

A. INTERVALOS DE CONFIANZA Y TAMAÑO MÍNIMO MUESTRAL MEDIANTE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL Y BINOMIAL.

- 8.1.** Para estimar la media del tiempo diario (en minutos) que dedican los estudiantes a estudiar en casa, se toma una muestra aleatoria de 100 estudiantes, obteniéndose una media muestral de 110 minutos. Se sabe que la desviación típica poblacional es de 25 minutos.
- Obtén un intervalo de confianza al 95% para estimar la media poblacional del tiempo diario de estudio.
 - Manteniendo el mismo nivel de confianza y la misma desviación típica, calcula el tamaño muestral mínimo necesario para que el error máximo cometido en la estimación sea inferior a 3 minutos.
- 8.2.** El peso (en gramos) de los aguacates producidos en una finca agrícola sigue una distribución normal con desviación típica poblacional $\sigma = 30$ g. Una muestra aleatoria de 64 aguacates proporcionó los siguientes datos sobre el intervalo de confianza para la media: (192,65 ; 207,35).
- Determina la media de la muestra utilizada para construir dicho intervalo.
 - Determina el nivel de confianza asociado a este intervalo de confianza.
- 8.3.** Se desea estimar el gasto medio mensual (en euros) en luz de los comercios de un determinado barrio. Para ello, se asume que la variable sigue una distribución normal con desviación típica poblacional $\sigma = 40$ €. Se elige una muestra aleatoria de 64 comercios, cuya media muestral de gasto resultó ser de 210 €.
- Calcula el intervalo de confianza al 99% para el gasto medio mensual de todos los comercios del barrio.
 - Explica el efecto que tendría sobre el ancho del intervalo de confianza:
 - Aumentar el tamaño de la muestra manteniendo el mismo nivel de confianza.
 - Disminuir el nivel de confianza manteniendo el mismo tamaño de la muestra.
- 8.4.** Se supone que el tiempo (en minutos) que tarda un usuario en ser atendido en una oficina de atención al cliente sigue una distribución normal con desviación típica poblacional $\sigma = 6$ minutos. Una muestra aleatoria de 36 usuarios proporcionó una media muestral de espera de 18 minutos.
- Construye un intervalo de confianza al 95% para estimar el tiempo medio poblacional de espera.
 - Manteniendo el mismo nivel de confianza, determina el tamaño muestral mínimo necesario para que el error máximo cometido en la estimación sea menor o igual a 1,5 minutos.

8.5. La distancia diaria (en kilómetros) recorrida por los repartidores de una empresa de mensajería sigue una distribución normal con desviación típica $\sigma = 12$ km. Se toma una muestra aleatoria de 49 repartidores y se obtiene una distancia media de 115 km.

- Calcula el intervalo de confianza del 98% para estimar la distancia media diaria recorrida por el total de repartidores.
- ¿Cuál tendría que ser el tamaño mínimo de la muestra para reducir el margen de error a 3 km con un nivel de confianza del 90%?

8.6. En un examen EVAU en la que participan miles de candidatos se va a hacer un examen tipo test que valora de 0 a 100 a los alumnos. La desviación típica de las calificaciones es de 10 puntos. Si se elige una muestra de tamaño 100 con media muestral de 71 puntos. Calcula el intervalo de confianza para la media poblacional con un nivel de confianza del 90 %.

8.7. Se ha extraído una muestra de 10 familias de residentes de un barrio, obteniéndose los siguientes datos acerca de sus rentas familiares:

19.987, 20.096, 19.951, 20.263, 20.014,
 20.027, 20.023, 19.942, 20.078, 20.069

Se supone que la renta familiar de los residentes en el barrio siguen una ley normal de desviación típica 150 €. Encontrar un intervalo de confianza al 95 % para la renta familiar media. ¿Crees que sería válido el intervalo de confianza obtenido si la muestra se hubiera elegido entre las familias con más ingresos del barrio? Razona tu respuesta.

8.8 La desviación típica del número de horas diarias que duermen los estudiantes de un instituto es de 3 horas. Se considera una muestra aleatoria de 40 estudiantes de ese instituto que revela una media de sueño de 7 horas. Suponiendo que el número de horas de sueño sigue una distribución normal, encontrar el intervalo de confianza al 97% para el número medio de horas de sueño de todos los estudiantes de ese centro. Interpretar el significado del intervalo obtenido.

