

A. CÁLCULO DE PROBABILIDADES CON LA DISTRIBUCIÓN NORMAL.

7.1. Si Z es una variable aleatoria normal estandarizada,

- a) ¿Cuál es la probabilidad de tomar un valor menor que cero?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de obtener un valor mayor que 1,32?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de obtener un valor menor que - 0,7?
- d) ¿Cuál es la probabilidad de obtener un valor comprendido entre 0,9 y 1,17?
- e) ¿Cuál es la probabilidad de que Z tome un valor entre -3 y +3?
- f) ¿Cuál es la probabilidad de que Z tome un valor comprendido entre -1,28 y +1,65.

7.2. Usando su tabla de probabilidad normal determine las siguientes probabilidades para la variable aleatoria normal estándar (Dibuje una curva normal y sombree el área bajo la curva):

- a) $P(Z < 1,45)$
- b) $P(-2,43 < Z < 1,76)$
- c) $P(Z < 2,67)$
- d) $P(0,65 < Z < 1,12)$
- e) $P(Z > 1,45)$
- f) $P(-2 < Z < 3)$
- g) $P(-1,2 < Z < -0,76)$
- h) $P(-2,78 < Z < 3,1)$
- i) $P(Z > -2,13)$

7.3. Suponga que Z tiene una distribución normal estándar. Determine el valor de z que resuelve las siguientes probabilidades (Dibuje una curva normal, sombree el área bajo la curva y ponga los valores correspondientes en el eje horizontal):

- a) $P(-z < Z < z) = 0,95$
- b) $P(Z < z) = 0,9$
- c) $P(-z < Z < z) = 0,99$
- d) $P(Z < z) = 0,5$
- e) $P(-z < Z < z) = 0,684$
- f) $P(Z > z) = 0,1$
- g) $P(-z < Z < z) = 0,9973$
- h) $P(-1,6 < Z < z) = 0,8$

7.4. Averigüe el valor z en una distribución $N(0,1)$ que corresponde a cada área descrita:

- a) El 70% de los elementos está a la derecha de este valor z .
- b) El 20% de los elementos se encuentra a la izquierda de este valor z .
- c) El 10% de los elementos es mayor que este valor z .
- d) El 60% de los elementos es menor que este valor z .
- e) El 50% de los elementos se encuentran a la derecha de este valor z .
- f) El 30% de los elementos se encuentran a la izquierda de este valor z .

7.5. Usando su tabla de probabilidad normal determine las siguientes probabilidades para la variable aleatoria normal X que tiene la media y desviación que indica en cada caso (Dibuja una curva normal y sombrea el área bajo la curva):

- a) $P(X < 2,38)$ con $X \equiv N(1'3, 3)$
- b) $P(2,46 < X < 3,44)$ con $X \equiv N(3'1, 1'4)$
- c) $P(X < 3,00)$ con $X \equiv N(1,2)$
- d) $P(0 < X < 3,2)$ con $X \equiv N(2, 5)$
- e) $P(X > 3,57)$ con $X \equiv N(4, 1,2)$
- f) $P(-1,34 < X < 2,76)$ con $X \equiv N(2, 1)$
- g) $P(-2,58 < X < -1,32)$ con $X \equiv N(-1, 2'5)$
- h) $P(X > -1,54)$ con $X \equiv N(-1'2, 1)$

7.6. Suponga que X tiene una distribución normal. Determine el valor de k que resuelve las siguientes probabilidades (Dibuje una curva normal, sombree el área bajo la curva y ponga los valores correspondientes en el eje horizontal), siendo la distribución normal como indica en cada apartado,

- a) $P(-k < X < k) = 0,95$ con $X \equiv N(2, 1)$
- b) $P(X < k) = 0,9$ con $X \equiv N(2'2, 1'7)$
- c) $P(k < X) = 0,99$ con $X \equiv N(0'5, 2)$
- d) $P(X < k) = 0,5$ con $X \equiv N(-1, 1)$
- e) $P(-k < X < k) = 0,684$ con $X \equiv N(1'7, 1,3)$
- f) $P(-k < X < k) = 0,9973$ con $X \equiv N(-1'2, 1'9)$
- g) $P(-1'5 < X < k) = 0,8$ con $X \equiv N(1, 2)$

