

Nombre y apellidos: _____ Curso: 2º C BACH

Micro examen matemáticas nº 3 Matemáticas Ap.CCSS.II

Fecha: M20/19/26

OPCIÓN A

Dada la siguiente matriz A , discute su rango según los valores del parámetro k :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & k-1 & 1 & 1 \\ 0 & k & k & k \\ 1 & 1 & 2k & 2 \end{pmatrix}$$

LA WEB DEL
PROFE DE MATES

Nombre y apellidos: _____ Curso: 2º C BACH

Micro examen matemáticas nº 3 Matemáticas Ap.CCSS.II

Fecha: M20/19/26

OPCIÓN B

Dada la siguiente matriz A , discute su rango según los valores del parámetro k :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ k & k & 1 & 1 \\ k & k & k^2 & k \end{pmatrix}$$

LA WEB DEL
PROFE DE MATES

Nombre y apellidos: _____ Curso: 2º C BACH

Micro examen matemáticas nº 3 Matemáticas Ap.CCSS.II

Fecha: M20/19/26

OPCIÓN C

Dada la siguiente matriz A , discute su rango según los valores del parámetro k :

$$A = \begin{pmatrix} k & 1 & 1 & 1 \\ 1 & k & k & k \\ 2 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

LA WEB DEL
PROFE DE MATES

Nombre y apellidos: _____ Curso: 2º C BACH

Micro examen matemáticas nº 3 Matemáticas Ap.CCSS.II

Fecha: M20/19/26

OPCIÓN D

Dada la siguiente matriz A , discute su rango según los valores del parámetro k :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & k & k+1 & 3 \\ k & 3 & 3 & k^2 \end{pmatrix}$$

LA WEB DEL
PROFE DE MATES

SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS Y EJERCICIOS DEL MICROEXAMEN 3**OPCIÓN A**

Dada la siguiente matriz A , discute su rango según los valores del parámetro k :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & k-1 & 1 & 1 \\ 0 & k & k & k \\ 1 & 1 & 2k & 2 \end{pmatrix}$$

Solución. Como la matriz tiene 3 filas y 4 columnas, el rango máximo posible es 3. Para que el rango sea 3, necesitamos que al menos un menor de orden 3 (determinante de una submatriz 3×3) sea distinto de cero.

Tomamos el menor formado por las columnas 1, 2 y 3 y calculamos su determinante,

$$A = \begin{vmatrix} 1 & k-1 & 1 \\ 0 & k & k \\ 1 & 1 & 2k \end{vmatrix} = 2k^2 + k \cdot (k-1) - k - k = 2k^2 + k^2 - k - k - k = 3k^2 - 3k$$

Igualamos a cero para ver qué valor anula estos menores:

$$3k^2 - 3k = 0 \Leftrightarrow 3k \cdot (k-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = 0 \\ k = 1 \end{cases}$$

- Si $k \neq 1$ y $k \neq 0$, el determinante de orden 3 es distinto de cero y por tanto,

$$\text{Rg}(A) = 3$$

- Si $k = 0$, sustituimos $k = 0$ en la matriz original para ver cómo queda:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Como tiene una fila de ceros, $\text{Rg}(A) < 3$. Como $\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1 + 1 = 2 \neq 0$, entonces $\text{Rg}(A) = 2$.

- Si $k = 1$, sustituimos $k = 1$ en la matriz original para ver cómo queda:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Como la fila primera más la segunda es la tercera ($F_1 + F_2 = F_3$), ningún menor de orden 3 tiene determinante distinto de cero. Como el menor de orden 2 señalado tiene determinante distinto de cero,

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 - 0 = 1 \neq 0$$

En ese caso, $\text{Rg}(A) = 2$

OPCIÓN B

Dada la siguiente matriz A , discute su rango según los valores del parámetro k :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ k & k & 1 & 1 \\ k & k & k^2 & k \end{pmatrix}$$

Solución. Como la matriz tiene 3 filas y 4 columnas, el rango máximo posible es 3.

Para que el rango sea 3, necesitamos que al menos un menor de orden 3 (determinante de una submatriz 3×3) sea distinto de cero.

Tomamos el menor formado por las columnas 1, 2 y 3 y calculamos su determinante,

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ k & 1 & 1 \\ k & k^2 & k \end{vmatrix} = k + k^3 + k - k - k^2 - k^2 = k^3 - 2k^2 + k$$

Igualamos a cero para ver qué valor anula estos menores:

$$k^3 - 2k^2 + k = 0 \Leftrightarrow k \cdot (k^2 - 2k + 1) = 0 \Leftrightarrow k \cdot (k - 1)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = 0 \\ k = 1 \end{cases}$$