8.9. La talla de los varones recién nacidos en una determinada ciudad sigue aproximadamente una distribución normal con desviación típica de 2,4 cm. Si en una muestra de 81 recién nacidos de esa ciudad obtenemos una talla media de 51 cm, encontrar el intervalo de confianza al 97% para la talla media de los recién nacidos de esa ciudad. Interpretar el significado del intervalo obtenido.

8.10. Tras múltiples observaciones se ha constatado que el número de pulsaciones de los deportistas entre 20 y 25 años se distribuye normalmente con una desviación típica de 9 pulsaciones. Si una muestra de 100 deportistas de esa edad presenta una media de 64 pulsaciones, responde: Encontrar el intervalo de confianza al 97% para la media de pulsaciones de los todos los deportistas de esa edad.

- 8.11.** Para efectuar un control de calidad sobre la duración en horas de un componente electrónico se elige una muestra aleatoria de 36 componentes obteniéndose una duración media de 40 horas. Sabiendo que la duración de estos componentes electrónicos se distribuye según una normal con una desviación típica de 10 horas. Encontrar el intervalo de confianza al 97 % para la duración media de las componentes electrónicas. Interpretar el significado del intervalo obtenido. Si quisiéramos un intervalo de confianza de menor ancho, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.
- 8.12.** Un Ayuntamiento va a realizar una encuesta para averiguar si los ciudadanos están a favor de las últimas medidas en relación a las fiestas que se han tomado. Se ha preguntado a 100 vecinos elegidos de forma aleatoria entre todos los ciudadanos, obteniendo una media de 7'5 puntos de satisfacción y sabemos que las puntuaciones se distribuyen según una normal de desviación típica 1. Encontrar el intervalo de confianza al 97'8 % para la media de satisfacción. Interpretar el significado del intervalo obtenido. ¿Crees que será válido el intervalo de confianza obtenido, si hubiéramos elegido a los primeros 100 vecinos que contesten la encuesta en el horario 10 a 14? Razona tu respuesta.
- 8.13.** Para determinar cómo influye la práctica diaria de deporte en el peso se ha realizado un estudio sobre 100 hombres que practican deporte de forma diaria. Obteniéndose una media de 65 kilos y suponemos que el peso en la población de personas que practican deporte se distribuye según una normal con una desviación típica de 2 kilos. Encontrar el intervalo de confianza al 95 % para la media de peso de las personas que practican deporte. Interpretar el significado del intervalo obtenido. Si quisiéramos un intervalo de confianza de menor ancho, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.
- 8.14.** La compañía suministradora de gas desea estimar el consumo medio de gas por hogar en una determinada ciudad, realizando una encuesta a 400 viviendas elegidas aleatoriamente de la ciudad. Se ha obtenido un consumo medio de 800 m^3 se sabe que el consumo de gas se distribuye según una normal de desviación típica 50 m^3 . Encontrar el intervalo de confianza al 95% para la media de consumo de gas por hogar en la ciudad. Interpretar el significado del intervalo obtenido. ¿Crees que será válido el intervalo de confianza obtenido, si hubiéramos elegido las 400 viviendas más próximas al encuestador? Razona tu respuesta.
- 8.15.** Para determinar cómo influye en la osteoporosis una dieta pobre en calcio, se realiza un estudio sobre 100 afectados por la enfermedad, obteniéndose que toman una media de calcio al día de 900 mg. Suponemos que la toma de calcio en la población de afectados por la enfermedad se distribuye normalmente con una desviación típica de 150. Encontrar un intervalo de confianza al 99% para la media de calcio al día que toma toda la población afectada.

8.16. Finalizado el curso se ha realizado una encuesta para los estudiantes de 2º bachillerato sobre la valoración (1 a 10) que los alumnos hacen del cumplimiento de la programación. La puntuación sigue una distribución normal con desviación típica 1'75. Se extrae una muestra aleatoria y con un nivel de confianza del 97 % se determina un intervalo de confianza para la media de amplitud 0'5425.

