2 º BACH. – MATEMÁTICAS AP.CCSS II

PROBABILIDAD. SUCESOS. PROPIEDADES. TEOREMA DE LA PROBABILIDAD COMPUESTA, TOTAL Y BAYES

UNIDAD 5

A. EXPERIMENTOS ALEATORIOS Y DETERMINISTAS. ESPACIO MUESTRAL Y SUCESOS. OPERACIONES CON SUCESOS. SUCESOS COMPATIBLES E INCOMPATIBLES.

5.1. Determina cuáles de los siguientes experimentos son aleatorios y cuáles deterministas:

a) Se pregunta a personas por encuesta sobre el número de hijos que tienen.

b) Velocidad con la que llega al suelo un cuerpo de 2 kg que se deja caer desde 3 m de altura.

c) Lanzamiento de un dado de seis caras y anotación del resultado.

d) Número de lanzamientos de un dado de seis caras hasta obtener un seis.

e) Anotación de la altura de cuatro alumnos al azar de 1º ESO.

f) Lanzamiento de una moneda y un dado de seis caras y anotación del resultado.

5.2. Escribe el espacio muestral de los siguientes experimentos aleatorios:

a) Lanzamiento de un dado de seis caras y anotación del resultado.

b) Lanzamiento de una moneda y anotación del resultado.

c) Lanzamiento de una moneda y un dado de seis caras y anotación del resultado.

d) Lanzamiento de una moneda sucesivamente dos veces y anotación del resultado.

e) Lanzamiento de una moneda sucesivamente tres veces y anotación del número de caras obtenidas.

f) Extracción de una bola de una urna compuesta por bolas azules, rojas y negras.

g) Extracción sucesivamente y sin reemplazamiento de dos bolígrafos de una bolsa con dos bolígrafos rojos, uno negro y tres verdes.

5.3. Escribe el espacio muestral de los siguientes experimentos aleatorios:

a) Lanzamiento de tres monedas, una después de otra.

b) Extracción de una bola de una urna compuesta por bolas azules, rojas y negras.

c) Extracción sin reemplazamiento de dos bolígrafos sucesivamente de una bolsa con dos bolígrafos rojos, uno negro y tres verdes.

d) Extracción de dos cartas de una baraja sin reemplazamiento y anotación del número de la carta.

5.4. Se lanzan dos dados, uno después del otro y se anotan los resultados. Escribe los siguientes sucesos asociados:

a) A = "La suma de los resultados es par".

b) B = "La suma de los resultados es impar y los dados no son mayores que 4"

c) C = "La suma de los resultados es al menos 4 y menos de 7".

d) D = "Se obtiene al menos un 9 en el resultado de la suma".

5.5. Se lanza una moneda sucesivamente cuatro veces y se anota lo que sale en cada lanzamiento:

a) Escribe el suceso: A = "La suma de las "caras" es par".

b) Escribe el suceso: B = "La suma de las "cruces" es superior a la suma de las "caras".

c) Escribe el suceso: C = "No se obtienen "caras".

d) Escribe el suceso: D = "Se obtiene al menos una "cruz".

5.6. Se consideran los siguientes sucesos de un cierto experimento aleatorio en que el espacio muestral es $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$.

$A = \{1\}$ $B = \{2, 3\}$ $C = \{1, 2, 4\}$ $D = \{3, 4\}$

Calcula los siguientes sucesos:

a) $A \cap C$ b) $A \cup C$ c) B^c d) $B^C \cup C$ e) $A^c \cup C$

f) $(A \cup B)^C$ g) $D \cap (A \cup B^C)$ h) $A^C \cup (B \cap D)$ i) $(A \cup B)^C \cap (C \cap D)$

5.7. Se consideran los siguientes sucesos de un cierto experimento aleatorio en que el espacio muestral es $\Omega = \{a, b, c, d, e, f\}$.

$A = \{a, b\}$ $B = \{c, d\}$ $C = \{a, c, d, e\}$ $D = \{e, f\}$

Calcula los siguientes sucesos:

a) $A \cap B$ b) $A \cup B$ c) A^c d) $B^C \cap C$ e) $A^c \cap C$

f) $(A \cup C)^C$ g) $D \cap (A \cup B)$ h) $A \cup (B \cap D)$ i) $(A \cup B^C) \cap (C \cap D)^c$

5.8. En un experimento aleatorio se consideran dos sucesos, A y B. Se sabe que:

$$P(A) = 0{,}6 \qquad P(B) = 0{,}4 \qquad P(A \cup B) = 0{,}8$$

Se pide:

a) Determina si los sucesos A y B son incompatibles. Justifica la respuesta.

b) Calcula la probabilidad del suceso contrario de la intersección, es decir, $P(\overline{A \cap B})$.

