

A. CÁLCULO DE INTEGRALES INMEDIATAS

11.1. Calcula las siguientes integrales indefinidas,

$$\begin{array}{lll} a) \int (3x - 5) dx & b) \int (7x^4 - 4x^3 + x^2 + 1) dx & c) \int \left(-\frac{5x^3}{4} + \sqrt{3}x^2 - \pi \right) dx \\ d) \int \frac{-3x^4 - 2x^2 + x}{x} dx & e) \int \left(\frac{x^2}{2x} - \frac{5x^4}{4x^2} + \frac{12x^6}{6x^3} \right) dx & f) \int \frac{1}{x^2} dx \\ g) \int \left(\frac{3}{x^3} - \frac{2}{x^4} \right) dx & h) \int \left(\frac{1}{2x^5} + \frac{8}{4x^3} - \frac{6}{8x^2} \right) dx & i) \int \frac{1}{\sqrt{x}} dx \\ j) \int \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} dx & k) \int \left(\frac{3x^2}{\sqrt[5]{x^3}} - \frac{4x}{\sqrt[3]{x}} \right) dx & l) \int \left(\frac{x^2 + x}{\sqrt{x}} \right) dx \\ m) \int \frac{2}{x} dx & n) \int \left(\frac{3}{x^2} + \frac{\sqrt{x}}{x^3} - \frac{1}{5x} \right) dx & ñ) \int \left(-\frac{2x}{4x^3} + \frac{x}{5x^2} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right) dx \\ o) \int \left(\frac{2}{x^2} + \frac{x}{2} \right)^3 dx & p) \int \left(\frac{1}{x} - 2x \right)^2 dx & q) \int \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^2 dx \end{array}$$

11.2. Calcula las siguientes integrales indefinidas potenciales,

$$\begin{array}{lll} a) \int (2x + 1)^2 dx & b) \int x^3 \cdot (1 + 3x^4)^5 dx & c) \int (4x - 3)^8 dx \\ d) \int x^2 \cdot (5x^3 - 1)^5 dx & e) \int (x^2 - 2x)^3 \cdot (x - 1) dx & f) \int (x^2 - 2x)(x^3 - 3x^2 - 1)^4 dx \\ g) \int e^{2x} \cdot (e^{2x} + 1)^3 dx & h) \int \cos t \cdot \sin^2 t dt & i) \int \sin t \cdot (1 + \cos t)^7 dt \\ j) \int \frac{\ln^4 x}{x} dx & k) \int \frac{1}{\sqrt{5x + 1}} dx & l) \int \frac{x - 1}{\sqrt[3]{x^2 - 2x + 4}} dx \\ m) \int e^{x^2} \cdot \frac{x}{\sqrt[4]{e^{x^2} + 1}} dx & n) \int \frac{\sin 2t}{\sqrt{1 + \cos 2t}} dt & ñ) \int \frac{2^{-x}}{\sqrt[5]{2^{-x} - 3}} dx \\ o) \int \int \frac{3^{\ln x}}{x} \cdot (3^{\ln x} - 2)^{-2} dx & p) \int u \cdot (3u^2 + 4)^{-5} du & q) \int \cos^{-3}(4m - 1) \cdot \sin(4m - 1) dm \end{array}$$

11.3. Calcula las siguientes integrales indefinidas logarítmicas,

$$\begin{array}{lll} a) \int \frac{t - 2}{t^2 - 4t + 3} dt & b) \int \frac{x}{3x + 1} dx & c) \int \frac{2x^3 + 1}{2x + x^4} dx \\ d) \int \frac{e^{2x}}{e^{2x} - 1} dt & e) \int \frac{\cos x \cdot \sin x}{\cos^2 x + 1} dx & f) \int \frac{1}{\cos^2 x \cdot \tan x} dx \\ g) \int \frac{1}{x \cdot \ln x} dx & h) \int \frac{\cos 2t}{\sin 2t} dx & i) \int \tan x dx \end{array}$$

