

A. RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES CON TRES INCÓGNITAS POR EL MÉTODO DE GAUSS, CRAMER Y ROUCHÉ-FRÖBENIUS

3.1. Resuelve los siguientes sistemas por el método de Gauss-Jordán:

$$\begin{array}{ll} a) \begin{cases} 3x - 2y + z = 6 \\ 2x + 4y - 3z = 8 \\ x + y + z = 5 \end{cases} & b) \begin{cases} 2x + 3y - z = 4 \\ x - y + 2z = 5 \\ 3x + 2y + z = 7 \end{cases} \end{array} \quad \begin{array}{ll} c) \begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ x - y = 5 \\ x + y + z = 1 \end{cases} & d) \begin{cases} 4x + 2y - z = 7 \\ x - 3y + 2z = 4 \\ 3x + 5y - 3z = 3 \end{cases} \end{array}$$

3.2. Resuelve los siguientes sistemas compatibles determinados por el método de Cramer:

$$\begin{array}{ll} a) \begin{cases} x + 2y + 3z = 10 \\ 3x - y + 2z = 7 \\ 2x + y - 4z = 3 \end{cases} & b) \begin{cases} 2x + y + 4z = 13 \\ x - y - 2z = 1 \\ 3x + 2y + z = 10 \end{cases} \end{array} \quad \begin{array}{ll} c) \begin{cases} x + 3y - 2z = 5 \\ 2x - y + z = 4 \\ 3x + 2y + 2z = 11 \end{cases} & d) \begin{cases} 3x - y + 2z = 8 \\ x + 2y - z = 3 \\ 2x + 3y + z = 9 \end{cases} \end{array}$$

3.3. Resuelve los siguientes sistemas compatibles indeterminados por el método de Rouché-Fröbenius:

$$\begin{array}{ll} a) \begin{cases} x + y + z = 5 \\ 2x + 3y - z = 7 \\ x + 4z = 8 \end{cases} & b) \begin{cases} 4x + y + 2z = 8 \\ 3x + 2y - z = 5 \\ 5x + 5y - 5z = 7 \end{cases} \end{array} \quad \begin{array}{ll} c) \begin{cases} 2x - y + 3z = 6 \\ x + 2y - z = 3 \\ 3x + y + 2z = 7 \end{cases} & d) \begin{cases} x - 2y + 2z = -1 \\ 3x + y + z = 7 \\ 2x + 3y - z = 8 \end{cases} \end{array}$$

3.4. Resuelve los siguientes sistemas homogéneos:

$$\begin{array}{ll} a) \begin{cases} 2x + 4y - 3z = 0 \\ x - 3y + 5z = 0 \\ 4x - 2y + 7z = 0 \end{cases} & b) \begin{cases} 3x - 6y + 4z = 0 \\ 2x + 7y - 5z = 0 \\ x - 4y + 3z = 0 \end{cases} \end{array} \quad \begin{array}{ll} c) \begin{cases} 4x - 2y + 6z = 0 \\ x + 5y - 4z = 0 \\ 2x + 3y + z = 0 \end{cases} & d) \begin{cases} 5x + 3y - 2z = 0 \\ 2x - 4y + 6z = 0 \\ x + 2y - 3z = 0 \end{cases} \end{array}$$

B. DISCUSIÓN DEL NÚMERO DE SOLUCIONES Y CLASIFICACIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES CON TRES INCÓGNITAS POR EL MÉTODO DE GAUSS, CRAMER Y ROUCHÉ-FRÖBENIUS

3.11. Clasifica los siguientes sistemas y resuélvelos, en el caso en que se pueda, por el método de Cramer o por el método de Rouché-Cramer, según corresponda:

$$\begin{array}{ll} a) \begin{cases} 2x + 3y - z = 3 \\ 4x - y + 2z = 6 \\ 6x + 5y + 3z = 9 \end{cases} & b) \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x - y + 3z = 5 \\ 4x + y + 5z = 9 \end{cases} \end{array} \quad \begin{array}{ll} c) \begin{cases} 2x + y - z = 5 \\ x - 3y + 2z = 3 \\ 3x + 2y + z = 8 \end{cases} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} d) \begin{cases} -4x + 6y - 2z = -8 \\ 6x - 9y + 3z = 12 \\ 2x - 3y + z = 4 \end{cases} & e) \begin{cases} x + 2y - z + t = 4 \\ 2x - y + 3z - 2t = 2 \\ 3x + y + z + t = 5 \end{cases} \end{array} \quad \begin{array}{ll} f) \begin{cases} 2x - y + z + t = 7 \\ 3x + 2y - 2z + 3t = 3 \\ x + y - z + 2t = 8 \end{cases} \end{array}$$