5.9. Se consideran los siguientes sucesos sobre el experimento aleatorio sobre el lanzamiento de un dado.

A = "obtener al menos dos caras" B = "No obtener caras"

C = "obtener al menos una cruz" D = "Obtener más caras que cruces"

Determina cuáles de los anteriores sucesos son compatibles y cuáles de ellos incompatibles.

5.10. Sea un experimento aleatorio en el que el espacio muestral viene definido por Ω = {a, b, c, d, e}. Sean los sucesos: A = {a, b}; B = {a, b, e} ; C = {c, d, e}; D = {b, c, d}

¿cuáles de los anteriores sucesos son compatibles y cuáles de ellos incompatibles?

LA WEB DEL PROFE DE MATES

B. REGLA DE LAPLACE Y PROPIEDADES DE LA PROBABILIDAD.

5.11. En una bolsa hay 10 bolas numeradas del 1 al 10. Las bolas con número primo $(2,3,5,7)$ son rojas, mientras que el resto de las bolas son azules. Extraemos una bola al azar.

Calcula las siguientes probabilidades aplicando la regla de Laplace y las propiedades de la probabilidad:

a) Obtener una bola de color rojo.

b) Obtener una bola con un número par o de color azul.

c) Obtener una bola que no sea roja ni tenga un número mayor que 6.

5.12. Se extrae una carta de una baraja española (carta de 40 cartas). Calcula:

a) Probabilidad de que salga rey.

b) Probabilidad de que no salga rey.

c) Probabilidad de que salga de oros y figura.

d) Probabilidad de que salga de oros o figura.

5.13. Se lanzan dos dados distinguibles. Calcula:

a) Probabilidad de que salga al menos un 6.

b) Probabilidad obtener una suma de los dados de 5.

c) Probabilidad de que la suma de los dados sea al menos 8.

d) Probabilidad de que la suma de los dados salga par.

5.14. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:

a) Probabilidad de haber nacido en Lunes.

b) Probabilidad de que una persona elegida al azar cumpla los años el mismo día que tú.

c) Probabilidad de haber nacido en fin de semana.

d) Probabilidad de que una persona al azar haya nacido el mismo día del mes que tú.

5.15. Se lanza una moneda tres veces consecutivas. Calcula:

a) Probabilidad de obtener tres caras.

b) Probabilidad de obtener más caras que cruces.

c) Probabilidad de obtener al menos una cruz.

d) Probabilidad de no obtener cruces.

5.16. De una bolsa con tres bolas rojas, dos azules y una blanca se extrae una bola. Calcula:

a) Probabilidad de obtener bola roja

b) Probabilidad de obtener bola blanca.

c) Probabilidad de obtener no obtener bola azul

d) Probabilidad de no obtener bola roja.

5.17. Se lanza una moneda y un dado de seis caras a la vez. Calcula:

a) Probabilidad de obtener cara e impar.

b) Probabilidad obtener cruz.

c) Probabilidad de obtener al menos un tres y cara.

d) Probabilidad de obtener par y cruz.

5.18. Se sabe que al lanzar un dado trucado de cuatro caras se obtiene "1" con probabilidad 0´3; se obtiene un "2" con probabilidad 0´1; y se obtiene "3" con probabilidad 0´15. Calcula la probabilidad de obtener "4".

5.19. En una clase de segundo de bachillerato hay 10 chicos y 10 chicas, la mitad de las chicas y la mitad de los chicos han optado por la asignatura de Biología, calcular la probabilidad de que, elegido un alumno al azar de esa clase, 1) sea chico o haya elegido Biología; 2) sea chica y no haya elegido Biología.

5.20. Sean A y B dos sucesos de un mismo experimento aleatorio con probabilidades $P(A) = 0{,}5$, $P(B) = 0{,}6$ y $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0{,}7$. Se pide:

a) Justifica formalmente si los sucesos A y B son compatibles o incompatibles mediante el cálculo de $P(A \cap B)$ aplicando las leyes de De Morgan.

b) Calcula la probabilidad de que ocurra exactamente uno de los dos sucesos, es decir, $P\left((A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B)\right)$.

