

A. FUNCIÓN OBJETIVO Y RESTRICCIONES EN UN PROBLEMA DE PROGRAMACIÓN LINEAL.

4.1. Una compañía aérea ofrece dos tipos de trayectos, A y B . Cada trayecto de tipo A requiere 2 pilotos y 4 auxiliares de vuelo. Cada trayecto de tipo B requiere 2 pilotos y 2 auxiliares de vuelo. La compañía dispone como máximo de 20 pilotos y 32 auxiliares de vuelo. Además, por compromisos comerciales, debe realizarse al menos un trayecto de tipo B , y el número total de trayectos no puede superar los 12. La empresa obtiene un beneficio de 3.000 € por cada trayecto A y 2.000 € por cada trayecto B .

- a) Defina las variables de decisión.
- b) Escriba el sistema de inecuaciones que delimita la región factible.
- c) Indique la función objetivo y si debe maximizarse o minimizarse.

4.2. Una marca de ropa va a lanzar una campaña publicitaria mediante anuncios en Redes Sociales y en Televisión. Cada anuncio en Redes Sociales cuesta 200 € y llega a 5.000 personas. Cada anuncio en Televisión cuesta 1.000 € y llega a 20.000 personas. El presupuesto total asignado para la campaña es de 6.000 €. Por estrategia de marketing, se deben contratar al menos 4 anuncios en Redes Sociales y no más de 5 anuncios en Televisión.

- a) Defina las variables del problema.
- b) Escriba el sistema de inecuaciones (incluyendo las condiciones de no negatividad).
- c) Exprese la función de alcance publicitario a maximizar.

4.4. Una carpintería fabrica dos tipos de artículos: mesas y sillas. Cada mesa requiere 3 horas de lijado y 2 horas de barnizado. Cada silla requiere 1 hora de lijado y 2 horas de barnizado. La empresa dispone semanalmente de 60 horas para lijado y 48 horas para barnizado. La demanda del mercado exige fabricar al menos 5 sillas y no más de 15 mesas. El coste de producción es de 80 € por cada mesa y 40 € por cada silla.

- a) Defina las variables del problema.
- b) Plantee las restricciones algebraicas.
- c) Indique la función objetivo correspondiente.

4.3. Un estudiante dispone de un máximo de 15 horas semanales para preparar dos asignaturas, Matemáticas y Economía. Quiere dedicar a Matemáticas al menos 4 horas y a Economía como mucho 8 horas. Además, por dificultad, la normativa del centro le recomienda que el tiempo dedicado a Matemáticas sea al menos igual al tiempo dedicado a Economía. Se estima que cada hora dedicada a Matemáticas le aporta 8 puntos de rendimiento y cada hora a Economía le aporta 6 puntos.

- Identifique las variables del problema.
- Plantee el conjunto de inecuaciones que definen la región factible.
- Escriba la función objetivo de rendimiento.

4.2. Un supermercado prepara dos tipos de cestas navideñas, *Cesta Gourmet* y *Cesta Tradicional*. La *Cesta Gourmet* lleva 2 botellas de vino y 3 ibéricos. La *Cesta Tradicional* lleva 1 botella de vino y 1 ibérico. El supermercado dispone en stock de un máximo de 80 botellas de vino y 100 ibéricos. Además, para garantizar variedad, se exige que el número de cestas tradicionales preparadas sea al menos el doble que el de cestas gourmet. El beneficio por cada cesta gourmet es de 25 € y por cada cesta tradicional de 15 €.

- Defina las variables de decisión.
- Formule las restricciones del problema (región factible).
- Expresa la función objetivo a optimizar.

Problema 3: Asignación de tiempo de estudio

4.6. Un comedor escolar debe elaborar un menú combinando dos platos principales, P_1 y P_2 . Cada ración de P_1 aporta 400 calorías y 20 gramos de proteínas, con un coste de 3 €. Cada ración de P_2 aporta 300 calorías y 30 gramos de proteínas, con un coste de 4 €. Los nutricionistas exigen que el menú semanal aporte un mínimo de 2.400 calorías y al menos 180 gramos de proteínas. Además, no se pueden servir más de 6 raciones del plato P_2 .

