

CUADERNO DE TRABAJO 7

Análisis y enfoques Matemáticas I y II

Entrega límite **VIERNES, 8 de mayo de 2026 (hora de inicio de clase)**

NOMBRE: _____

APELLIDOS: _____

Instrucciones para los/as alumnos/as

- Escriba su nombre y apellidos en las casillas de arriba.
- En esta prueba se permite el uso de calculadora no programable.
- Conteste a **TODOS los ejercicios y problemas** que se presentan en el cuadernillo.
- Escriba sus respuestas en las hojas provistas a tal efecto.
- Salvo que se indique lo contrario en cada pregunta todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Si lo necesita, puede añadir hojas para la realización de cuentas.
- Si observa que el espacio de respuesta le impide contestar completamente a alguna pregunta puede anexar una hoja adicional a este cuadernillo, que el examinador grapará al mismo. En esta hoja anexa, ponga su nombre y apellidos y el número y letra del ejercicio que extiende.
- La puntuación máxima para esta prueba es de 11,25 puntos.
- La entrega de este cuadernillo un día después de la fecha límite de entrega supone la división del total de la nota obtenida entre 2. Si se produce esta entrega 2 días después de la fecha límite, se realizará la división de la nota total entre 3 y así sucesivamente. Es decir,

$$\text{Nota def.} = \text{Nota total} / (\text{Días de retraso} + 1)$$

No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse alguna puntuación, a interpretación del corrector, si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

SECCIÓN ÚNICA

[Puntuación máxima: 2 puntos]

1. (a) Calcule algebraicamente una expresión lo más simplificada posible y sin razones trigonométricas para

$$\cos(\arccos(x) + \arccos(x\sqrt{3})) \quad (1 \text{ punto})$$

- (b) A partir de lo anterior, o de cualquier otro modo, calcule algebraicamente la solución de la ecuación,

$$\arccos(x) + \arccos(x\sqrt{3}) = \frac{3\pi}{2} \quad \text{para } x \in \mathbb{R} \quad -\frac{1}{\sqrt{3}} < x < \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (1 \text{ punto})$$



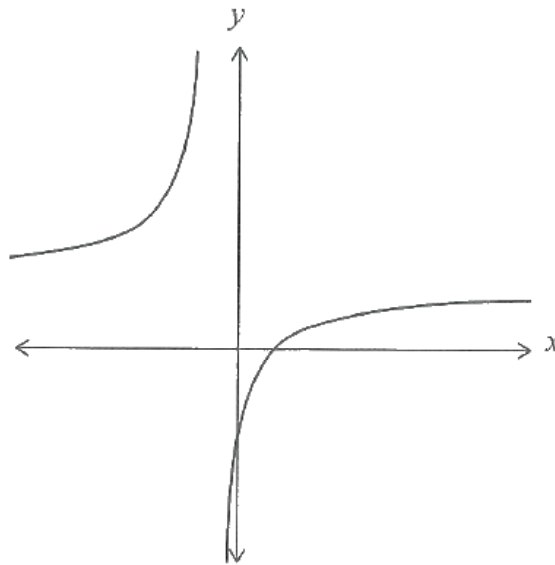
LA WEB DEL

PROFE DE MATHS

[Puntuación máxima: 2 puntos]

(Análisis y Enfoques NS Mayo 2025, P1, Ej.1)

2. La función f viene dada por $f(x) = \frac{3x+2}{2x+1}$ para $x \in \mathbb{R}$, $x \neq -\frac{1}{2}$. La siguiente figura muestra una parte del gráfico de $y = f(x)$.



(a) Escriba el valor de $f(0)$. (0,25 puntos)

(b) Escriba la ecuación de la asíntota vertical y calcule la ecuación de la asíntota horizontal. (0,5 puntos)

(c) Determine el recorrido de la función f . (0,25 puntos)

(d) Calcule la expresión analítica de $f^{-1}(x)$. (0,5 puntos)

La función g viene dada por $g(x) = -f(x)$ para $x \geq 0$.

(e) Halle el recorrido de g . (0,5 puntos)

LA WEB DEL

PROFE DE MATEMÁTICAS

[Puntuación máxima: 2,5 puntos]

3. Dada la función real de variable real definida sobre su dominio como,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2+x^2} & \text{si } x \leq -1 \\ \frac{2x^2}{3-3x} & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

(a) Estudiar la continuidad de la función en \mathbb{R} . (0,75 puntos)

(b) Calcular las asíntotas de la función f . (0,75 puntos)

(c) Calcular algebraicamente el siguiente límite

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)^{2x^2-1} \quad (1 \text{ punto})$$



LA WEB DEL

PROFE DE MATHS

[Puntuación máxima: 2 puntos]

4. Sea la función real de variable real $h(x) = \frac{|x|}{1-|x|}$.

(a) Calcula el dominio de la función h . (0,25 puntos)

(b) Estudia si la función h presenta simetría par o impar. (0,25 puntos)

(c) Escribe la función h en su versión "a trozos". (0,25 puntos)

(d) A partir de lo anterior, estudia y calcula algebraicamente las asíntotas de h . (0,25 puntos)

(e) Calcula los siguientes límites (0,5 puntos)

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} h(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} h(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow +1^-} h(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow +1^+} h(x)$$

(f) A partir de lo anterior y mediante una tabla de valores entre $-x = -1$ y $x = 1$, representa detalladamente la función en unos ejes de coordenadas. (0,5 puntos)

LA WEB DEL
PROFE DE MATE

LA WEB DEL

PROFE DE MATHS

[Puntuación máxima: 1,25 puntos]

5. Dada la función real de variable real definida sobre su dominio como,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - a}{x - 1} & \text{si } x < 0 \\ ax^2 + b & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ e^{x-1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Determina algebraicamente los valores de a y de b para que la función sea continua en todo su dominio justificando por qué es continua en dicho dominio.