5.21. Una urna contiene 5 bolas blancas, 3 bolas negras y 2 bolas rojas. Se extraen simultáneamente (o consecutivamente sin reemplazamiento) tres bolas al azar de la urna. Se pide:

a) Aplica la regla de Laplace y las propiedades combinatorias/probabilísticas para determinar la probabilidad de que las tres bolas sean del mismo color.
b) Calcula la probabilidad de obtener al menos una bola blanca entre las tres extraídas.

C. PROBABILIDAD Y DIAGRAMAS DE VENN.

5.31. Sean los sucesos A y B de los que se sabe que sus probabilidades son respectivamente 1/3 y 1/5. Si la probabilidad de la unión de los dos sucesos es 7/15, calcula:

a) La probabilidad de que se verifiquen ambos sucesos a la vez.
b) La probabilidad de que no ocurra A.
c) La probabilidad de que ocurra A pero no B.
d) La probabilidad de que ocurra B pero no A.
e) La probabilidad de que no ocurra ni A ni B.

5.32. Se sabe que, en un determinado pueblo, la probabilidad de que una persona elegida al azar sea simpatizante del R.Madrid es del 75 % y de que sea simpatizante del At.Madrid

es del 55 %. Si se sabe que hay un 95 % de simpatizantes de al menos uno de los dos equipos, calcula:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona sea simpatizante de los dos equipos a la vez?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que la persona sea simpatizante del R.Madrid pero no del At.Madrid?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que la persona sea simpatizante del At.Madrid pero no del R.Madrid?

5.33. En una academia de idiomas se imparte chino y francés. El 65% de los estudiantes matriculados cursa chino (C), el 40% cursa alemán (I) y el 15% no cursa ninguno de los dos idiomas. Se pide:

a) Representa la situación mediante los datos correspondientes con un diagrama de Venn y calcula la probabilidad de que un estudiante elegido al azar curse ambos idiomas,

b) Calcula la probabilidad de que un estudiante curse únicamente uno de los dos idiomas, chino o alemán, pero no los dos.

5.34. En un centro de investigación, el 60% del personal utiliza el sistema informático A, el 50% utiliza el sistema B y el 20% no utiliza ninguno de los dos sistemas. Se pide:

a) Representa mediante diagramas de Venn las regiones del espacio muestral asociadas a las distintas combinaciones de uso de los sistemas.

b) Calcula la probabilidad de que un investigador seleccionado al azar utilice el sistema A sabiendo que no utiliza el sistema B, es decir, $P(A \mid \overline{B})$.

5.35. Se elige una persona al azar para encuestarlo en un hospital. Se sabe que la probabilidad de que sea mujer es 0´53, la de que sea mayor de edad es 0´75 y la de que sea mujer y no sea mayor de edad es 0,14. Calcula:

a) ¿Cuál es la probabilidad de la persona sea un hombre?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que la persona sea menor de edad?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que la persona sea mujer o mayor de edad?
d) ¿Cuál es la probabilidad de que la persona sea mayor de edad y hombre?
e) ¿Cuál es la probabilidad de que la persona sea hombre y menor de edad?

5.36. La probabilidad de que una persona al azar hable inglés es de 0´32 y la de que hable francés es de 0´15. Sabiendo que la probabilidad de que hable los dos idiomas es 0´1, calcula:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona al azar sepa algún idioma?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona al azar no sepa inglés?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona al azar no sepa ni inglés ni francés?

5.37. En el arcén de una determinada carretera, las probabilidades de que un coche parado en este arcén tenga los neumáticos muy gastados es de 0,23 y de que tenga los faros defectuosos es de 0,24. También sabemos que la probabilidad de que un coche parado en este arcén tenga los neumáticos muy gastados o bien los faros defectuosos es de 0,38. Calcula la probabilidad de que un coche parado en ese arcén,

a) Tenga los neumáticos muy gastados y los faros defectuosos.
b) No tenga ninguna de las dos averías.

5.38. Si una persona va un día a su dentista, supongamos que la probabilidad de que sólo le limpie la dentadura es de 0,44; la probabilidad de que sólo le tape una caries es de 0,24 y la probabilidad de que le limpie la dentadura y le tape una caries es de 0,08; calcular la probabilidad de que un día de los que va a su dentista, éste:

a) Le limpie la dentadura o bien le tape una caries,
b) ni le limpie la dentadura ni le tape una caries.