3.12. Discute los siguientes sistemas en función del parámetro establecido mediante el teorema de Rouché y resuélvelos, en caso de ser compatibles, por el método Rouché-Cramer:

$$\begin{array}{ll} a) \begin{cases} x + y + z = 2 \\ x + ky + 2z = 5 \\ kx + y + z = 0 \end{cases} & b) \begin{cases} x + ky + z = 1 \\ 2y + kz = 2 \\ x + y + z = 1 \end{cases} \end{array} \quad \begin{array}{ll} c) \begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + ky + z = 3 \\ kx - 3z = 6 \end{cases} & d) \begin{cases} kx - y + z = 1 \\ x + ky + z = 1 \\ kx + y - z = k \end{cases} \end{array}$$

3.13. Dados los siguientes sistemas, discutirlos en función del parámetro el número de soluciones y resolverlos en el caso de ser compatibles:

$$\begin{array}{ll} a) \begin{cases} ax + y + z = a \\ x + ay + z = a \\ x + y + az = a \end{cases} & b) \begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ x + ay + 3z = 2 \\ 2x + (2 + a)y + 6z = 3 \end{cases} \end{array} \quad c) \begin{cases} x + ay + z = 2 \\ x + z = a \\ ax + 2y + z = 3 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + 2y + (2a + 5) \cdot z = 0 \\ 2x + ay + 3z = a \\ -x + ay - z = 0 \end{cases} \quad d) \begin{cases} -2x + y - z = -1 \\ -x + ay + z = 2 \\ 2x + y + az = 3 \end{cases} \quad e) \begin{cases} mx + y = -3m \\ (m - 1)x - my = 5 \\ 2mx - (m + 1)y = 2m \end{cases}$$

$$\begin{array}{ll} f) \begin{cases} (a + 1)x + 4z = 0 \\ (a - 1)y + z = 3 \\ 4x + 2ay + z = 3 \end{cases} & g) \begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ y + 2z + t = 0 \\ 2x + 2ky - t = 0 \end{cases} \end{array} \quad h) \begin{cases} ax + z + t = 1 \\ ay + z - t = 1 \\ ay + z - 2t = 2 \\ az - t = 0 \end{cases}$$

3.14. Dado el sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = a \\ x + y + az = a^2 \end{cases}$$

a) Discute el sistema según los valores del parámetro a .

b) Resuelve el sistema para $a = 0$.

3.15. Se considera el siguiente sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real m :

$$\begin{cases} x + my + z = 1 \\ mx + y + z = m \\ x + y + mz = m^2 \end{cases}$$

a) Discute el sistema en función de los valores del parámetro m .

b) Resuelve el sistema para $m = -2$.

3.16. Dado el sistema de ecuaciones lineales con parámetro real k :

$$\begin{cases} kx + y - z = 0 \\ x + ky + z = k \\ x + y + kz = k^2 \end{cases}$$

- Discute el sistema según los valores del parámetro k .
- Resuelve el sistema para $k = 1$.

3.17. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ a^2 \end{pmatrix}$, donde $a \in \mathbb{R}$:

- Discuta el sistema de ecuaciones lineales dado por la expresión matricial $A \cdot X = B$ en función de los valores del parámetro a .
- Resuelva el sistema $A \cdot X = B$ para $a = 0$.

3.18. Se considera el sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} x + y + az = 1 \\ ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = 1 \end{cases}$$

- Discute el sistema en función del parámetro a .
- Resuelve el sistema para el caso en el que sea compatible indeterminado.

3.19. Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & a \\ a & -1 & 1 \\ 1 & a & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, con $a \in \mathbb{R}$.