7.7. Averigüe el valor z en una distribución $N(-1,3)$ que corresponde a cada área descrita:

- a) El 70% de los elementos está a la derecha de este valor z .
- b) El 20% de los elementos se encuentra a la izquierda de este valor z .
- c) El 10% de los elementos es mayor que este valor z .
- d) El 60% de los elementos es menor que este valor z .
- e) El 50% de los elementos se encuentran a la derecha de este valor z
- f) El 30% de los elementos se encuentran a la izquierda de este valor z

7.8. La media de los pesos de los estudiantes de un Instituto es 70 kg y la desviación típica 3 kg. Suponiendo que los pesos se distribuyen normalmente, hallar la probabilidad de que, escogido un estudiante al azar, pese ...

- a) Entre 60 kg y 65 kg.
- b) Más de 90 kg.
- d) 64 kg.
- e) 64 kg o menos.
- f) Si la probabilidad de que el estudiante pese menos de k kg es igual a 0,4. Halle el valor de k .

7.20. Se supone que los resultados de un examen siguen una distribución normal con media 78 y varianza 37. Se pide:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona que se presenta el examen obtenga una calificación superior a 72?
- b) Si se sabe que la calificación de un estudiante es mayor que 72 ¿cuál es la probabilidad de que su calificación sea, de hecho, superior a 84?
- c) Si la probabilidad de que una persona al azar obtenga más de k es 0,7. Halle el valor de k .

7.21. Una empresa ha encontrado que la duración de sus llamadas telefónicas a larga distancia, tiene aproximadamente una distribución normal, con media de 3 minutos y desviación típica de 3 minutos. Tomada una llamada a larga distancia al azar calcular las siguientes probabilidades,

- a) Probabilidad de que la llamada dure más de 2 minutos pero menos de 3 minutos.
- b) Probabilidad de que la llamada se complete en menos de un minuto y medio.
- c) Si la probabilidad de que la llamada dure más de k minutos es 0,8. Halle el valor de k

7.22. Varios test de inteligencia dieron una puntuación que sigue una ley normal con media 100 y desviación típica 15.

- a) Determinar el porcentaje de población que obtendría un coeficiente entre 95 y 110.
- b) ¿Qué intervalo centrado en 100 contiene al 50% de la población?
- c) ¿A partir de qué valor el porcentaje de población es menor que el 80 %?

7.23. El número de horas que duermen los estudiantes de bachillerato de un instituto en la semana de exámenes se cuantifica mediante una normal de media de 6 horas y desviación típica de 3 horas. Tomado un alumno/a al azar calcular,

- a) Probabilidad de que duerma más de 8 horas.
- b) ¿Cuál es el número de horas que duerme el 75 % de los estudiantes BI de ese instituto?

7.24. El consumo promedio de combustible de una flota de 1,000 camiones sigue una distribución normal con una media de 12 millas por galón y una desviación estándar de 2 millas por galón.

- a) ¿Cuántos camiones tendrán un promedio de 11 millas o más por galón?
- b) ¿Cuántos camiones tendrán un promedio de menos de 10 millas por galón?
- c) ¿Cuántos camiones tendrán un promedio entre 9,5 y 14 millas por galón?
- d) Averigüe la probabilidad de que un camión elegido al azar tenga un promedio de 13,5 millas por galón o más.