D. PROBABILIDAD CONDICIONADA. SUCESOS INDEPENDIENTES.

5.41. Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio con P(A) = 1/2 ; P(B) = 1/3 y P(A∩B) = 1/4. Determina:

$$a)\ P(A/B) \qquad b)\ P(B/A) \qquad c)\ P(A \cup B) \qquad d)\ P(A^c \cup B^c) \qquad e)\ P(Ac \cap Bc)$$

5.42. Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio con P(A) = 1/3 ; P(B) = 1/4 y P(A∩B) = 1/5. Determina:

$$a)\ P(A/B) \qquad b)\ P(B/A) \qquad c)\ P(A \cup B) \qquad d)\ P(A^c\ /\ B) \qquad e)\ P(B^c\ /\ A)$$

5.43. Sea un experimento aleatorio en el que dos sucesos A y B tienen probabilidades 1/5 y 1/2 respectivamente. Halla la probabilidad de los sucesos A∩B y A∪B si los sucesos A y B son independientes.

5.44. Sean A y B dos sucesos asociados a un mismo experimento aleatorio, tales que:

$$P(A) = 0{,}5 \qquad P(B) = 0{,}4 \qquad P(A \mid B) = 0{,}75$$

Se pide:

a) Calcula la probabilidad de la intersección, $P(A \cap B)$.

b) Calcula la probabilidad de la unión, $P(A \cup B)$.

c) Razona si los sucesos A y B son independientes.

5.45. Sean A y B dos sucesos de un espacio probabilístico tales que

$$P(A) = 0{,}4 \qquad P(B \mid A) = 0{,}25 \qquad P(A \cup B) = 0{,}7.$$

Se pide:

a) Calcula $P(A \cap B)$ y determina el valor de $P(B)$.

b) Demuestra razonadamente si los sucesos A y B son independientes.

c) Calcula $P(\overline{A} \mid \overline{B})$.

LA WEB DEL PROFE DE MATES

5.46. De una urna con tres bolas rojas, dos negras y una blanca se extraen dos bolas sucesivamente y sin reemplazamiento. Calcula:

a) La extracción de la primera y la segunda bola, ¿son independientes? Argumenta tu respuesta.
b) Realiza un diagrama de Venn que describa al experimento con sus probabilidades.
c) Probabilidad de que la segunda bola sea roja si la primera fue negra.
d) Probabilidad de que la segunda bola sea negra si la primera fue blanca.

5.47. El 70 % de los alumnos de segundo de Bachillerato aprobaron Matemáticas y el 60 % aprobaron filosofía. Si el 80 % de los alumnos aprobaron Matemáticas y filosofía, calcula:

a) Los sucesos “Aprobar Matemáticas” y “Aprobar Filosofía” son independientes. Da una argumentación a tu respuesta.
b) Realiza un diagrama de Venn que describa al experimento con sus probabilidades.
c) Porcentaje de alumnos que aprobaron las dos materias.
d) Si cierta alumna aprobó filosofía, ¿qué probabilidad tiene de haber aprobado Matemáticas?

5.48. En una ciudad, el 40 % de la población tiene cabello castaño, el 25 % tiene ojos castaños y el 15 % tiene cabellos y ojos castaños. Se escoge una persona al azar:

a) El color del pelo y de los ojos, ¿son independientes? Argumenta tu respuesta.
b) Realiza un diagrama de Venn que describa al experimento con sus probabilidades.
c) Si tiene los ojos castaños, ¿cuál es la probabilidad de que tenga también ojos castaños?
d) Si tiene ojos castaños, ¿cuál es la probabilidad de que no tenga cabellos castaños?

5.49. En un aula hay 100 alumnos de los cuales 40 son chicos, 30 usan gafas y 15 son chicos y usan gafas. Se escoge una persona al azar:

a) El hecho del género y el uso de gafas, ¿es dependiente? Argumenta tu respuesta.
b) Realiza un diagrama de Venn que describa al experimento con sus probabilidades.
c) ¿Cuál es la probabilidad de que sea mujer y no use gafas?
d) Si no usa gafas, ¿cuál es la probabilidad de que sea hombre?
e) Si usa gafas, cuál es la probabilidad de que sea mujer?