- Determine para qué valores del parámetro a la matriz A es invertible y estudie el rango de A según los valores de a .
- Para el sistema de ecuaciones escrito en forma matricial $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = B$, discuta su compatibilidad (determinado, indeterminado o incompatible) según los valores de a .

3.20. Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} ax + y + z = a^2 \\ x + ay + z = a \\ x + y + az = 1 \end{cases}$$

- Discute el sistema según los valores del parámetro real a .
- Resuelve el sistema para $a = 2$.

3.21. Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & m \\ m & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y el vector columna $C = \begin{pmatrix} 1 \\ m \\ 0 \end{pmatrix}$:

- Estudie el rango de la matriz M en función del parámetro real m .
- Discuta la existencia y el número de soluciones del sistema matricial $M \cdot X = C$, donde $X = (x, y, z)^T$, según los valores que tome m .
- Resuelva el sistema $M \cdot X = C$ en el caso de que sea compatible indeterminado.

3.22. Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & m & 1 \\ m & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y el vector de términos independientes $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ m \end{pmatrix}$.

- Discute la compatibilidad del sistema de ecuaciones $A \cdot X = B$ según los valores del parámetro real m .
- Resuelve el sistema para $m = 0$.

3.23. Dado el sistema de ecuaciones lineales con parámetro $a \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} x + ay + z = 2 \\ x + y + az = 1 \\ ax + y + z = 1 \end{cases}$$

- Discute el sistema según los distintos valores de a .
- Resuelve el sistema para $a = 0$.

3.24. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & a & a \\ a & 1 & a \\ a & a & 1 \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$:

- Determine para qué valores del parámetro real a la matriz $A - I$ (donde I es la matriz identidad de orden 3) no tiene inversa.
- Para $a = 2$, resuelva la ecuación matricial $(A - I)X = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.
- Para $a = -1$, estudie si existe alguna solución de la ecuación $(A - I)X = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

3.25. Se considera el sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro k :

$$\begin{cases} kx + y + z = 1 \\ x + ky + z = k \\ x + y + kz = 1 \end{cases}$$

- Estudia la compatibilidad del sistema según los valores de k .
- Resuelve el sistema cuando $k = 0$.

3.26. Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ e $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, y la matriz B dependiente del parámetro k :

$$B = \begin{pmatrix} k & 0 & 1 \\ 0 & k & 0 \\ 1 & 0 & k \end{pmatrix}$$

- Halle los valores del parámetro k para los que la matriz $A \cdot B - I$ es invertible.
- Para $k = 1$, calcule la matriz inversa $(A \cdot B - I)^{-1}$.
- Para $k = 0$, estudie el número de soluciones de la ecuación matricial

$$(A \cdot B - I)X = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

3.27. Dado el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real m :

$$\begin{cases} mx + y + z = 1 \\ x + my + z = 1 \\ x + y + mz = 1 \end{cases}$$

- Clasifica el sistema según los valores de m (compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible).
- Resuelve el sistema para $m = 2$.

3.28. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} m & 0 & 1 \\ 0 & 1 & m \\ 1 & m & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$:

- Calcular el determinante de A y estudiar su rango en función de m .
- Encontrar para qué valores de m el sistema $A^2 \cdot X = B$ tiene solución única.
- Resolver el sistema $A \cdot X = B$ para $m = 1$.

3.29. Se da el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + ay + z = 3 \\ ax + y + z = 3 \end{cases}$$

- a) Discute el sistema en función del parámetro real a .
- b) Resuelve el sistema para $a = 2$ e interpreta la geometría de las soluciones en caso de ser un sistema compatible indeterminado.

C. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE SISTEMAS DE ECUACIONES.

3.21. Un estudio de mercado analiza el consumo de tres tipos de café (A , B y C) en una cafetería durante un mes. Se sabe que en total se consumieron 120 kg de café. La cantidad de café del tipo A superó en 20 kg a la suma de los tipos B y C . Además, el doble de la cantidad consumida del tipo B fue igual a la suma de las cantidades consumidas de los tipos A y C .

- a) Plantea un sistema de ecuaciones lineales para determinar cuántos kilogramos de cada tipo de café se consumieron.
- b) Resuelve el sistema planteado.