- Identifique las variables de decisión.
- Plantee el sistema de restricciones.
- Escriba la función objetivo de coste.

B. REPRESENTACIÓN DE LA REGIÓN FACTIBLE, CÁLCULO DE LOS VÉRTICES DE UNA REGIÓN FACTIBLE.

4.11. Represente gráficamente la región de soluciones factibles definida por el siguiente sistema de inecuaciones y determine las coordenadas de todos sus vértices:

$$\begin{cases} x + y \leq 6 \\ 2x - y \leq 4 \\ x + 2y \geq 4 \\ x \geq 0, \quad y \geq 0 \end{cases}$$

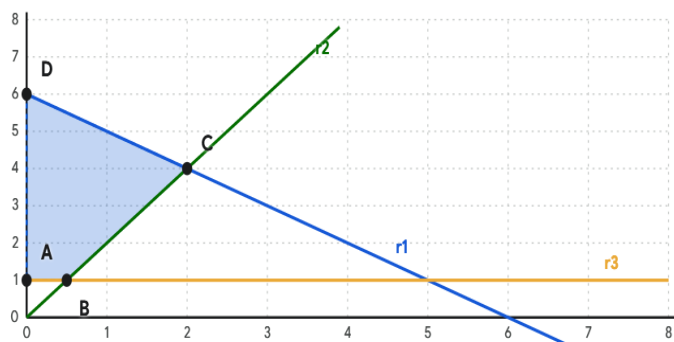
4.12. Dibuje la región factible acotada definida por las siguientes inecuaciones y determine las coordenadas de sus vértices:

$$\begin{cases} 3x + 2y \leq 12 \\ x - y \geq -2 \\ x \geq 1 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

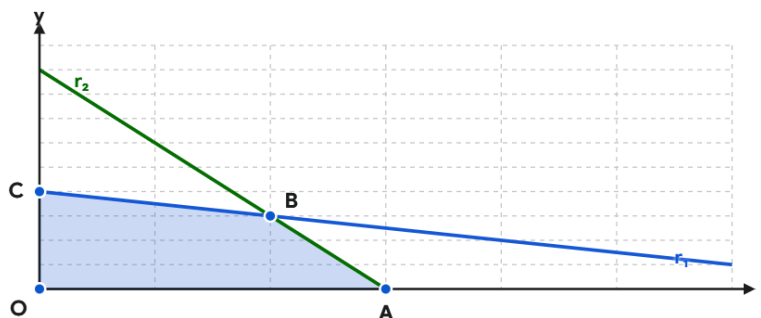
4.13. Represente gráficamente la región factible no acotada dada por el sistema de inecuaciones e indique las coordenadas de sus vértices frontera:

$$\begin{cases} x + 2y \geq 6 \\ 2x + y \geq 6 \\ x \leq 5 \\ x \geq 0, \quad y \geq 0 \end{cases}$$

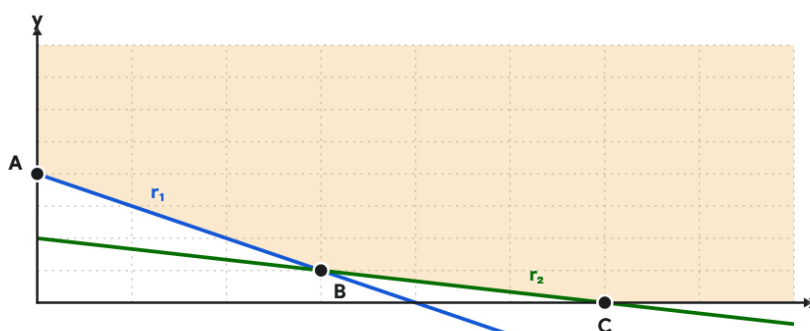
4.14. Dada la región factible sombreada en la figura que pertenece a un problema de programación lineal, determina sus vértices y las restricciones de dicho problema