5.50. Se lanza un dado de seis caras numeradas del 1 al 6, si el número obtenido es menor de 3, se extrae una bola de una urna U1 que contiene 4 bolas blancas y 3 rojas; si el número es mayor o igual a 3 se extrae una bola de una urna U2 que contiene 2 bolas blancas y 6 rojas. Calcular la probabilidad de que:

a) Habiendo salido un 5, salga una bola blanca.
b) Salga un 5 y que la bola sea roja.

5.51. Sea un experimento aleatorio en el que el suceso A tiene probabilidad 0´25; la probabilidad de que se presente a la vez A y otro suceso B es 0´1; mientras que la probabilidad de que se presenten A o B es 0´8. Determinar si A y B son compatibles y si son independientes.

5.52. En un pueblo se sabe que al 80 % les gusta la música pop; también se sabe que al 50 % les gusta la música clásica; si al 40 % les gustan todos los estilos de música, determinar si los sucesos "Gustar la música pop" y "Gustar la música clásica" son compatibles y si son independientes.

5.53. En un grupo de personas sabemos que el 50 % hacen deporte diariamente; El 40 % fuma; y el 30 % hace deporte y no fuma. Calcula numéricamente si los sucesos "Fumar" y "Hacer deporte diariamente" son compatibles y si son independientes.

5.54. En un hospital que trata una única enfermedad sabemos que el 85 % de los pacientes sanan; al 80 % les damos un determinado medicamento; y el 15 % sanan sin darles el medicamento. Calcula numéricamente si los sucesos "Sanar" y "Dar el medicamento" son compatibles y si son independientes.

E. DIAGRAMAS DE ÁRBOL. TEOREMA DE LA PROBABILIDAD COMPUESTA. TEOREMA DE LA PROBABILIDAD TOTAL Y TEOREMA DE BAYES.

5.61. Tenemos una moneda trucada de forma que la probabilidad de salir cara es 1/3, y dos urnas A y B. La urna A contiene 12 bolas blancas, 20 rojas y 5 negras, y la urna B contiene 15 bolas blancas, 18 negras y 4 rojas. Realizamos el experimento aleatorio consistente en lanzar la moneda y si sale cara extraemos una bola de la urna A, si sale cruz la extraemos de la urna B.

a) Halla la probabilidad de extraer una bola blanca.
b) Halla la probabilidad de extraer una bola de la urna A que no sea roja.

5.62. Una empresa textil produce camisetas en tres factorías diferentes: F_1, F_2 y F_3. La factoría F_1 produce el 45% del total, F_2 el 30% y F_3 el 25%. Se sabe que el porcentaje de camisetas defectuosas (D) en cada factoría es del 2% en F_1, del 3% en F_2 y del 5% en F_3. Se elige una camiseta al azar del total de la producción:

a) Dibuja el diagrama de árbol asociado al experimento indicando todas las probabilidades.
b) Calcula la probabilidad de que la camiseta elegida sea defectuosa.
c) Sabiendo que la camiseta resulta ser defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido fabricada en la factoría F_1?

5.63. En un laboratorio de análisis de datos hay tres servidores de computación: S_1, S_2 y S_3. El servidor S_1 procesa el 50% de las tareas, S_2 procesa el 30% y S_3 el 20%. La probabilidad de que una tarea sufra un error de ejecución (E) es del 1% en S_1, del 2% en S_2 y del 5% en S_3. Se pide:

a) Construye el diagrama de árbol probabilístico correspondiente y calcula la probabilidad de que una tarea elegida al azar finalice con un error de ejecución.
b) Sabiendo que una tarea ha finalizado con un error de ejecución, calcula la probabilidad de que haya sido procesada por el servidor S_3.

5.64. En una clase de segundo de Bachillerato compuesta por el 55% de chicos y el resto de chicas, practica el balonmano el 40% de los chicos y una de cada cuatro chicas. Si elegimos al azar un alumno de la clase,

a) ¿cuál es la probabilidad de que practique balonmano?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que practique balonmano y sea chica?
c) Si resulta que no practica balonmano, ¿cuál es la probabilidad de que sea chica?