- Determinar el tamaño mínimo de la muestra seleccionada.
- Determinar el intervalo de confianza si la muestra tomada dio una puntuación media de 6'7.

8.17. Se supone que el tiempo medio dedicado a ver TV en una cierta zona se puede aproximar mediante una variable aleatoria normal con media desconocida y desviación típica de 15 minutos. Se ha tomado una muestra aleatoria simple de 400 espectadores de TV en dicha zona, obteniéndose que el tiempo medio diario dedicado a ver la TV es de 3 horas.

- Determinar un intervalo de confianza para la media con un nivel de confianza del 95%.
- ¿Cuál ha de ser el tamaño mínimo de la muestra para que el error en la estimación de la media sea menos o igual que 3 minutos, con un nivel de confianza del 90 %?

8.18. Se supone que el precio en euros de un refresco se puede aproximar mediante una variable de tipo normal de media desconocida y desviación típica 0'09 €. Se toma una muestra aleatoria simple del precio del refresco en 10 establecimientos y resultan los siguientes precios:

1'50 € 1'60 € 1'10 € 0'90 € 1 € 1'60 € 1'40 € 1'30 € 1'20 €

- Determinar un intervalo de confianza al 95 % para la media del precio del refresco.
- Calcular el tamaño muestral mínimo que ha de tener la muestra elegida para que el valor absoluto de la diferencia entre la media muestral y la media sea menor o igual que 0'10 € con probabilidad mayor o igual que 0'99.

8.19. El tiempo medio que tarda una empresa de mensajería en recoger un paquete en el domicilio de un cliente sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica $\sigma = 10$ minutos. Se eligen al azar 10 encargos y se mide el tiempo que tardan los empleados en recoger los paquetes, siendo estos: 15, 19, 20, 22, 24, 25, 27, 28, 30 y 32 minutos respectivamente.

- Halla un intervalo de confianza para la media poblacional del tiempo medio que tarda la empresa en recoger un paquete del domicilio del cliente, con un nivel de confianza del 95 %
- ¿Cuál deberá ser el tamaño mínimo de la muestra para que, con el mismo nivel de confianza, el error máximo admisible sea menor que 1 minuto?

8.20. El consumo medio de agua por habitante y día en España sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica $\sigma = 30$ litros. Tomando una muestra aleatoria de habitantes, se ha obtenido el siguiente intervalo de confianza para la media poblacional (130.4, 169.6) con un nivel de confianza del 95 %.

- a) Calcula el tamaño de la muestra utilizada y calcula el valor que se obtuvo para la media muestral.
- b) ¿Cuál sería el error máximo admisible si se hubiera utilizado una muestra de tamaño 100 y un nivel de confianza del 92.98 %?

8.21. Un fabricante de lámparas LEDs sabe que la vida útil de una lámpara LED sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica 1000 horas. Tomando una muestra aleatoria de lámparas producidas por dicho fabricante, se ha obtenido el siguiente intervalo de confianza para la media poblacional (49804 , 50196) con un nivel de confianza del 95 %.

- a) Calcula el tamaño de la muestra utilizada y calcula el valor que se obtuvo para la media muestral.
- b) ¿Cuál sería el error máximo admisible si se hubiera utilizado una muestra de tamaño 50 y un nivel de confianza del 92.98 %?

8.22. Una empresa produce dispositivos electrónicos con pantalla HD, la resolución de estas pantallas sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica $\sigma = 20$ píxeles. Se tomó una muestra aleatoria de 100 dispositivos electrónicos y mediante un estudio estadístico se obtuvo el intervalo de confianza (1077.08 , 1083.92) para la resolución media de las pantallas elegidas al azar.

- a) Calcula el valor de la resolución media de las pantallas de los 100 dispositivos electrónicos elegidos para la muestra.
- b) Calcula el nivel de confianza con el que se ha obtenido dicho intervalo.
- c) Sin calcular el intervalo de confianza, ¿se podría admitir que la media poblacional sea $\mu = 1077.08$ píxeles con un nivel de confianza del 90 %? Razona tus respuestas.