- 7.25.** En una determinada región, los pesos de bebés recién nacidos se distribuye normalmente con una media de 3,2 kg y una varianza de 1,21 kg². Elegido un bebé al azar en esa región, calcule las siguientes probabilidades
- a) Pese entre 2,5 kg y 3,5 kg.
 - b) Pese como mucho 2,5 kg.
 - c) Pese 3 kg.
 - d) Pese menos de 1 kg
 - e) Pese más de 5 kg.
 - f) Si la probabilidad de que pese más de k kg es igual a 0,75. Halle el valor de k.
 - g) Halle el intervalo centrado en la media que tiene una probabilidad de 0,95.
- 7.26.** La duración de un determinado tipo de lavadora automática tiene una distribución normal, con una media de 3,1 años y una desviación estándar de 1,2 años. La compañía ofrece en su garantía que si la lavadora presenta algún defecto será reemplazada.
- a) Si la lavadora está garantizada por un año, ¿qué proporción del total de unidades vendidas tendrá que ser reemplazada?
 - b) Si el fabricante de las lavadoras está dispuesto a reemplazar sólo el 3% de las lavadoras que vende. ¿Por cuántos meses debe ofrecer la garantía para asegurar que no más de un 3% de las lavadoras tendrá que ser reemplazada?
 - c) ¿Qué porcentaje de las lavadoras vendidas van a durar entre 3 y 6 años?
- 7.27.** El peso de las manzanas producidas en un determinado fruteral sigue una distribución normal de media 180 g y desviación típica 20 g.
- a) Se elige una manzana al azar. Calcula la probabilidad de que su peso sea superior a 210 g.
 - b) Si una manzana pesa más de 160 g, ¿cuál es la probabilidad de que su peso sea inferior a 190 g?
- 7.28.** La duración de las baterías de un modelo de teléfono inteligente se ajusta a una distribución normal de media 30 horas y desviación típica 4 horas.
- a) Calcula la probabilidad de que una batería elegida al azar dure entre 26 y 34 horas.
 - b) Se considera que una batería es defectuosa si dura menos de 22 horas. ¿Qué porcentaje de baterías se espera que sean defectuosas?
- 7.29.** El tiempo (en minutos) que tarda un repartidor en entregar un paquete en una zona residencial sigue una distribución normal $N(\mu, \sigma) = N(25,5)$.
- a) Halla la probabilidad de que el repartidor tarde menos de 20 minutos en realizar una entrega.
 - b) ¿Cuál es el tiempo máximo que tarda el repartidor en el 90% de las entregas más rápidas?

7.30. El salario mensual de los trabajadores de un sector laboral se distribuye según una variable aleatoria normal con media $\mu = 1800$ € y desviación típica $\sigma = 300$ €.

- a) Determina la probabilidad de que un trabajador elegido al azar gane más de 2100 € al mes.
- b) Calcula la probabilidad de que el salario de un trabajador esté comprendido entre 1500 € y 2250 €.

7.31. Se regula una máquina despachadora de cafés para que sirva un promedio de 200 mililitros por vaso. Si la cantidad de bebida se distribuye normalmente con una desviación estándar igual a 15 mililitros,

- a) ¿cuál es la probabilidad de que un vaso contenga entre 191 y 209 mililitros?
- b) ¿cuántos vasos probablemente se derramarán si se utilizan vasos de 230 mililitros para las siguientes 1000 bebidas?
- c) ¿por debajo de qué valor obtendremos 25% de las bebidas más pequeñas?

7.32. La nota obtenida por los alumnos en un examen oficial sigue una distribución normal de media 6,5 puntos y desviación típica 1,2 puntos.

- a) Si la nota mínima para obtener una beca es 8,0 puntos, calcula el porcentaje de alumnos que obtendrá dicha beca.
- b) ¿Qué nota mínima debe obtener un alumno para situarse dentro del 15% con mejores calificaciones?

7.33. El peso de los terneros de una granja al nacer se distribuye según una variable aleatoria normal de media 35 kg y desviación típica 5 kg.

- a) Elegido un ternero al azar al nacer, calcula la probabilidad de que su peso esté comprendido entre 30 kg y 42 kg.
- b) Si se considera que un ternero tiene bajo peso si pesa menos de 28 kg, ¿cuál es el porcentaje de terneros con bajo peso al nacer?

7.34. El departamento de mantenimiento de proyectores, tiene instrucciones de reemplazar todas los proyectores al mismo tiempo. La experiencia anterior indica que la vida útil de los mismos se distribuye normalmente con una vida media de 750 horas y una desviación estándar de 40 horas. ¿Cuándo se deben cambiar los proyectores para que como máximo el 7% se funda?

7.35. El tiempo diario (en minutos) que dedican los estudiantes a preparar una asignatura de ciencias sigue una distribución normal $N(\mu, \sigma) = N(45, 10)$.