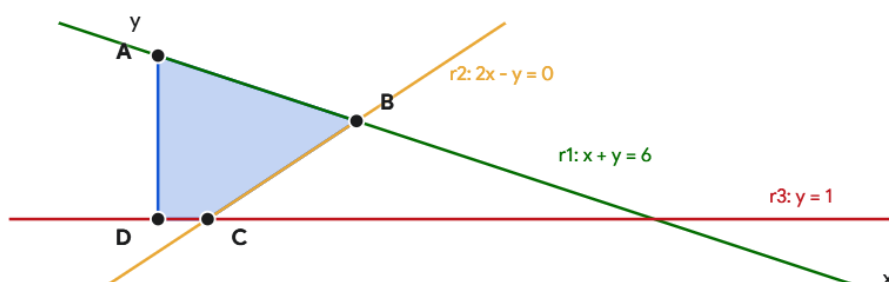
- 4.15.** Dada la región factible sombreada en la figura que pertenece a un problema de programación lineal, determina sus vértices y las restricciones de dicho problema sabiendo que las marcas del eje horizontal van de 4 en 4 mientras que en el eje vertical, van de 1 en 1.



- 4.16.** Dada la región factible sombreada en la figura que pertenece a un problema de programación lineal, determina sus vértices y las restricciones de dicho problema sabiendo que las marcas del eje horizontal van de 10 en 10 mientras que en el eje vertical, van de 2 en 2.



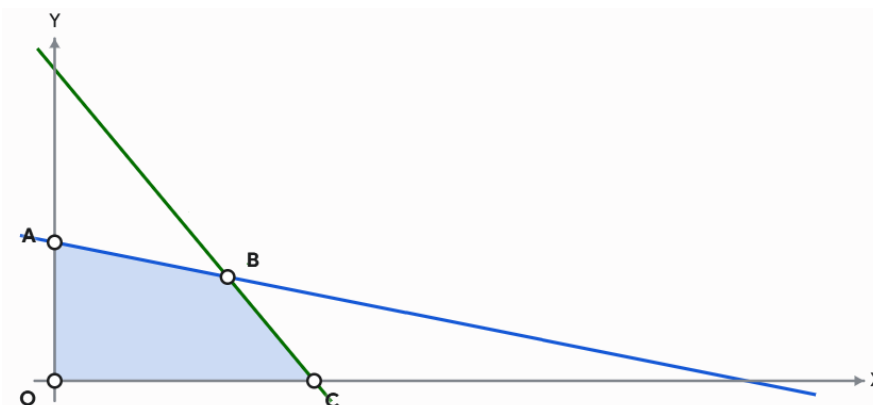
- 4.17.** En la siguiente figura se muestra la región factible sombreada delimitada por las rectas $r_1: x + y = 6$, $r_2: 2x - y = 0$, $r_3: y = 1$ y el eje de ordenadas ($x = 0$), representada en un plano sin graduación de ejes:



- a) Calcule algebraicamente las coordenadas de los vértices A, B, C y D .

b) Escriba el sistema de inecuaciones que define la región factible sombreada.

4.18. Considere la región factible acotada de la figura, delimitada por las rectas $r_1: x + 2y = 8$, $r_2: 3x + y = 9$ y los ejes coordenados, representada en un plano cartesiano sin marcas de graduación:



- a) Halle las coordenadas exactas de los vértices O, A, B y C mediante la resolución de los sistemas de ecuaciones correspondientes.
- b) Determine el sistema de inecuaciones que determina dicho recinto.

4.19. La siguiente figura muestra una región factible no acotada en el primer cuadrante, delimitada por las rectas $r_1: x + y = 4$, $r_2: x + 3y = 6$ y el eje de abscisas, en unos ejes sin graduación numérica:



C. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE SISTEMAS DE ECUACIONES.