3.22. Un granjero compra pienso para sus animales compuesto por tres ingredientes (A , B y C). El coste por kilogramo de A , B y C es de 1 €, 2 € y 3 €, respectivamente. Necesita comprar un total de 100 kg de mezcla. Se sabe que la cantidad utilizada del ingrediente B es la mitad que la suma de las cantidades de los otros dos ingredientes juntos. Además, el coste total de la compra asciende a 200 €.

- a) Plantea un sistema de ecuaciones lineales para determinar cuántos kilogramos de cada ingrediente debe comprar.
- b) Resuelve el sistema mediante el método de Gauss o la regla de Cramer.

3.23. Un comercio vende tres productos (A , B y C). El precio total de una unidad de A , una de B y una de C es de 18 €. Se sabe que el precio del producto A equivale al precio del producto B más la mitad del precio de C . Además, si compramos dos unidades de A y tres de B , el coste total coincide con comprar cuatro unidades del producto C .

- a) Plantea el correspondiente sistema de ecuaciones lineales.
- b) Resuelve el sistema para obtener el precio de cada producto.

3.24. Una empresa fabrica tres modelos de ordenadores (M_1 , M_2 y M_3). Para ensamblar un ordenador del modelo M_1 se necesitan 2 h de mano de obra y 1 h de prueba; para el modelo M_2 , 1 h de mano de obra y 2 h de prueba; y para el modelo M_3 , 3 h de mano de obra y 2 h de prueba. En total se dispone de 120 h de mano de obra y 100 h para pruebas. Si la empresa decide fabricar el doble de ordenadores del modelo M_1 que del modelo M_2 :

- Formula el sistema de ecuaciones asociado.
- Determina cuántos ordenadores de cada modelo se pueden fabricar utilizando todas las horas disponibles.

3.25. Un taller mecaniza tres tipos de piezas (P_1 , P_2 y P_3). Para fabricar una pieza de P_1 se necesitan 1 h de la máquina M_1 y 2 h de la M_2 . Para una pieza de P_2 hacen falta 2 h de M_1 y 1 h de M_2 . Para una de P_3 , 1 h de M_1 y 1 h de M_2 . Las máquinas M_1 y M_2 han funcionado un total de 100 h y 110 h, respectivamente. Sabiendo que el número total de piezas fabricadas ha sido 70:

- Plantea un sistema de ecuaciones lineales para calcular cuántas piezas de cada tipo se han fabricado.
- Resuelve el sistema e interpreta el resultado.

3.26. Se consideran tres tipos de entradas para un concierto (A , B y C). La recaudación total por la venta de 500 entradas fue de 11 500 €. El precio de las entradas tipo A es de 30 €, las de tipo B de 20 € y las de tipo C de 15 €. Sabiendo que el número de entradas vendidas del tipo C fue igual a la suma de las entradas vendidas de los tipos A y B :

- Plantea el sistema de ecuaciones para averiguar el número de entradas vendidas de cada tipo.
- Resuelve el sistema e interpreta el resultado.

3.27. Una residencia de estudiantes aloja a 180 personas entre españoles, franceses y alemanes. El número de estudiantes españoles supera en 20 a la suma de los franceses y alemanes. Si el número de estudiantes alemanes es la tercera parte del número de españoles:

- Plantea un sistema de ecuaciones lineales para determinar el número de residentes de cada nacionalidad.
- Resuelve el sistema.

3.28. Una empresa cinematográfica dispone de tres salas (S_1 , S_2 y S_3). En un día determinado, la recaudación conjunta de las tres salas fue de 4 200 €. El precio de la entrada en la sala S_1 es de 8 €, en la sala S_2 de 6 € y en la sala S_3 de 5 €. Se sabe que el número de espectadores de la sala S_1 superó en 100 a la suma de los espectadores de las otras dos salas. Asimismo, la sala S_2 acogió al doble de espectadores que la sala S_3 .

- Plantea un sistema de ecuaciones para determinar cuántos espectadores asistieron a cada sala.
- Resuelve el sistema planteado.