11.4. Calcula las siguientes integrales indefinidas exponenciales,

a) $\int x \cdot 2^{x^2} dx$

b) $\int e^{-x} dx$

c) $\int \frac{x}{2^{-x^2}} dx$

d) $\int 3^{\sin 5t} \cdot \cos 5t dt$

e) $\int \frac{1}{\sqrt{x} \cdot 4^{\sqrt{x}}} dx$

f) $\int (x+2) \cdot e^{(3x+6)^2} dx$

g) $\int \frac{3^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$

h) $\int \frac{e^{tg 2x}}{\cos^2 2x} dx$

i) $\int \frac{e^{\sqrt[3]{2x}}}{\sqrt[3]{4x^2}} dx$

11.5. Calcula las siguientes integrales indefinidas trigonométricas,

a) $\int \sin(2t+1) dt$

b) $\int (x+1) \cdot \cos(x^2+2x) dx$

c) $\int \tan(1-x) dx$

d) $\int e^{3x} \cdot \cos(e^{3x} + \pi) dx$

e) $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$

f) $\int \sin 2x \cdot \sin(\cos 2x) dx$

g) $\int x \cdot \tan(3x^2+2) dx$

h) $\int t^2 \cdot \cos(1-t^3) dt$

i) $\int \frac{1}{x^2} \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right) dx$

j) $\int \frac{\cos(\ln x)}{x} dx$

k) $\int \frac{\tan(2x)}{\cos^2 2x} dx$

l) $\int x^{-3/2} \cdot \sin\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) dx$

11.6. Calcula las siguientes integrales indefinidas tipo arco seno,

a) $\int \frac{1}{\sqrt{1-9x^2}} dx$

b) $\int \frac{x}{\sqrt{4-x^4}} dx$

c) $\int \frac{2}{\sqrt{9-4x^2}} dx$

d) $\int \frac{1}{\sqrt{9-(x+1)^2}} dx$

e) $\int \frac{1}{x \cdot \sqrt{1-(\ln x^4)^2}} dx$

f) $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{1-e^{4x}}} dx$

g) $\int \frac{3x}{\sqrt{4-64x^4}} dx$

h) $\int \frac{1}{\sqrt{t} \cdot \sqrt{1-t}} dt$

i) $\int \frac{1}{\sqrt{-2t-t^2}} dx$

11.7. Calcula las siguientes integrales indefinidas tipo arcotangente,

a) $\int \frac{1}{1+4x^2} dx$

b) $\int \frac{\cos(3x)}{1+\sin^2(3x)} dx$

c) $\int \frac{1}{1+(4x+3)^2} dx$

d) $\int \frac{x}{3+x^4} dx$

e) $\int \frac{3}{4+(1-2x)^2} dx$

f) $\int \frac{e^x}{4+e^{2x}} dx$

g) $\int \frac{1}{16+\frac{t^2}{4}} dt$

h) $\int \frac{t^3}{2+t^6} dt$

i) $\int \frac{3}{x \cdot (1+\ln^2 x)} dx$

11.8. Transforma mediante productos notables, separa cuando sea necesario y calcula las siguientes integrales indefinidas tipo arco/logaritmo,

$$\begin{array}{lll} a) \int \frac{2}{\sqrt{-x^2+2x}} dx & b) \int \frac{4}{\sqrt{-3+4x-x^2}} dt & c) \int \frac{1}{\sqrt{-6+6x-x^2}} dx \\ d) \int \frac{5x}{x^4+10+6x^2} dx & e) \int \frac{x+3}{x^2-2x+5} dt & f) \int \frac{1}{2+6x+9x^2} dx \\ g) \int \frac{x+3}{x^2-2x+5} dx & h) \int \frac{x-1}{x^2+2x+3} dx & i) \int \frac{6}{x^2+4x+6} dx \end{array}$$

B. INTEGRACIÓN POR PARTES

11.11. Resolver las siguientes integrales por el método de integración por partes,

$$\begin{array}{lll} a) \int x \cdot e^{3x} dx & b) \int x^2 \cdot \ln x dx & c) \int x \cdot \operatorname{sen} x dx \\ d) \int x \cdot e^{-x} dx & e) \int x^2 \cdot \cos x dx & f) \int x^3 \cdot e^{2x} dx \\ g) \int \ln x dx & h) \int \cos \sqrt{x} dx & i) \int \arctan x dx \\ j) \int (\ln x)^2 dx & k) \int x \cdot \arctan x dx & l) \int x^2 \cdot e^x dx \end{array}$$

11.12. Resolver las siguientes integrales por el método de integración por partes, despejando finalmente el resultado,

$$a) \int e^x \cdot \operatorname{sen} x dx \quad b) \int \operatorname{sen}^2 x dx \quad c) \int e^{-x} \cdot \cos x dx \quad d) \int \cos^2 x dx$$