- a) Calcula la probabilidad de que un estudiante elegido al azar le dedique más de 60 minutos al día.
- b) Si un estudiante dedica más de 35 minutos al estudio, ¿cuál es la probabilidad de que le dedique menos de 50 minutos?

7.36. La estatura de los opositores a un cuerpo de seguridad del Estado se ajusta a una distribución normal de media 175 cm y desviación típica 8 cm.

- a) Halla la probabilidad de que un opositor elegido al azar mida más de 180 cm.
- b) Si la altura mínima requerida para superar la prueba física es de 165 cm, determina qué porcentaje de opositores no alcanzará dicha altura mínima.

7.37. La cantidad de líquido depositada por una máquina envasadora en botellas de agua mineral sigue una distribución normal de media 500 ml y desviación típica 12 ml.

- a) Calcula la probabilidad de que una botella elegida al azar contenga entre 485 ml y 515 ml.
- b) Determina el volumen de líquido C tal que el 85% de las botellas contenga una cantidad de líquido inferior a C .

7.38. El tiempo de respuesta de un servidor de internet ante las peticiones de los usuarios se comporta como una variable aleatoria normal con media 120 milisegundos y desviación típica 25 milisegundos.

- a) Calcula la probabilidad de que el tiempo de respuesta ante una petición dada sea inferior a 100 milisegundos.
- b) Calcula la probabilidad de que el tiempo de respuesta esté comprendido entre 110 ms y 150 ms.

7.39. El gerente de personal de una gran compañía requiere que los postulantes a un puesto efectúen una prueba de aptitud y que en ella obtengan una calificación mínima de 500. Si las calificaciones de la prueba se distribuyen normalmente con una media de 485 y desviación estándar de 30:

- a) ¿Qué porcentaje de postulantes aprobará la prueba?
- b) Si aquellos postulantes que obtienen una puntuación comprendida entre 471 y 499 pueden optar a una segunda oportunidad, y un total de 1200 postulantes rindió la primera prueba, ¿cuántos de los 1200 postulantes tendrán derecho a rendir la prueba por segunda vez?
- c) Determine una puntuación “ k ” correspondiente al percentil 90 de la distribución. Interprete.

B. APROXIMACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL MEDIANTE LA NORMAL. TEOREMA DE MOIVRE Y CORRECCIÓN DE YATES.

7.41. Un jugador de baloncesto encesta 4 de cada 5 tiros libres que lanza. Si esta temporada ha lanzado 90 tiros libres, calcula la probabilidad de que haya enceestado 80 o más tiros libres.

7.42. En una determinada ciudad, el 40% de los votantes apoya una medida económica local. Se selecciona una muestra aleatoria de 100 votantes.

- a) Justifica que se puede aproximar la distribución por una normal y calcula la probabilidad de que al menos 45 votantes apoyen la medida.
- b) Halla la probabilidad de que entre 35 y 50 votantes (ambos inclusive) apoyen dicha medida.

7.43. Se sabe que el 25% de las personas que acuden a un centro médico lo hacen sin cita previa. En una jornada acuden al centro 200 pacientes.

- a) Mediante la aproximación adecuada por una distribución normal, calcula la probabilidad de que acudan sin cita previa más de 60 pacientes.
- b) Calcula la probabilidad de que el número de pacientes que acudan sin cita esté comprendido entre 40 y 55.

7.44. El 15% de los productos fabricados en una línea de montaje presentan un pequeño defecto de acabado. Se inspecciona un lote de 400 artículos elegidos al azar.

- a) Calcula la probabilidad de que en el lote haya como máximo 50 artículos defectuosos, aplicando la aproximación por una distribución normal.
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que se encuentren exactamente entre 55 y 70 artículos defectuosos?

7.45. Supongamos que un tirador tiene probabilidad de 0.4 de acertar en la diana. Hallar la probabilidad de que después de realizar 20 disparos halla acertado al menos 4 lanzamientos. Hacerlo mediante la distribución binomial y la aproximación normal y comparar los resultados.

7.46. Un estudio indica que el 30% de los clientes de una gran superficie realiza sus compras utilizando tarjeta de crédito. En una hora determinada pagan en caja 150 clientes.