3.29. En una papelería se venden cuadernos, carpetas y bolígrafos. Tres cuadernos, dos carpetas y cuatro bolígrafos cuestan 29 €. Dos cuadernos, cuatro carpetas y un bolígrafo cuestan 30 €. Por último, cuatro cuadernos, una carpeta y dos bolígrafos cuestan 25 €.

- Plantea el sistema de ecuaciones asociado al problema.
- Calcula el precio individual de cada producto resolviendo el sistema.

3.30. Un fabricante produce tres tipos de artículos (X , Y y Z). La suma de las unidades producidas de los tres artículos en una semana es 300. El coste de producción por unidad es de 10 € para X , 20 € para Y y 30 € para Z , siendo el coste total de fabricación semanal de 6 000 €. Si además se sabe que el número de unidades producidas de Z coincide con la suma de las unidades producidas de X y Y :

- Plantea el correspondiente sistema de ecuaciones lineales.
- Resuelve el sistema y determina cuántas unidades de cada artículo se fabricaron.

3.31. Tres empresas (X , Y , Z) donan dinero para una causa benéfica sumando un total de 30 000 €. La empresa X aporta el doble que la empresa Y . Asimismo, la suma de las aportaciones de X e Y supera en 6 000 € a la aportación efectuada por la empresa Z .

- Formula el sistema de ecuaciones lineales necesario para calcular la aportación de cada empresa.
- Resuelve el sistema obtenido.

3.32. Una agencia de viajes oferta paquetes turísticos a tres destinos (D_1 , D_2 y D_3). Durante una semana vendió un total de 45 paquetes. Se sabe que el número de paquetes vendidos para el destino D_1 fue el doble del número de paquetes vendidos para el destino D_2 . Además, el total de paquetes vendidos para D_1 y D_2 juntos superó en 15 unidades al número de paquetes vendidos para el destino D_3 .

- a) Plantea el sistema de ecuaciones correspondiente.
- b) Determina el número de paquetes vendidos para cada destino.

3.33. En una tienda de ropa se vendieron 120 prendas entre pantalones, camisetas y chaquetas durante un día de rebajas. La suma del número de pantalones y chaquetas vendidos fue el triple del número de camisetas vendidas. Además, el número de pantalones vendidos superó en 20 unidades al número de chaquetas vendidas.

- a) Plantea un sistema de ecuaciones para determinar cuántas prendas de cada tipo se vendieron.
- b) Resuelve el sistema planteado.

3.34. Un inversor invierte un total de 20 000 € repartidos en tres productos financieros (A , B y C) con rentabilidades anuales del 3%, 5% y 8%, respectivamente. La cantidad invertida en el producto B es igual a la suma de las cantidades invertidas en A y C . Tras un año, el beneficio total obtenido por las tres inversiones ascendió a 1 050 €.

- a) Plantea un sistema de ecuaciones para determinar la cantidad invertida en cada producto.
- b) Resuelve el sistema e indica cuánto dinero invirtió en A , B y C .

3.35. Tres familias van a una frutería. La primera familia compra 2 kg de manzanas, 1 kg de peras y 3 kg de plátanos por un total de 11 €. La segunda compra 1 kg de manzanas, 2 kg de peras y 1 kg de plátanos por 7 €. La tercera paga 12 € por 3 kg de manzanas, 1 kg de peras y 2 kg de plátanos.

- a) Plantea el correspondiente sistema de ecuaciones lineales para determinar el precio por kilo de cada fruta.
- b) Obtén la solución del sistema mediante el método de Gauss o la regla de Cramer.

3.36. Una empresa instala casas prefabricadas de tres tipos A, B y C. Cada casa de tipo A necesita 10 horas de albañilería, 2 de fontanería y 2 de electricista. Cada casa de tipo B necesita 15 horas de albañilería, 4 de fontanería y 3 de electricista. Cada casa de tipo C necesita 20 horas de albañilería, 6 de fontanería y 5 de electricista. La empresa emplea exactamente 270 horas de trabajo al mes de albañilería, 68 de fontanería y 58 de electricista. ¿Cuántas casas de cada tipo instala la empresa en un mes? *(Solución: 10 casas tipo A; 6 casas tipo B; y 4 casas tipo C)*