8.23. Se desea determinar un intervalo de confianza con nivel de confianza del 99% para la proporción de personas que compran sólo una vez a la semana. Si se sabe que en una muestra aleatoria simple de 400 amas de casa sólo 180 de afirmaron comprar una vez a la semana

8.24. Un fabricante de ordenadores sabe que el tiempo de duración, en meses, de un componente del ordenador que fabrica sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica igual a 6 meses. Con una muestra de su producción, elegida al azar, y un nivel de confianza del 95 % se ha obtenido para la media poblacional el intervalo de confianza (23.0398, 24.9602).

- a) Calcula el valor que se obtuvo para la media de la muestra y el tamaño de la muestra utilizado.
- b) ¿Cuál hubiera sido el error máximo admisible de su estimación si hubiera tomado una muestra de tamaño 250?

8.25. Una multinacional está estudiando la posibilidad de instalar un nuevo sistema de producción en sus empresas. Antes de hacerlo decide consultar a sus trabajadores. Como no tiene ninguna referencia previa sobre la opinión de sus empleados, supone que tal opinión está dividida en dos partes iguales al 50 %. Si desea una fiabilidad en la encuesta del 99 %, con un error máximo del 4%, ¿cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra?

B. INTERVALOS DE CONFIANZA PARA LA PROPORCIÓN MUESTRAL

8.31. Se desea estimar la proporción de habitantes de una ciudad que utilizan el carril bici de forma habitual. En una muestra aleatoria de 500 residentes, 180 afirmaron ser usuarios frecuentes del carril bici.

- a) Obtén el intervalo de confianza al 95% para estimar la proporción poblacional de usuarios habituales del carril bici.
- b) Manteniendo la misma proporción muestral, calcula el tamaño mínimo de la muestra necesario para estimar la proporción poblacional con un error no superior al 2,5% a un nivel de confianza del 95%.

8.32. Se desea determinar un intervalo de confianza con nivel de confianza del 99% para la proporción de personas que compran sólo una vez a la semana. Si se sabe que en una muestra aleatoria simple de 400 amas de casa sólo 180 de afirmaron comprar una vez a la semana

8.33. Al analizar 40 muestras de una aleación de bajo punto de fusión de tipo “wood” se ha detectado ausencia de cadmio en 12 de ellas. Determinar un intervalo de confianza para la proporción de muestras de dicha aleación que no contienen cadmio.

- 8.34.** Una consultora realiza un estudio sobre hábitos de consumo digital. En una muestra aleatoria de 600 jóvenes de entre 18 y 25 años, 450 manifestaron que realizan compras a través de redes sociales.
- Halla un intervalo de confianza al 99% para estimar la proporción de jóvenes de esa franja de edad que realizan compras en redes sociales.
 - Determina el error máximo cometido al estimar dicha proporción con el intervalo calculado en el apartado anterior.
- 8.35.** Para analizar la efectividad de una campaña publicitaria, se selecciona una muestra aleatoria de 800 consumidores, de los cuales 200 recuerdan haber visto el anuncio en televisión.
- Calcula el intervalo de confianza al 90% para la proporción de consumidores de la población que recuerdan la campaña publicitaria.
 - Suponiendo que se mantiene la misma proporción muestral, determina el tamaño muestral mínimo para que el error de estimación de la proporción sea inferior a 0,02 con un nivel de confianza del 95%.
- 8.36.** Se quiere estimar la proporción de hogares de una ciudad que disponen de suscripción a alguna plataforma de contenidos en streaming. Para ello se toma una muestra aleatoria de 400 hogares, resultando que 260 de ellos sí disponen de dicha suscripción.
- Construye un intervalo de confianza del 98% para la proporción poblacional de hogares con suscripción.
 - Si la proporción muestral se mantuviera, ¿cuál debería ser el tamaño mínimo de la muestra para reducir el error de la estimación a un valor no superior al 3% con un nivel de confianza del 95%?
- 8.37.** En una muestra aleatoria de 500 clientes de una gran superficie comercial, 125 manifestaron que preferían pagar sus compras utilizando el teléfono móvil.
- Obtén un intervalo de confianza al 90% para estimar la proporción de clientes del establecimiento que prefieren pagar con el teléfono móvil.
 - Determina el error máximo cometido en la estimación realizada en el apartado anterior.

