac{\infty}{\infty}$,

$$\ln(L) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(\tan x)}{1/x} \stackrel{\infty/\infty}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1 + \tan^2 x}{\tan x}}{-1/x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-x^2 \cdot (1 + \tan^2 x)}{\tan x}$$

Volvemos a aplicar el teorema de *L'Hôpital* al estar en las condiciones del dicho teorema con $\frac{0}{0}$,

$$\begin{aligned} \ln(L) &= \frac{-x^2 \cdot (1 + \tan^2 x)}{\tan x} \stackrel{\infty/\infty}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-2x \cdot (1 + \tan^2 x) - x^2 \cdot 2 \tan x \cdot (1 + \tan^2 x)}{1 + \tan^2 x} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-2x - x^2 \cdot 2 \tan x}{1} = \frac{-0 - 0}{1} = 0 \end{aligned}$$

Concluimos que,

$$\ln(L) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad L = e^0 \quad \Leftrightarrow \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} (\tan x)^x = 1$$

OPCIÓN C

2) Calcula el siguiente límite lateral:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} e^{1/x} \cdot x$$

La indeterminación que presenta el límite es,

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} e^{1/x} \cdot x = \infty \cdot 0$$

Colocamos las dos funciones para forzar a una indeterminación que cumpla con las condiciones del teorema de *L'Hôpital*,

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} e^{1/x} \cdot x = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{1/x}}{1/x}$$

Aplicamos ahora el teorema de *L'Hôpital* al estar en las condiciones del dicho teorema con $\frac{\infty}{\infty}$,

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{1/x}}{1/x} \stackrel{\infty/\infty}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{1/x} \cdot \left(\frac{-1}{x^2}\right)}{\frac{-1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} e^{1/x} = +\infty$$

En conclusión,

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} e^{1/x} \cdot x = +\infty$$

OPCIÓN D

Resuelve los siguientes dos ejercicios de modo correcto:

1) Calcula el siguiente límite lateral:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (x)^{\frac{-1}{\ln x}}$$

La indeterminación que presenta el límite es,

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (x)^{\frac{-1}{\ln x}} = 0^0$$

Llamamos L al resultado del límite,

$$L = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x)^{\frac{-1}{\ln x}}$$

y tomamos logaritmos neperianos en ambos lados de la igualdad,

$$\ln(L) = \ln\left(\lim_{x \rightarrow 0^+} (x)^{\frac{-1}{\ln x}}\right)$$

Como la función logaritmo neperiano es continua en el dominio de la función entonces podemos intercambiar el logaritmo con el límite,

$$\ln(L) = \ln\left(\lim_{x \rightarrow 0^+} (x)^{\frac{-1}{\ln x}}\right) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln\left((x)^{\frac{-1}{\ln x}}\right)$$

Aplicamos una propiedad de los logaritmos,

$$\ln(L) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln\left((x)^{\frac{-1}{\ln x}}\right) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-1}{\ln x} \cdot \ln(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-\ln(x)}{\ln(x)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} (-1) = -1$$

Concluimos que,

$$\ln(L) = -1 \quad \Leftrightarrow \quad L = e^{-1} \quad \Leftrightarrow \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} (x)^{\frac{-1}{\ln x}} = \frac{1}{e}$$

OPCIÓN D

2) Calcula el siguiente límite lateral:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x \cdot \operatorname{sen} x$$

La indeterminación que presenta el límite es,

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x \cdot \operatorname{sen} x = \infty \cdot 0$$

Colocamos las dos funciones para forzar a una indeterminación que cumpla con las condiciones del teorema de *L'Hôpital*,

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x \cdot \operatorname{sen} x = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{1/\operatorname{sen} x}$$

Aplicamos ahora el teorema de *L'Hôpital* al estar en las condiciones del dicho teorema con $\frac{\infty}{\infty}$,

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{1/\operatorname{sen} x} \stackrel{\infty/\infty}{\underset{L'Hôpital}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{-\cos x}{\operatorname{sen}^2 x}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-\operatorname{sen}^2 x}{x \cdot \cos x}$$

Volvemos a aplicar el teorema de *L'Hôpital* al estar en las condiciones del dicho teorema con $\frac{0}{0}$,

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-2 \cdot \operatorname{sen} x \cdot \cos x}{\cos x - x \cdot \operatorname{sen} x} = \frac{-2 \cdot 0 \cdot 1}{1 - 0 \cdot 0} = 0$$

En conclusión,

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x \cdot \operatorname{sen} x = 0$$