- Si $k \neq 1$ y $k \neq 0$, el determinante de orden 3 es distinto de cero y por tanto,

$$\text{Rg}(A) = 3$$

- Si $k = 1$, sustituimos $k = 1$ en la matriz original para ver cómo queda:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Al ser las **tres filas son exactamente iguales**, ningún menor de orden 3 ni de orden 2 tiene determinante distinto de cero. Por lo tanto, solo podemos conseguir menores de orden 1, que son no nulos y entonces

$$\text{Rg}(A) = 1$$

- Si $k = 0$, sustituimos $k = 0$ en la matriz original para ver cómo queda:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 1 \\ 0 & \mathbf{0} & \mathbf{1} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Al hay una fila completa de ceros, ningún menor de orden 3 puede tener determinante distinto de cero. Como el menor de orden 2 señalado tiene determinante distinto de cero,

$$\begin{vmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{vmatrix} = 1 - 0 = 1 \neq 0$$

Entonces $\text{Rg}(A) = 2$.

OPCIÓN C

Dada la siguiente matriz A , discute su rango según los valores del parámetro k :

$$A = \begin{pmatrix} k & 1 & 1 & 1 \\ 1 & k & k & k \\ 2 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Solución. Como la matriz tiene 3 filas y 4 columnas, el rango máximo posible es 3. Para que el rango sea 3, necesitamos que al menos un menor de orden 3 (determinante de una submatriz 3×3) sea distinto de cero. Tomamos el menor formado por las columnas 1, 2 y 3 y calculamos su determinante,

$$A = \begin{vmatrix} k & 1 & 1 \\ 1 & k & k \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 2k^2 + 1 + 2k - 2k - k^2 - 2 = k^2 - 1$$

Igualamos a cero para ver qué valor anula estos menores:

$$k^2 - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = -1 \\ k = 1 \end{cases}$$

- Si $k \neq 1$ y $k \neq -1$, el determinante de orden 3 es distinto de cero y por tanto,

$$\text{Rg}(A) = 3$$

- Si $k = 1$, sustituimos $k = 1$ en la matriz original para ver cómo queda:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & 1 & 1 \\ \mathbf{2} & \mathbf{1} & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Al tener **dos filas exactamente iguales**, ningún menor de orden 3 tiene determinante distinto de cero. Como el menor de orden 2 señalado tiene determinante distinto de cero,

$$\begin{vmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{2} & \mathbf{1} \end{vmatrix} = 1 - 2 = -1 \neq 0$$

Por tanto, $\text{Rg}(A) = 2$.

- Si $k = -1$, sustituimos $k = -1$ en la matriz original para ver cómo queda:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ \mathbf{1} & \mathbf{-1} & -1 & -1 \\ \mathbf{2} & \mathbf{1} & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Al tener las **dos primeras filas proporcionales**, ningún menor de orden 3 tiene determinante distinto de cero. Como el menor de orden 2 señalado tiene determinante distinto de cero,

$$\begin{vmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{2} & \mathbf{1} \end{vmatrix} = 1 + 2 = 3 \neq 0$$

Entonces $\text{Rg}(A) = 2$.

OPCIÓN D

Dada la siguiente matriz A , discute su rango según los valores del parámetro k :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & k & k+1 & 3 \\ k & 3 & 3 & k^2 \end{pmatrix}$$

Solución. Como la matriz tiene 3 filas y 4 columnas, el rango máximo posible es 3. Para que el rango sea 3, necesitamos que al menos un menor de orden 3 (determinante de una submatriz 3×3) sea distinto de cero. Tomamos el menor formado por las columnas 1, 2 y 3 y calculamos su determinante,

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & k & k+1 \\ k & 3 & 3 \end{vmatrix} = 3k + k \cdot (k+1) - 3 \cdot (k+1) - 3 = k^2 + k - 6$$

Igualamos a cero para ver qué valor anula estos menores:

$$k^2 + k - 6 = 0 \Leftrightarrow k = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2} = \begin{cases} k = +2 \\ k = -3 \end{cases}$$

- Si $k \neq +2$ y $k \neq -3$, el determinante de orden 3 es distinto de cero y por tanto,

$$\text{Rg}(A) = 3$$

- Si $k = +2$, sustituimos $k = +2$ en la matriz original para ver cómo queda:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 3 \\ 2 & 3 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Como la fila primera más la segunda es la tercera ($F_1 + F_2 = F_3$), ningún menor de orden 3 tiene determinante distinto de cero. Como el menor de orden 2 señalado tiene determinante distinto de cero,

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2 - 1 = 1 \neq 0$$

Por tanto, $\text{Rg}(A) = 2$.

- Si $k = -3$, sustituimos $k = -3$ en la matriz original para ver cómo queda:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & -2 & 3 \\ -3 & 3 & 3 & 9 \end{pmatrix}$$

Como el menor de orden 3 señalado tiene determinante distinto de cero,

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 3 \\ -3 & 3 & 9 \end{vmatrix} = -27 + 3 - 9 - 9 - 9 - 9 = -60 \neq 0$$

Entonces $\text{Rg}(A) = 3$.