

A. CÁLCULO DE INTEGRALES DEFINIDAS

12.1. Calcula las siguientes integrales definidas aplicando la regla de Barrow,

a) $\int_1^2 \frac{1}{x+2} dx$

b) $\int_0^3 (2x+1)^5 dx$

a) $\int_0^1 x^2 \cdot e^{x^3} dx$

d) $\int_3^4 \frac{1}{x^2-4} dx$

e) $\int_2^3 \frac{x}{x-1} dx$

f) $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$

g) $\int_{1/2}^{e/2} \ln(2x) dx$

h) $\int_0^{\pi/2} \cos x \cdot \sin^2 x dx$

i) $\int_0^{1/4} \arctan(2x) dx$

B. CÁLCULO DE ÁREAS LIMITADAS POR UNA FUNCIÓN Y EL EJE OX

12.2. Dada la función $f(x) = x^3 - 4x$:

a) Obtén los puntos de corte de la función con el eje de abscisas OX .

b) Calcula el área total de la región encerrada entre la curva $y = f(x)$ y el eje OX .

12.3. Se considera la función $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

a) Determina los puntos de corte de la gráfica de $f(x)$ con el eje de abscisas OX .

b) Calcula el área de la región encerrada entre la gráfica de la función $f(x)$ y el eje OX .

12.4. Dada la función $f(x) = -x^2 + 2x + 3$:

a) Halla las coordenadas del vértice de la parábola y los puntos de corte con el eje OX .

b) Calcula el área del recinto plano delimitado por la curva $y = f(x)$, el eje OX y las rectas verticales $x = 0$ y $x = 2$.

12.5. Dada la función $f(x) = |x^2 - 1|$:

- a) Expresa la función $f(x)$ como una función definida a trozos.
- b) Calcula el área de la región plana acotada entre la gráfica de $f(x)$, el eje OX y las rectas $x = 0$ y $x = 2$.

12.6. Se considera la función $f(x) = \frac{4}{x}$.

- a) Estudia el dominio y las asíntotas de $f(x)$.
- b) Calcula el área del recinto delimitado por la gráfica de $f(x)$, el eje de abscisas OX y las rectas $x = 1$ y $x = e^2$.

12.7. Se considera la función $f(x) = x \cdot e^{-x}$.

- a) Estudia sus intervalos de monotonía y sus extremos relativos.
- b) Calcula el área de la región acotada por la gráfica de $f(x)$, el eje de abscisas OX y las rectas verticales $x = 0$ y $x = 1$.

12.8. Se considera la función $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$.

- a) Determina los puntos de corte con los ejes y sus asíntotas.
- b) Calcula el área del recinto plano delimitado por la gráfica de $f(x)$, el eje OX y las rectas $x = 0$ y $x = 2$.

12.9. Se considera la función $f(x) = x^3 - 3x^2$.

- a) Determina los puntos de corte de la gráfica de $f(x)$ con el eje de abscisas OX .
- b) Calcula el área del recinto plano delimitado por la curva $y = f(x)$ y el eje de abscisas en el intervalo donde la función queda por debajo de dicho eje.

12.10. Dada la función $f(x) = x \cdot \ln(x)$ para $x > 0$:

a) Estudia sus puntos de corte con el eje de abscisas OX y determina sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

b) Calcula el área del recinto plano acotado por la gráfica de $f(x)$, el eje OX y las rectas verticales $x = 1$ y $x = e$.

12.11. Hallar el área limitada por la recta $x + y = 10$, el eje OX y las ordenadas de $x = 2$ y la recta $x = 8$.

12.12. Calcular el área del recinto limitado por la curva $y = 9 - x^2$ y el eje OX .

12.13. Calcula el área limitada por la curva $y = x^3 - 6x^2 + 8x$ y el eje de abscisas.

12.14. Calcula el área del recinto limitado por la parábola $y = 4x - x^2$ y la recta $y = 0$.

12.15. Calcular el área limitada por la curva $y = 6x^2 - 3x^3$ y el eje de abscisas.

12.16. Calcula el área de la zona del plano limitada por el eje de abscisas y la gráfica de la función $f(x) = x \cdot \sqrt{1-x}$, entre los puntos en que se cortan la gráfica con el eje mencionado.

12.17. Dada la función $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$:

a) Analiza el dominio de $f(x)$ y justifica algebraicamente si la función es par o impar.

b) Estudia la concavidad, convexidad y puntos de inflexión de la función.

c) Determina el área del recinto plano delimitado por la curva $y = f(x)$, el eje OX y las rectas verticales $x = 0$ y $x = 1$.