- a) Aproximando mediante una distribución normal, halla la probabilidad de que paguen con tarjeta de crédito entre 40 y 50 clientes (ambos incluidos).
- b) Calcula la probabilidad de que al menos 55 clientes paguen con tarjeta de crédito.

7.47. La probabilidad de que un usuario de una plataforma digital renueve su suscripción anual es del 70%. Se toma una muestra de 100 usuarios independientes.

- a) Utilizando la aproximación de la distribución binomial por la normal con la corrección de continuidad adecuada, calcula la probabilidad de que renueven la suscripción más de 75 usuarios.
- b) Calcula la probabilidad de que el número de usuarios que renuevan la suscripción esté entre 65 y 72.

7.48. Una máquina produce componentes que son defectuosos en un 10%. Se elige al azar una muestra de estos 50 componentes. Calcular las probabilidades de que a) como mucho 6 componentes estén defectuosos, b) tenga 3 o más componentes defectuosos.

7.49. Antonio lanza un dardo a una diana y acierta el centro en el 25% de sus lanzamientos. Aproximando por una distribución normal, calcula la probabilidad de que Antonio falle el centro de la diana en al menos dos terceras partes de 60 lanzamientos.

7.50. Un test de diagnóstico detecta correctamente una mutación genética en el 80% de los casos positivos. Se analiza una muestra de 100 individuos portadores de dicha mutación.

- a) Justifica la aproximación por una distribución normal y calcula la probabilidad de que el test detecte la mutación en más de 85 individuos.
- b) Halla la probabilidad de que el número de detecciones correctas se encuentre entre 75 y 84, ambos inclusive.

7.51. Se sabe que el 12% de los circuitos integrados producidos en una línea automatizada de montaje son defectuosos. Se selecciona una muestra aleatoria formada por 300 circuitos integrados.

- a) Mediante la aproximación de la distribución binomial por la normal, calcula la probabilidad de que haya como máximo 30 circuitos defectuosos.
- b) Obtén la probabilidad de que el número de circuitos defectuosos en la muestra esté comprendido estrictamente entre 32 y 42.

7.52. En una población, el 35% de las personas son donantes de sangre habituales. Se toma una muestra aleatoria de 200 habitantes de dicha población.

- a) Utilizando la aproximación adecuada por una distribución normal con la corrección de continuidad, calcula la probabilidad de que haya al menos 80 donantes de sangre en la muestra.
- b) Calcula la probabilidad de que el número de donantes esté entre 60 y 75 personas (ambas inclusive).

7.53. Un cazador o tirador deportivo tiene una probabilidad de 0,6 de hacer blanco en cada disparo. Si realiza una serie de 100 disparos independientes:

- a) Aproximando la variable discreta mediante una distribución normal, halla la probabilidad de hacer blanco en más de 65 lanzamientos.
- b) Determina la probabilidad de obtener exactamente entre 55 y 65 blancos (ambos incluidos).

7.54. Un cierto equipo electrónico está formado por 100 componentes conectados. Si cada componente tiene una probabilidad de 0.02 de romperse cuando el equipo es lanzado en un cohete, hallar la probabilidad de que al hacerlo se rompan 10 o más componentes.

7.55. Un examen tipo test consta de 38 preguntas a contestar verdadero o falso. El examen se aprueba si se contesta correctamente al menos 20 preguntas. Un alumno responde al examen lanzando al aire una moneda y contestando verdadero si sale cara y falso si sale cruz. Halla a) La probabilidad de aprobar el examen b) Probabilidad de acertar más de 24 y menos de 31.

7.56. Lanzamos una moneda trucada 400 veces. Halla la probabilidad de que el número de caras esté entre 180 y 220 si la probabilidad de cara es $\frac{3}{4}$.

C. DISTRIBUCIÓN DE LA VARIABLE MEDIA MUESTRAL.

7.61. La variable altura de las alumnas que estudian en una escuela de idiomas sigue una distribución normal de media 1'62 m y la desviación típica 0'12 m. Se toma una muestra aleatoria de 100 alumnas.