- 8.38.** Tomada al azar una muestra de 500 personas en Madrid, se encontró que 220 leían algún periódico digital diariamente. Calcula, con un nivel de confianza del 96 %, entre que valores se encuentra la verdadera proporción de periódicos.
- 8.39.** Uno de los líderes de un colectivo laboral desea plantear una cuestión a todos los miembros del grupo. Si más de la mitad respondieran NO entonces preferiría no plantearla. Para salir de dudas, elige al azar 40 trabajadores a los que hace la pregunta y sólo 12 responden NO. ¿Entre qué límites se hallará la verdadera proporción al nivel de confianza del 95%?
- 8.40..** Calcular un intervalo de confianza al nivel $\alpha = 0.05$ para la probabilidad p de que un recién nacido sea niño si en una muestra de tamaño 123 se han obtenido 67 niños.
- 8.41.** Se ha hecho un estudio sobre la proporción de enfermos de cáncer de pulmón detectados en hospital que fuman, obteniéndose que de 123 enfermos 41 de ellos eran fumadores. Obtener un intervalo de confianza para dicha proporción con un nivel de significación del 5 %.
- 8.42.** Una firma comercial encuesta a 100 individuos para conocer sus opiniones sobre la elección de dos productos alternativos A y B recientemente fabricados. El resultado de la encuesta arroja que el producto A lo han elegido 55 individuos y el producto B 45. Hallar un intervalo de confianza al 97% para la proporción de individuos que eligen cada producto.

C. CONTRASTE DE HIPÓTESIS UNILATERAL Y BILATERAL CON LA DISTRIBUCIÓN NORMAL.

- 8.51.** Se sabe que la edad de los profesores de una comunidad autónoma sigue una distribución normal con varianza de 5 años. Una muestra aleatoria de 200 profesores de dicha comunidad tiene una media de 45 años. Plantear un contraste de hipótesis para ver si podemos afirmar con un nivel de significación del 0'05 % que la edad media de todos los profesores de la comunidad es de 46 años. Determinar la región de aceptación y sacar conclusiones a partir de los datos obtenidos.
- 8.52.** Una empresa fabrica tornillos para llantas, cuyo diámetro sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica 2 mm. Se selecciona un lote de 100 tornillos y resulta que la media muestral es de 19 mm.
- Determina un intervalo de confianza al 98 % para la media de la distribución.
 - Plantea un contraste de hipótesis que permita decidir si los tornillos fabricados se ajustan a los 20 mm con una confianza del 95 %. Concluye e interpreta el resultado del contraste a la vista de los datos obtenidos.

8.53. El gasto medio diario por turista el año pasado era de 65 €. Tras una intensa campaña de turismo para intentar que los turistas aumenten su gasto diario, se tomó una muestra aleatoria de 3.600 turistas, obteniendo una media diaria sobre la muestra de 68 €. Suponiendo que el gasto diario sigue una distribución normal con desviación típica 40 €,

- Plantea un test de hipótesis para contrastar la hipótesis de que la campaña no ha surtido efecto frente a la alternativa de que sí ha surtido efecto, tal como parecen indicar los datos.
- Calcula la región de aceptación del test anterior con un nivel de significación del 5 %.
- Concluye si ha habido o no aumento de gasto diario a partir de los datos recogidos y el contraste anterior con el nivel de significación del 5 %.

8.54. Un fabricante de lámparas eléctricas está ensayando un nuevo método de producción que se considerará aceptable si las lámparas obtenidas por este método dan lugar a una población normal de duración media 2400 horas, con una desviación típica igual a 300. Se toma una muestra de 100 lámparas producidas por este método y esta muestra tiene una duración media de 2320 horas. ¿Se puede aceptar la hipótesis de validez del nuevo proceso de fabricación con un riesgo igual o menor al 5%?