C. INTEGRACIÓN POR CAMBIO DE VARIABLE

11.21. Resolver las siguientes integrales por el método de sustitución o cambio de variable,

$$\begin{array}{lll} a) \int x \cdot \sqrt{1+x} dx & b) \int \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}} dx & c) \int \sqrt[3]{1+x} dx \\ d) \int \frac{e^{4x}+3}{e^{3x}} dx & e) \int x \cdot \sqrt{x-1} dx & f) \int \sqrt{1-x^2} dx \\ g) \int \frac{2}{\sqrt{e^x-1}} dx & h) \int x \cdot \sqrt{x-1} dx & i) \int \sqrt{1-x^2} dx \end{array}$$

D. INTEGRACIÓN DE FRACCIONES RACIONALES POR FRACCIONES SIMPLES

11.31. Resolver las siguientes integrales por el método de fracciones simples con raíces simples

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \int \frac{x^3}{x^3 - x} dx & \text{b)} \int \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - 4} dx & \text{c)} \int \frac{x^2 + 3}{x^2 + 5x - 6} dx \\ \text{d)} \int \frac{1}{x^2 - 4x + 3} dx & \text{e)} \int \frac{x^3 - x + 1}{x^2 + x} dx & \text{f)} \int \frac{3x - 2}{x^3 - 2x^2 - 5x + 6} dx \end{array}$$

11.32. Resolver las siguientes integrales por el método de fracciones simples con raíces múltiples

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \int \frac{dx}{(x-1)^2(x-2)} & \text{b)} \int \frac{x^3 - x + 2}{x^3 + x^2} dx & \text{c)} \int \frac{x^3 + 2x - 1}{x^3 - 4x^2 + 4x} dx \\ \text{d)} \int \frac{2x + 3}{x^3 + 6x^2 + 9x} dx & \text{e)} \int \frac{x^3 + 2x + 1}{x^3 - x^2 - x + 1} dx & \text{f)} \int \frac{x^3}{x^3 + 3x^2 - 4} dx \end{array}$$

11.33. Resolver las siguientes integrales por el método de fracciones simples con factores cuadráticos

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \int \frac{2x + 1}{x^3 + x^2 + x} dx & \text{b)} \int \frac{x^3}{x^3 + x} dx & \text{c)} \int \frac{x^4 + 1}{x^4 - 1} dx \\ \text{d)} \int \frac{x + 2}{x^3 + x^2 + x - 3} dx & \text{e)} \int \frac{x^3 - 1}{x^4 - 7x^2 - 18} dx & \text{f)} \int \frac{3}{x^4 + x^2} dx \end{array}$$

E. EJERCICIOS DE LA PAU

11.41. Calcular la siguiente integral indefinida aplicando el método de integración por partes:

$$\int x^2 \cdot \cos(2x) dx$$

11.42. Dada la integral indefinida:

$$\int \frac{x^2 + 2x + 3}{x^3 - x} dx$$

a) Descompón la fracción racional en suma de fracciones simples.

b) Calcular la primitiva de la función.

11.43. Calcula el valor de la siguiente integral definida mediante un cambio de variable

($t = e^x$ o $t = \sqrt{x}$):

$$\int_0^1 \frac{e^x}{1 + e^{2x}} dx$$

11.44. Halla la primitiva $F(x)$ de la función $f(x) = (2x + 1) \cdot e^{-x}$ que cumple la condición inicial $F(0) = 2$.

11.45. Se considera la función $f(x) = 3x^2 - 6x + 4$.

a) Encuentra la función primitiva $F(x)$ de $f(x)$ tal que $F(1) = 5$.

b) Evalúa la integral definida $\int_0^2 f(x) dx$.

11.46. Calcula la siguiente integral indefinida inmediata/cuasi-inmediata:

$$\int \left(\frac{4}{x+1} - 2x + e^{3x} \right) dx$$

11.47. Dada la función $f(x) = \frac{2x-3}{x^2-3x+2}$:

a) Halla la primitiva $F(x)$ de $f(x)$ sabiendo que su gráfica pasa por el punto $(3, \ln 2)$.

b) Calcula $\int_3^4 f(x) dx$.

11.48. Calcula la siguiente integral definida evaluando los límites de integración:

$$\int_1^e \left(\frac{3}{x} + 2x - 1 \right) dx$$