3.37. En la liga de fútbol profesional de Libertonía compiten veinte equipos. Cada equipo debe tener exactamente veinticinco jugadores de los que tres, y no más, han de ser porteros. Se sabe que la tercera parte del número de defensas coincide con la diferencia entre el número de centrocampistas y el número de delanteros. Por otro lado, la suma de la mitad del número de centrocampistas y el doble del número de delanteros excede en 25 unidades al número de defensas. Calcule el número de defensas, el número de centrocampistas y el número de delanteros que juegan en la liga. *(Solución: Defensas 210, centrocampistas 150 y delanteros 80).*

3.38. He pensado un número de tres cifras tal que la cifra de las decenas es la media aritmética de las otras dos. Además, si a dicho número se le resta el que resulta de invertir el orden de sus cifras, la diferencia es 198. Por último, las tres cifras de mi número suman 12.

a) Plantea un sistema de ecuaciones lineales que recoja la información anterior y clasifícalo.

Para ello, puede ser útil observar que el número cuya cifra de las centenas es x , la de las decenas y , y la de las unidades z , puede expresarse como $100x + 10y + z$.

b) Determina, si el problema tiene solución, el número de tres cifras que he pensado.

3.39. Un agricultor tiene repartidas sus 10 hectáreas de terreno de barbecho, cultivo de trigo y cultivo de cebada. La superficie dedicada al trigo ocupa 2 hectáreas más que la dedicada a la cebada, mientras que en barbecho tiene 6 hectáreas menos que la superficie total dedicada al cultivo de trigo y cebada. ¿Cuántas hectáreas tiene dedicadas a cada uno de los cultivos y cuántas están en barbecho? *(Solución: 2 hectáreas de barbecho; 5 hectáreas de trigo; y 3 hectáreas de cebada)*

3.39. Antes de comenzar la 1ª clase de la mañana, hay aparcados en el recinto de un IES coches de color azul, de color rojo y de color verde, de modo que la suma del nº de rojos y del nº de verdes excede en dos unidades al nº de azules. Al finalizar 1ª clase y antes de comenzar la 2ª abandonan el centro tres coches de color azul y llegan tres coches de color rojo, de tal modo que, en esos momentos la suma del nº de azules y del nº de verdes excede al nº de rojos en dos unidades. Al finalizar la 2ª clase y antes de comenzar la 3ª abandonan el centro 2 coches verdes. En ese momento la suma del nº de rojos y del nº de azules excede en dos unidades al quíntuplo del nº de verdes. Se pide:

- a) Plantea un sistema de ecuaciones que responda a las condiciones del enunciado.
- b) Calcula el número de coches de cada color que hay en el I.E.S antes del comienzo de la clase. *(Solución: Hay aparcados 10 coches azules, 7 rojos y 5 verdes)*

3.40. En una caja hay monedas de 1, de 2 y de 5 céntimos de euro. El número de monedas de 1 céntimo excede en cuatro unidades a la suma del número de las de 2 céntimos y del número de las de 5 céntimos. El número de monedas de 2 céntimos excede en una unidad al 40% del número de monedas de 1 céntimo. Sabiendo que si tuviéramos una moneda más de 1 céntimo, el valor de todas ellas sería de 50 céntimos, calcula el número de monedas que hay de cada clase. *(Solución: En la caja hay 15 monedas de 1 céntimo, 7 monedas de 2 céntimos y 4 monedas de 5 céntimos).*

3.41. En una clase se celebran elecciones para Delegado. Se presentan dos candidatos: X e Y. El 5% del total de votos emitidos es nulo. Cuatro veces el número de votos obtenidos por Y menos tres veces el número de votos obtenidos por X excede al número de votos nulos en una unidad. Si dividimos el número de votos obtenidos por X entre el número de los obtenidos por Y se obtiene de cociente 1 y de resto 7. ¿Cuántos votos obtuvo cada candidato? Resuélvelo mediante el método Gauss o de Cramer. *(Solución: El candidato X recibe 32 votos, el candidato Y recibe 25 votos, y 3 votos son nulos)*