12.18. La función $f(x) = a - x^2$ corta al eje OX en dos puntos. Calcular el valor de a para que el área que delimita la función con el eje OX sea igual a $36 u^2$.

12.19. Halla el área de la región comprendida entre la curva $y = x^3 - 6x^2 + 8x$ y el eje OX .

12.20. Calcular el área de la región del plano limitada por la curva: $f(x) = |x^2 - 4x + 3|$ y el eje OX .

12.21. Calcular el área de la región del plano limitada por la curva: $f(x) = |2 - 5x^2 + 3x|$ y el eje OX .

12.22. Calcular el área de la región del plano limitada por la curva: $f(x) = |x^4 - 1|$ y el eje OX .

12.23. Calcular el área de la región limitada por la gráfica de la función $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ el eje OX y las rectas $x = -1$ y $x = 2$.

C. CÁLCULO DE ÁREAS LIMITADAS POR VARIAS FUNCIONES

12.31. Calcular el área limitada por las gráficas de las funciones $y^2 = 4x$ e $y = x^2$.

12.32. Hallar el área de la figura limitada por: $y = x^2$, $y = x$, $x = 0$, $x = 2$

12.33. Dadas las funciones $f(x) = x^2$ y $g(x) = 2 - x^2$:

a) Representa esquemáticamente la región limitada por ambas curvas.

b) Calcula el área de la región encerrada entre las gráficas de $f(x)$ y $g(x)$.

12.34. Se consideran las funciones $f(x) = x^2 - 2x$ y $g(x) = x + 12$.

a) Determina las abscisas de los puntos de intersección entre las gráficas de ambas funciones.

b) Calcula el área de la región plana acotada entre las curvas $y = f(x)$ e $y = g(x)$.

12.35. Dadas la función $f(x) = \sin(x)$ y la función $g(x) = \cos(x)$ en el intervalo $[0, \pi]$:

a) Halla el punto de corte entre ambas funciones en dicho intervalo.

b) Calcula el área de la región delimitada por las gráficas de $f(x)$ y $g(x)$ y las rectas $x = 0$ y $x = \frac{\pi}{2}$.

12.36. Se consideran la parábola $f(x) = x^2 - 4$ y la recta $g(x) = 2x - 1$.

a) Halla los puntos de intersección entre la parábola $y = f(x)$ y la recta $y = g(x)$.

b) Calcula el área de la región plana limitada por las curva $y = f(x)$ e $y = g(x)$.

12.37. Calcula el área del recinto limitado por la curva de ecuación $y = 2\sqrt{x}$ y la recta $y = x$.

12.38. Calcula el área de la región delimitada por las funciones $f(x) = x^2 - 4x + 5$ y $g(x) = 3 - x$.

12.39. Calcular el área limitada por la curva $xy = 36$, el eje OX y las rectas: $x = 6$, $x = 12$.

12.40. Calcular el área limitada por la curva $y = 2(1 - x^2)$ y la recta $y = -1$.

12.41. Calcular la superficie delimitada por las curvas $y = 2x^3 - 3x + 2$ y $y = 5x^2 + 2$.

12.42. Calcular la superficie delimitada por las curvas $y = (x + 2)^2$ y $y = -x^2 - 3x - 2$.

12.43. Hallar el área de la región del plano limitada por las curvas $y = \ln x$, $y = 2$ y los ejes coordenados.

12.44. Calcular el área de la región del plano limitada por el círculo $x^2 + y^2 = 9$.

12.45. Calcula el área de la región limitada por las gráficas de las funciones $f(x) = x^2$, $g(x) = \frac{1}{x}$, $x = e$ y el eje OX .

12.46. Calcula el área de la región limitada por las gráficas de las funciones:

$$f(x) = x \cdot e^{-3x} \text{ y } g(x) = (x^2 - x) \cdot e^{-3x}$$

12.47. Hallar el área del recinto plano y limitado por la parábola $y = 4x - x^2$ y las tangentes a la curva en los puntos de intersección con el eje OX .

12.48. Calcula el área de la región del plano limitada por la parábola de ecuación $y = -x^2 + 4x - 3$ y sus rectas tangentes en los puntos $(0, -3)$ y $(4, -3)$.

12.49. Calcula el área de la región de $\mathbb{R}^2$ limitada por la gráfica de la parábola $g(x) = x^2 - x$ y la gráfica de la función: $f(x) = \frac{x - x^2}{(x+1) \cdot (x+2)}$.