4.21. Una empresa de mudanzas dispone de dos tipos de camiones, *A* y *B*. Los camiones de tipo *A* tienen una capacidad para transportar 20 m^3 de carga general y 10 m^3 de mercancía delicada, con un coste de funcionamiento de 150 € por viaje. Los de tipo *B* pueden transportar 10 m^3 de carga general y 30 m^3 de mercancía delicada, con un coste de 200 € por viaje. La empresa necesita realizar un traslado de al menos 100 m^3 de carga general y 120 m^3 de mercancía delicada. Además, por disponibilidad de flota, no se pueden realizar más de 8 viajes en total entre ambos tipos de camiones.

- Formule el problema y determine la región factible, indicando sus vértices.
- Determine cuántos viajes debe realizar cada tipo de camión para minimizar el coste total del traslado y calcule dicho coste mínimo.

4.22. Un taller textil fabrica dos tipos de chaquetas, *Modelo Clásico* y *Modelo Deportivo*. Para elaborar una chaqueta *Clásica* se necesitan 2 horas de corte y 1 hora de costura. Para una chaqueta *Deportiva* se requieren 1 hora de corte y 3 horas de costura. El taller dispone semanalmente de un máximo de 40 horas de trabajo de corte y 60 horas de costura. Los beneficios son de 40 € por cada chaqueta clásica y 50 € por cada chaqueta deportiva.

- Plantee el problema de programación lineal y represente gráficamente el conjunto de soluciones factibles, calculando las coordenadas de sus vértices.
- ¿Cuántas chaquetas de cada modelo deben fabricarse para obtener el beneficio máximo?
¿A cuánto asciende dicho beneficio?

4.23. Se quiere organizar una dieta equilibrada a partir de dos alimentos, *X* e *Y*. Cada unidad del alimento *X* contiene 3 unidades de vitamina C y 2 unidades de hierro, y cuesta 1,50 €. Cada unidad del alimento *Y* contiene 1 unidad de vitamina C y 4 unidades de hierro, con un coste de 2,00 €. Las necesidades mínimas diarias son de 15 unidades de vitamina C y 20 unidades de hierro. Además, por razones digestivas, no se pueden consumir más de 10 unidades del alimento *X*.

- Dibuje la región factible y halle las coordenadas de sus vértices.
- Obtenga la combinación de alimentos que minimiza el coste diario de la dieta y calcule dicho coste.

4.24. Un agricultor dispone de 12 hectáreas para sembrar dos cultivos, trigo y cebada. El coste de cultivo es de 200 €/ha para el trigo y 100 €/ha para la cebada, disponiendo de un presupuesto máximo de 1.800 €. Además, la normativa de la zona exige que la superficie dedicada a la cebada no supere el triple de la superficie dedicada al trigo. El beneficio neto esperado es de 500 €/ha de trigo y 300 €/ha de cebada.

- Represente la región de soluciones factibles y determine sus vértices.
- ¿Cuántas hectáreas debe dedicar a cada cultivo para maximizar el beneficio total? Indique el valor de dicho beneficio.

4.25. Una academia ofrece dos tipos de cursos de formación, *A* y *B*. Cada curso de tipo *A* requiere 10 horas de clases teóricas y 5 horas de prácticas. Cada curso de tipo *B* requiere 5 horas de teoría y 10 horas de prácticas. La academia dispone al mes de un máximo de 100 horas para teoría y 80 horas para prácticas. Por exigencias organizativas, debe impartirse al menos un curso de tipo *A*. El beneficio económico por cada curso del tipo *A* es de 300 € y por cada curso del tipo *B* de 250 €.

- Determine la región factible y los vértices que la delimitan.
- Halle el número de cursos de cada tipo que deben impartirse para maximizar los ingresos totales y calcule estos ingresos.