3.42. Con las 12 monedas que tengo en el bolsillo (de 50 céntimos, de 20 céntimos y de 10 céntimos de euro) puedo comprar un pastel cuyo precio es 2,80 euros. Si una moneda de 50 céntimos lo fuera de 20, entonces el número de las de 20 céntimos y el número de las de 10 céntimos coincidiría. ¿Cuántas monedas tengo de cada clase? *(Solución: el pastel se compra con 3 monedas de 50 céntimos, 4 monedas de 20 céntimos y 5 monedas de 10 céntimos.)*

3.43. En la XXI Olimpiada Nacional de Química se contrataron 5 autobuses de 55 plazas cada uno, incluida la del conductor, para el transporte de alumnos, profesores y acompañantes. Todos los autobuses iban fueron al completo. La suma del 10% del número de profesores y del 20% del número de acompañantes excede en una unidad al 10% del número de alumnos. El número de alumnos duplicaría al de profesores en el caso de que hubieran asistido 5 profesores menos. Determina el número de alumnos, de profesores y de acompañantes. *(Solución: van a la Olimpiada 150 alumnos, 80 profesores y 40 acompañantes)*

3.44. Al 50 % del total de los alumnos de una clase les gusta sólo el fútbol, al 20 % del total les gusta sólo el baloncesto y el resto, que son 6 alumnos, no les gustan estos deportes. Se pide:
a) Plantea un sistema de ecuaciones que responda a las condiciones del enunciado.
b) Calcula el total de alumnos y el número de aficionados al fútbol y al baloncesto.

(Solución: El total de alumnos es 20, los alumnos que sólo les gusta el fútbol son 10 mientras que los que sólo les gusta el baloncesto son 4)

3.45. Un popular grupo musical realiza tres conciertos únicos: el lunes, el miércoles y el viernes. Se sabe que el número de espectadores del miércoles se incrementó un 12 % respecto al lunes; el viernes, este número disminuyó un 12 % respecto al miércoles; el lunes el número de espectadores superó en 36 a los espectadores del viernes. Resuelve mediante un sistema cuántos espectadores hubo en cada concierto que dio este grupo. *(Solución: El lunes había 2500 espectadores; el miércoles 2.800 espectadores; y el viernes había 2.464 espectadores.)*

- 3.46.** Un alumno de 2º de Bachillerato emplea en la compra de tres lápices, un sacapuntas y dos gomas de borrar, tres euros. El doble del precio de un lápiz excede en cinco céntimos de euro a la suma de los precios de un sacapuntas y de una goma de borrar. Si cada lápiz costara cinco céntimos de euro más, entonces su precio duplicaría al de una goma de borrar. Determina el precio de un lápiz, de un sacapuntas y de una goma de borrar. *(Solución: el precio de un lápiz es 55 céntimos; el de un sacapuntas 75 céntimos; y el de una goma de borrar 30 céntimos).*
- 3.47.** En una fábrica de artículos deportivos se dispone de 10 cajas de diferente tamaño: Grandes, Medianas y Pequeñas para envasar las camisetas de atletismo producidas, con capacidad para 50, 30 y 25 camisetas, respectivamente. Si una caja grande fuera mediana, entonces habría el mismo número de grandes y de medianas. En total se envasan 390 camisetas. Determina el número de cajas que hay de cada clase. *(Solución: se disponen de 5 cajas grandes, 3 cajas medianas y 2 cajas pequeñas)*
- 3.48.** Un alumno de 2º de Bachillerato emplea en la compra de tres lápices, un sacapuntas y dos gomas de borrar, tres euros. El doble del precio de un lápiz excede en cinco céntimos de euro a la suma de los precios de un sacapuntas y de una goma de borrar. Si cada lápiz costara cinco céntimos de euro más, entonces su precio duplicaría al de una goma de borrar. Determina el precio de un lápiz, de un sacapuntas y de una goma de borrar. *(Solución: el precio de un lápiz es 55 céntimos; el de un sacapuntas 75 céntimos; y el de una goma de borrar 30 céntimos).*
- 3.49.** Para la compra de un artículo de precio 10,70 euros se utilizan monedas de 1 euro, de 50 céntimos de euro y de 20 céntimos de euro. El número total de monedas excede en una unidad al triple de monedas de 1 euro. El 30% de la suma del número de monedas de 1 euro con el doble del número de monedas de 50 céntimos coincide con el número de monedas de 20 céntimos. Halla el número de monedas que se utilizan de cada clase. *(Solución: el artículo se compra con 6 monedas de 1 euro, 7 monedas de 50 céntimos y 6 monedas de 20 céntimos)*
- 3.50.** La suma de las edades actuales de los tres hijos de un matrimonio es 59 años. Hace cinco años, la edad del menor era un tercio de la suma de las edades que tenían los otros dos. Dentro de cinco años, el doble de la edad del hermano mediano excederá en una unidad a la suma de las edades que tendrán los otros dos. Halla las edades actuales de cada uno de los hijos. *(Solución: Las edades son 23, 20 y 16 años)*