5.65. En una empresa dedicada al alquiler de vehículos, el 60% de la flota son coches de gasolina, el 30% son híbridos y el 10% son eléctricos. Se sabe que el 5% de los coches de gasolina, el 2% de los híbridos y el 1% de los eléctricos sufren alguna avería (A) a lo largo del año. Se selecciona un vehículo al azar de la flota:

a) Dibuja el diagrama de árbol asociado indicando todas las probabilidades.
b) Calcula la probabilidad de que el vehículo seleccionado sufra una avería en el año.
c) Sabiendo que el vehículo seleccionado ha sufrido una avería, calcula la probabilidad de que sea un coche de gasolina.

5.66. Una empresa fabrica componentes electrónicos mediante tres máquinas A, B y C. La máquina A produce el 45% del total de componentes, la máquina B el 30% y la máquina C el 25%. Se sabe que la probabilidad de que un componente sea defectuoso (D) es del 1% si procede de A, del 2% si procede de B, y del 3% si procede de C. Se elige un componente al azar:

a) Elabora un diagrama de árbol que represente la situación planteada.
b) Calcula la probabilidad de que el componente elegido sea defectuoso.
c) Si el componente resulta ser defectuoso, calcula la probabilidad de que haya sido fabricado por la máquina C.

5.67. En la sala de pediatría de un hospital, el 60% de los pacientes son niñas. De los niños el 35% son menores de 24 meses. El 20% de las niñas tienen menos de 24 meses. Un pediatra que ingresa a la sala selecciona un infante al azar.

a) Calcule la probabilidad de que un paciente sea niña y de más de 24 meses.
b) Determine el valor de la probabilidad de que sea menor de 24 meses.
c) Si el infante resulta ser menor de 24 meses. Determine la probabilidad que sea una niña.

5.68. En una población el 60% de los individuos son mujeres (M) y el 40% son hombres (H). El 10% de las mujeres practica algún deporte de montaña (S), mientras que entre los hombres esta cifra asciende al 20%. Se elige una persona al azar:

a) Modela el experimento mediante un diagrama de árbol indicando las probabilidades asociadas.

b) Calcula la probabilidad de que la persona elegida practique algún deporte de montaña.

c) Sabiendo que la persona elegida practica un deporte de montaña, calcula la probabilidad de que sea mujer.

5.69. En un estudio de mercado se analiza el comportamiento de los clientes de una gran superficie. El 70% de los clientes realiza el pago con tarjeta de crédito (T) y el 30% restante paga en efectivo. De los clientes que pagan con tarjeta, el 80% realiza compras superiores a 50 euros (S). Entre los clientes que pagan en efectivo, solo el 40% realiza compras superiores a 50 euros. Se elige un cliente al azar:

a) Calcula la probabilidad de que el cliente realice una compra superior a 50 euros.

b) Sabiendo que un cliente ha realizado una compra de importe no superior a 50 euros ($\overline{S}$), determina la probabilidad de que haya pagado con tarjeta de crédito.

5.70. En un hospital se realiza una prueba diagnóstica para detectar una determinada enfermedad (E) que padece el 2% de la población. La prueba da un resultado positivo ($+$) en el 95% de las personas enfermas, mientras que da un resultado falso positivo (resultado positivo en una persona sana, $\overline{E}$) en el 3% de las personas no enfermas. Se selecciona un individuo al azar de dicha población:

a) Calcula la probabilidad de que la prueba dé un resultado positivo, $P(+)$.

b) Si el resultado de la prueba ha sido positivo, calcula la probabilidad de que la persona seleccionada esté realmente enferma.

5.71. El problema de los repartos: B.Pascal – P.Fermat. Dos jugadores A y B apuestan en un cierto juego equitativo 32 euros cada uno. El juego se desarrolla por partidas y gana la apuesta el primero que consiga cinco partidas. Cuando el primero ha ganado tres partidas el segundo dos, el juego se interrumpe. ¿Cómo hay que repartir las cantidades apostadas para ser justos?

5.72. Una consultora tecnológica dispone de tres sedes: A, B y C. En la sede A trabaja el 50% de los empleados, en la sede B el 30% y en la sede C el 20%. Se conoce que el porcentaje de empleados que teletrabaja (TT) es del 40% en la sede A, del 50% en la sede B y del 70% en la sede C. Se selecciona un empleado al azar:

a) Calcula la probabilidad de que el empleado sea de la sede C y no teletrabaje.

b) Calcula la probabilidad de que el empleado seleccionado teletrabaje.

c) Sabiendo que el empleado seleccionado teletrabaja, calcula la probabilidad de que pertenezca a la sede A.