4.26. Considere la región del plano definida por el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} x + y \geq 3 \\ 2x - y \leq 6 \\ x - 2y \geq -6 \\ x \geq 0, \quad y \geq 0 \end{cases}$$

- Represente gráficamente la región factible y determine las coordenadas de sus vértices.
- Calcule los puntos de la región en los que la función $F(x, y) = 3x + 2y$ alcanza su valor máximo y su valor mínimo, e indique dichos valores.

4.27. Una empresa de eventos debe contratar a camareros y cocineros para un congreso. Debe contratar como mínimo 5 cocineros y al menos el doble de camareros que de cocineros. En total, por limitaciones de aforo, el número conjunto de camareros y cocineros no puede exceder de 30. El salario por jornada es de 120 € para cada camarero y 150 € para cada cocinero.

- Formule el problema, dibuje la región factible y determine sus vértices.
- Halle cuántos camareros y cocineros deben contratarse para que el coste salarial total sea mínimo, y determine dicho coste.

4.28. la región factible dada por las siguientes restricciones:

$$\begin{cases} x + 2y \leq 16 \\ 3x + y \leq 18 \\ x + y \geq 4 \\ x \geq 0, \quad y \geq 0 \end{cases}$$

- Dibuje la región factible y obtenga las coordenadas de todos sus vértices.
- Optimice la función objetivo $G(x, y) = 4x + 5y$ en dicha región, especificando los puntos donde alcanza el valor máximo y el valor mínimo.

4.29. Una librería adquiere dos tipos de lotes de libros, L_1 y L_2 . El lote L_1 contiene 3 novelas y 1 libro de ensayo, con un precio de compra de 30 €. El lote L_2 contiene 2 novelas y 2 libros de ensayo, con un precio de 40 €. La librería necesita conseguir al menos 24 novelas y 12 libros de ensayo, y decide comprar como máximo 10 lotes de tipo L_2 .

- Plantee el sistema de inecuaciones correspondiente, represente la región factible y halle los vértices.
- Determine cuántos lotes de cada tipo debe comprar para minimizar el gasto total y calcule el valor de dicho gasto.

4.30. Dada la región factible definida por el conjunto de inecuaciones:

$$\begin{cases} 2x + y \geq 6 \\ x + 2y \leq 12 \\ x - y \leq 2 \\ x \geq 0, \quad y \geq 0 \end{cases}$$

- a) Represente la región en el plano cartesiano y calcule los puntos de corte de las rectas que forman sus vértices.
- b) Encuentre el punto o puntos de la región donde la función $H(x, y) = 2x - 3y$ alcanza su valor máximo y su valor mínimo.

4.31. Una fábrica elabora dos productos, P_1 y P_2 . Para elaborar 1 kg de P_1 se necesitan 3 kg de materia prima A y 1 kg de materia prima B. Para elaborar 1 kg de P_2 se requieren 1 kg de A y 2 kg de B. La fábrica dispone de un stock de 30 kg de materia prima A y 20 kg de materia prima B. Por compromisos previos, debe fabricar al menos 2 kg del producto P_1 . El beneficio es de 6 €/kg de P_1 y 8 €/kg de P_2 .

- a) Represente la región factible y determine las coordenadas de sus vértices.
- b) ¿Qué cantidad de cada producto debe fabricarse para maximizar los beneficios? Indique el valor máximo obtenido.

4.32. Una entidad bancaria ofrece dos tipos de créditos, C_1 y C_2 . Para el crédito C_1 exige un aval de 10.000 € y concede un beneficio al banco de 600 €. Para el crédito C_2 exige un aval de 20.000 € y concede un beneficio de 1.000 €. El banco dispone de un límite total de avales de 200.000 € y no desea conceder más de 15 créditos en total. Además, el número de créditos de tipo C_1 concedidos debe ser al menos igual al número de créditos de tipo C_2 .

- a) Exprese las restricciones del problema, dibuje la región factible y halle sus vértices.
- b) Calcule cuántos créditos de cada modalidad debe conceder la entidad para maximizar sus beneficios y determine dicho beneficio máximo.