8.55. Se sabe que la renta por persona declarada por todos los ciudadanos de un país sigue aproximadamente, una distribución normal con media 10.840 € y con desviación típica de 2.700 €. Con objeto de analizar la renta de los contribuyentes domiciliados en cierta Administración de Hacienda, se toma una muestra aleatoria de 400 declaraciones, obteniéndose una media de 10.500 € por persona. Si se mantiene la desviación típica:

- Fórmula un test para contrastar la hipótesis de que la renta media de las declaraciones presentadas en la Administración es la misma que la global de todo el país frente a que es diferente, tal como parece indicar la muestra, calcula el intervalo de aceptación con un nivel de significación del 1 % y concluye si sigue siendo igual que el global.
- Calcula un intervalo al 98 % de confianza para la renta media de los contribuyentes de dicha administración.

8.56. Según una publicidad de un banco, el nivel de satisfacción de sus clientes con el banco es de al menos el 80 %. Se toma una muestra de 600 clientes y 420 afirman estar satisfechos. Plantear un contraste de hipótesis para corroborar la publicidad del banco con un nivel de significación del 10 %. Hallar el correspondiente intervalo de aceptación y extraer las conclusiones debidas.

8.57. Una máquina está preparada para fabricar piezas de, a lo sumo, 10 cm de longitud. Se toma una muestra de 1000 piezas comprobándose que la media de sus longitudes es de 9'9752 cm. La longitud de las piezas fabricadas por esa máquina sigue una distribución normal con desviación típica 0'2 cm.

- Plantear un contraste de hipótesis unilateral para comprobar si, con los datos de que se disponen, es posible afirmar que la media de la longitud de las piezas fabricadas por la máquina es de más de 10 cm.
- Determinar la región de aceptación de la hipótesis nula de eses contraste para un nivel de significación $\alpha = 0'025$.
- Con los datos de la muestra y usando el contraste del primer apartado, ¿qué conclusión se obtendría sobre la longitud media de las piezas fabricadas?

8.58. Una multinacional asegura que sus empresas franquiciadas arrojan un beneficio que se distribuye normalmente con una media de beneficios de, al menos, 1'8 millones de euros anuales, con una desviación típica de 0'26 millones de euros. Para contrastar estos datos, se realiza un estudio a 36 franquicias de la empresa, obteniéndose una media de 1'7 millones de euros de beneficios.

- Con un nivel de significación del 5 %, ¿se puede aceptar la hipótesis de la multinacional? Plantea y resuelve el correspondiente test de hipótesis.
- ¿Qué podemos decir si el nivel de confianza es del 99'5 %?

8.59. Tras unos programas educativos para intentar reducir el porcentaje del 10 % de fumadores que hay en la universidad, se toma una muestra aleatoria de 400 universitarios de los que se obtiene que 36 son fumadores.

- Plantea un test de hipótesis para contrastar la hipótesis de que los programas educativos no han producido el efecto deseado, frente a la alternativa de que sí lo han hecho.
- Calcula la región de aceptación del test anterior con un nivel de significación del 5 %.
- Concluye si ha habido o no disminución en el habito del tabaco a partir de los datos recogidos y el contraste anterior con el nivel de significación del 5 %.

D. Variables discretas. Parámetros. Variables independientes.

8.61. Se considera la variable aleatoria discreta X con distribución de probabilidades,

X	0	2	4	6	8	10
P(X)	0,35	0,25	0,15	0,05	p	0,1

- Calcula la probabilidad de que la variable sea menor que 5.
- Calcula la probabilidad de $X = 8$.
- Calcula la probabilidad de que X como mínimo sea 2,4 y como máximo 7.
- Calcula la esperanza o valor esperado de la variable X.
- Calcula la varianza y la desviación típica de la variable X.

8.62. Sea una variable X que se distribuye normalmente según $\mu = 3$ y $\sigma = 1,5$. Sea una variable Y, independiente a la anterior, que se distribuye mediante una normal de media 2 y varianza 4.

- Calcula la probabilidad de que X sea mayor que 3,5 e Y menor que 4.
- Calcula la probabilidad de que tanto X como Y sean superiores a 2.
- Calcula la probabilidad de que X sea menor o igual que 2,5 e Y sea mayor que 1,5.
- Calcula la probabilidad de que X sea mayor que 3,5 e $Y < 4$.
- Sabiendo que X es mayor que 3, calcular la probabilidad de que Y sea menor que 2.