5.73. En un centro deportivo, el 55% de los socios son adultos, el 30% son jóvenes y el 15% son infantiles. Practican natación (N) el 20% de los adultos, el 40% de los jóvenes y el 60% de los infantiles. Se elige un socio al azar:

a) Representa el problema mediante un diagrama de árbol probabilístico.

b) Calcula la probabilidad de que el socio elegido practique natación, $P(N)$.

c) Si el socio elegido practica natación, calcula la probabilidad de que sea un socio infantil.

5.74. En un instituto tenemos alumnos que proceden de tres barrios A, B y C. El 20% proceden del barrio A, el 30% del barrio B y el resto del barrio C. De los alumnos del barrio A el 80% estudian 1º de bachillerato y el resto 2º de bachillerato; del barrio B el 50% están en 1º y resto en 2º; y por último del barrio C el 60% estudian primer curso y el resto en 2º. Se pide:

a) Probabilidad de que un alumno elegido al azar sea del barrio C y estudie 1º Bachillerato.
b) Probabilidad de elegido un alumno al azar, éste sea de 2º curso
c) Seleccionamos un alumno al azar y sabemos que es de primer curso ¿Probabilidad de que su procedencia sea del barrio B?

5.75. En una agencia de viajes se analiza la reserva de vuelos. El 65% de los viajeros reserva vuelos nacionales (N) y el 35% reserva vuelos internacionales. De las personas que reservan vuelos nacionales, el 10% contrata un seguro de cancelación (C). En el caso de los vuelos internacionales, el 60% contrata dicho seguro de cancelación. Se elige un cliente al azar de la agencia:

a) Calcula la probabilidad de que el cliente haya reservado un vuelo internacional pero no un seguro de cancelación.

b) Calcula la probabilidad de que el cliente haya contratado un seguro de cancelación.

c) Si un cliente no ha contratado el seguro de cancelación ($\overline{C}$), ¿cuál es la probabilidad de que haya reservado un vuelo internacional?

5.76. Un Doctor dispone de tres equipos electrónicos para realizar ecosonogramas. El uso que le da a cada equipo es de 25% al primero, 35% el segundo en y 40% el tercero. Se sabe que los aparatos tienen probabilidades de error de 1%, 2% y 3% respectivamente.

a) ¿Qué probabilidad hay de que un ecosonograma al azar se haya realizado con el segundo aparato y tenga error.
b) ¿Qué probabilidad hay de que, tomado un ecosonograma al azar, tenga error?
c) Un paciente busca el resultado de una ecosonograma y observa que tiene un error. Determine la probabilidad de que se ha usado el primer aparato.

5.77. Dos enemigos A y B, van a participar en un duelo de pistola. Cada uno tiene una sola bala en la recámara. Si el que dispara primero acierta, su oponente muere en el acto y es incapaz de devolver el disparo. A es "rápido en sacar" y tiene una probabilidad 0´6 de disparar primero. Sin embargo, no tiene buena puntería, y la probabilidad de matar a su oponente es 0´4 cuando dispare, mientras que B tiene una probabilidad de 0´5 de matar a su oponente cuando dispare. Calcular:

a) Probabilidad de que ambos sobrevivan al duelo.
b) Probabilidad de que A sobreviva.
c) Probabilidad de que A haya sacado primero si se sabe que ha sobrevivido.

5.78. En una determinada granja de patos en la que sólo hay dos tipos, uno con pico rojo y otro con pico amarillo, se observa que: el 40% son machos y con pico amarillo, el 20% de todos lo patos tienen el pico rojo, el 35% de los patos que tienen el pico rojo son machos, mientras que sólo el 15% de los machos tienen el pico rojo.

a) Elegido un pato al azar, calcular la probabilidad de que sea macho.
b) Si el pato elegido ha sido hembra, ¿cuál es la probabilidad de que tenga el pico rojo?

5.79. Tenemos dos dados no trucados de seis caras, uno azul y uno rojo. Las caras están numeradas del 1 al 6. En un determinado juego, lanzamos los dos dados. Para calcular la puntuación obtenida, se sigue el siguiente procedimiento: si el numero obtenido en el dado azul es par, se le suma el doble del número obtenido en el dado rojo; si el numero obtenido en el dado azul es impar, se le suma el número obtenido en el dado rojo. Se pide:

a) Calcular la probabilidad de obtener una puntuación de 10. Calcular la probabilidad de obtener una puntuación impar.
b) Calcular la probabilidad de haber obtenido un numero par en el dado azul sabiendo que la puntuación final ha sido 8. Calcular la probabilidad de haber obtenido un número impar en el dado rojo sabiendo que la puntuación final ha sido un número par.