- a) Escribe la distribución de la variable altura media.
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que la altura media de la muestra aleatoria de 100 alumnas sea mayor que 1'60 m?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que la altura media de la muestra aleatoria se situé entre 1'60 m y 1'65 m?

7.62. La duración de la bombillas de 100 W que fabrica una empresa sigue una distribución normal con desviación típica de 210 horas de duración. Su vida media está garantizada durante 800 horas. Se escoge al azar una muestra de 100 bombillas,

- a) Escribe la distribución de la variable duración media.
- b) Calcula la probabilidad de que la vida media muestral de las bombillas sea mayor que 780 horas.
- c) Calcula la probabilidad de que la vida media muestral de las bombillas esté entre las 790 y las 805 horas.

7.63. La vida de los habitantes de un determinado lugar se distribuyen mediante una distribución normal de media 75 años y desviación típica de 20 años. Se toma una muestra aleatoria simple de 25 habitantes de ese lugar:

- a) Escribe la distribución de la variable altura media.
- b) Calcula la probabilidad de que la media muestral esté por encima de los 80 años.
- c) Calcula la probabilidad de que la media muestral se sitúe entre los 67 y los 75 años.

7.64. Un camión registra diariamente el número de km que hace. Estas distancias se distribuyen mediante una ley normal de media 450 km y desviación típica de 100 km. Si tomamos una muestra de 16 días,

- a) Escribe la distribución de la variable distancia media recorrida diariamente.
- b) Calcula la probabilidad de que la distancia media muestral esté por debajo de los 440 km.
- c) Calcula la probabilidad de que la distancia media muestral esté entre los 430 km y los 470 km.

7.65. Las notas finales de lengua y literatura de los alumnos de 2º Bachillerato en un instituto se distribuyen mediante una ley normal de media 4'75 y desviación 2'25 Tomada una muestra de 25 alumnos,

- a) Escribe la distribución de la variable puntuación media de la muestra.
- b) Calcula la probabilidad de que la puntuación media sea de al menos 5.
- c) Calcula la probabilidad de que la puntuación media se sitúe entre el 5 y el 7.

7.66. El recibo mensual de los móviles de un grupo de 36 alumnos de 2º Bachillerato se distribuye mediante una normal de media 15 € y desviación típica 12 €.

- a) Escribe la distribución de la variable recibo medio de la muestra.
- b) Calcula la probabilidad de que el recibo medio sea inferior a 10 euros.
- c) Calcula la probabilidad de que el recibo medio esté entre 12 y 18 euros.

7.67. El número de alumnos de un centro escolar se distribuye de año en año mediante una ley normal de media 700 alumnos y desviación típica 125 alumnos. Se toma una muestra de 100 alumnos,

- a) Escribe la distribución de la variable número medio de alumnos de la muestra.
- b) Calcula la probabilidad de que el número medio de alumnos sea inferior a 675.
- c) Calcula la probabilidad de que el número medio de alumnos sea al menos de 755.
- d) Calcula la probabilidad de que el número medio de alumnos se sitúe entre 685 y 715.

7.68. La velocidad de un turismo en un circuito a máxima potencia se distribuye mediante una normal de media 120 km/h y una desviación de 30 km/h. Se toman 16 pruebas sobre el mismo recorrido.

- a) Escribe la distribución de la variable velocidad media de la muestra.
- b) Calcula la probabilidad de que la velocidad media sea inferior a 100 km/h.
- c) Calcula la probabilidad de que la velocidad media sea al menos de 145 km/h.
- d) Calcula la probabilidad de que la velocidad media se sitúe entre 110 km/h y 130 km/h.

7.69. La vida de un determinado tipo de lavadora presenta normalidad de media 5 años y desviación típica 2'5 años. Se toma una muestra de 25 lavadoras,

- a) Escribe la distribución de la variable vida media de la muestra.
- b) Calcula la probabilidad de que la vida media sea superior a 6'25 años.
- c) Calcula la probabilidad de que la vida media sea inferior a 3 años.
- d) Calcula la probabilidad de que la vida media se sitúe entre 4 y 6 años.

LA WEB DEL
PROFE DE MATES