- 3.51.** Un dietista veterinario ha establecido la alimentación diaria (en términos de grasas, carbohidratos y proteínas) de un quebrantahuesos pirenaico que se ha recogido en el hogar de recuperación de fauna en el que trabaja. Se sabe que el quebrantahuesos necesita 500 g de alimento al día y que necesita 2500 Kcal. También se sabe que cada gramo de grasa proporciona 9 Kcal, cada gramo de carbohidratos 4 Kcal y cada gramo de proteínas 4 Kcal. Debido a que el ave ha llegado en un estado de debilidad, el veterinario estima que el consumo de carbohidratos debe ser 40 g más del doble de proteínas. Determine la cantidad de kilocalorías diarias que obtendrá el quebrantahuesos procedentes de grasas, de carbohidratos y de proteínas. *(Solución: Obtiene diariamente 900 Kcal procedentes de grasas, 1120 Kcal procedentes de carbohidratos y 480 Kcal procedentes de proteínas).*
- 3.52.** Los 30 alumnos de un grupo de 4º de ESO cursan tres asignaturas optativas distintas: Francés, Cultura Clásica y Energías alternativas. Si dos alumnos de Francés se hubiesen matriculado de Cultura Clásica, entonces estas dos asignaturas tendría el mismo número de alumnos. Si dos alumnos de Cultura Clásica se hubiesen matriculado en Energías Alternativas, entonces Energías Alternativas tendría doble número de alumnos que Cultura Clásica. Halla el número de alumnos matriculado en cada asignatura. *(Solución: 12 alumnos cursan Francés, 8 alumnos Cultura Clásica y 10 alumnos Energías Alternativas).*
- 3.53.** En una obra, para transportar la tierra extraída para la construcción de los cimientos de un edificio, se usan tres tipos de camiones diferentes: A, B y C. Los camiones de tipo A tienen una capacidad de 14 toneladas, los de tipo B de 24 toneladas y los de tipo C de 28 toneladas. Habría que traer un camión más de tipo A para igualar al número de camiones restantes. El 10% de la capacidad de todos los camiones tipo B supone un séptimo de la de los de mayor tonelaje. Hoy, realizando un único viaje cada camión a máxima capacidad, se han extraído de la obra 302 toneladas de tierra. ¿Cuánta tierra ha sido transportada hoy por los camiones de cada tipo? *(Solución: Cantidad transportada por A: $7 \times 14 = 98$ toneladas Cantidad transportada por B: $5 \times 24 = 120$ toneladas. Cantidad transportada por C: $3 \times 28 = 84$ toneladas).*

- 3.54.** Un hombre le dice a su esposa: “¿Te has dado cuenta que desde el día de nuestra boda hasta el día del nacimiento de nuestro hijo transcurrieron el mismo número de años que desde el día del nacimiento de nuestro hijo hasta hoy? El día del nacimiento de nuestro hijo la suma de nuestras edades era de 55 años”. La mujer le replicó: “Me acuerdo que en ese día del nacimiento de nuestro hijo, tú tenías la edad que yo tengo ahora y además recuerdo que el día de nuestra boda el doble de la edad que tú tenías excedía en 20 años a la edad que yo tengo hoy”. Halla las edades actuales de ambos. *(Solución: La edad actual del padre es 35 años, 30 años la de la madre y 5 años la del hijo).*

LA WEB DEL
PROFE DE MATES