5.80. El 42% de la población activa de cierto país, está formada por mujeres. Se sabe que el 24% de las mujeres y el 16% de los hombres está en paro.

a) Elegida una persona al azar de la población activa de ese país, calcula la probabilidad de que esté en paro.
b) Si hemos elegido una persona con trabajo, ¿Cuál es la probabilidad de que sea hombre?

5.81. Una caja contiene tres monedas. Una moneda es normal, otra tiene dos caras y la tercera está trucada de forma que la probabilidad de obtener cara es 1/3. Las tres monedas tienen igual probabilidad de ser elegidas.

a) Se elige al azar una moneda y se lanza al aire, ¿cuál es la probabilidad de que salga cara?
b) Si lanzamos la moneda trucada dos veces, ¿cuál es la probabilidad de que salga una cara y una cruz?

5.82. Se ha realizado una encuesta a un grupo de estudiantes de bachillerato. Entre las conclusiones está que un 40% han recibido clases de informática. Además, el 80% de aquellos que han recibido clases de informática tienen ordenador en casa. También que un 10% de los estudiantes a los que se les pasó la encuesta tienen ordenador en casa y no han recibido clases de informática. Elegido al azar un estudiante encuestado, calcular la probabilidad de que:

a) Tenga ordenador en casa.
b) Tenga ordenador en casa y haya recibido clases de informática.
c) Haya recibido clases de informática, sabiendo que tiene ordenador en casa.

5.83. Una novela tiene tres partes. La primera parte tiene 125 páginas y el 85% de ellas no tiene ningún error. La segunda parte tiene 150 páginas y de ellas el 10% tiene algún error. El 95% de las 175 páginas de la tercera parte no tienen ningún error.

a) Elegida una página de esa novela al azar, ¿cuál será la probabilidad de que tenga algún error?
b) Elegida una página sin errores, ¿cuál será la probabilidad de que sea de la primera parte?

5.84. Las muestras de vidrio de un laboratorio se colocan en paquetes pequeños y ligeros o en paquetes grandes y pesados. Supongamos que el 2% y el 1% de las muestras que son enviadas en paquetes pequeños y grandes, respectivamente, se rompen durante el trayecto a su destino. Si el 60% de las muestras se envían en paquetes pequeños, y el 40% en paquetes grandes.

a) ¿Cuál es la proporción de muestras que se romperán durante el envío?
b) Suponed que nos dicen que se ha roto un paquete, ¿cuál es la probabilidad de que el paquete sea grande?
c) ¿Cuál es la probabilidad de enviar dos paquetes pequeños y que no se rompa ninguno?

5.85. Si un alumno estudia poco tiene una probabilidad de aprobar del 0,4; si estudia regular de un 0,6 y si estudia bastante (nunca es mucho) tiene una probabilidad de aprobar del 0,9. Sabiendo que un alumno estudia poco, regular y bastante con probabilidades 0,3; 0,5 y 0,2.

a) Calcular la probabilidad de que un alumno cualquiera apruebe.
b) Si un alumno ha suspendido el examen, ¿cuál es la probabilidad de que haya estudiado poco?
c) Calcular la probabilidad de que de 3 alumnos que estudian poco, no apruebe ninguno.

5.86. Un juego de dados tiene las siguientes reglas:

- Se tiran dos dados equilibrados, numerados del 1 al 6, hasta que sumen 4 o 7.
- Si suman 4 gana el tirador, mientras que pierde si la suma es 7.

Determine la probabilidad de ganar dicho juego.

5.87. El juego del rey de la pista. Tres equipos de baloncesto A, B, C juegan del siguiente modo un campeonato. Primero juegan A y B: el que gana juega con C. Si vuelve a ganar el primero, éste se lleva la copa y el campeonato se acaba. Si gana C, entra el que había salido y juegan del mismo modo; es decir, el campeonato termina cuando uno de los equipos ha ganado dos veces seguidas. Si los tres equipos técnicamente tienen la misma probabilidad de ganar en cada partido, calcula la probabilidad de cada uno de ellos de ganar el campeonato.

LA WEB DEL PROFE DE MATES