[Puntuación máxima: 1,5 puntos]

6. Resuelve algebraicamente los siguientes límites,

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 1} + 2x}{\sqrt{9x^2 + 2} + 1}$ b) $\lim_{x \rightarrow +2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{1 - \sqrt{x-1}}$ c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 1} - 2x)$

LA WEB DEL
PROFE DE MATE

LA WEB DEL

PROFE DE MATHS

SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS Y EJERCICIOS DEL CUADERNO DE TRABAJO 7

ANÁLISIS Y ENFOQUES – MATEMÁTICAS I

[Puntuación máxima: 2 puntos]

1. (a) Calcule algebraicamente una expresión lo más simplificada posible y sin razones trigonométricas para

$$\cos(\arccos(x) + \arccos(x\sqrt{3})) \quad (1 \text{ punto})$$

- (b) A partir de lo anterior, o de cualquier otro modo, calcule algebraicamente la solución de la ecuación,

$$\arccos(x) + \arccos(x\sqrt{3}) = \frac{3\pi}{2} \quad \text{para } x \in \mathbb{R} - \frac{1}{\sqrt{3}} < x < \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (1 \text{ punto})$$

- (a) Calcule algebraicamente una expresión lo más simplificada posible y sin razones trigonométricas para

$$\cos(\arccos(x) + \arccos(x\sqrt{3}))$$

Por la fórmula de la adición para coseno,

$$\cos(\arccos(x) + \arccos(x\sqrt{3})) = \cos(\arccos(x)) \cdot \cos(\arccos(x\sqrt{3})) - \sin(\arccos(x)) \cdot \sin(\arccos(x\sqrt{3}))$$

Como $\cos(\arccos(x)) = x$ entonces,

$$\sin(\arccos(x)) = \sqrt{1 - \cos^2(\arccos(x))} = \sqrt{1 - x^2}$$

Y como $\cos(\arccos(x \cdot \sqrt{3})) = x \cdot \sqrt{3}$ entonces,

$$\sin(\arccos(x\sqrt{3})) = \sqrt{1 - \cos^2(\arccos(x\sqrt{3}))} = \sqrt{1 - (x \cdot \sqrt{3})^2} = \sqrt{1 - 3x^2}$$

Por lo tanto,

$$\begin{aligned} \cos(\arccos(x) + \arccos(x\sqrt{3})) &= \cos(\arccos(x)) \cdot \cos(\arccos(x\sqrt{3})) - \\ &\sin(\arccos(x)) \cdot \sin(\arccos(x\sqrt{3})) = x \cdot x \cdot \sqrt{3} - \sqrt{1 - x^2} \cdot \sqrt{1 - 3x^2} = \\ &= x^2 \cdot \sqrt{3} - \sqrt{1 - 3x^2 - x^2 + 3x^4} = x^2 \cdot \sqrt{3} - \sqrt{1 - 4x^2 + 3x^4} \end{aligned}$$

(b) A partir de lo anterior, o de cualquier otro modo, calcule algebraicamente la solución de la ecuación,

$$\arccos(x) + \arccos(x\sqrt{3}) = \frac{3\pi}{2} \quad \text{para } x \in \mathbb{R} \quad -\frac{1}{\sqrt{3}} < x < \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Tomando coseno en ambas partes de la ecuación tendremos que,

$$\begin{aligned} \cos(\arccos(x) + \arccos(x\sqrt{3})) &= \cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) \Leftrightarrow x^2 \cdot \sqrt{3} - \sqrt{1 - 4x^2 + 3x^4} = 0 \\ \Leftrightarrow x^2 \cdot \sqrt{3} &= \sqrt{1 - 4x^2 + 3x^4} \end{aligned}$$

Elevando al cuadrado tendremos que,

$$\Leftrightarrow 3x^4 = 1 - 4x^2 + 3x^4 \Leftrightarrow 0 = 1 - 4x^2 \Leftrightarrow \frac{1}{4} = x^2 \Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{2}$$

Comprobamos las soluciones,

- Si $x = \frac{1}{2}$ entonces,

$$\arccos(x) + \arccos(x\sqrt{3}) = \arccos\left(\frac{1}{2}\right) + \arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$$

Por lo tanto, no es solución de la ecuación

- Si $x = -\frac{1}{2}$ entonces,

$$\arccos(x) + \arccos(x\sqrt{3}) = \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{2\pi}{3} + \frac{5\pi}{6} = \frac{3\pi}{2}$$

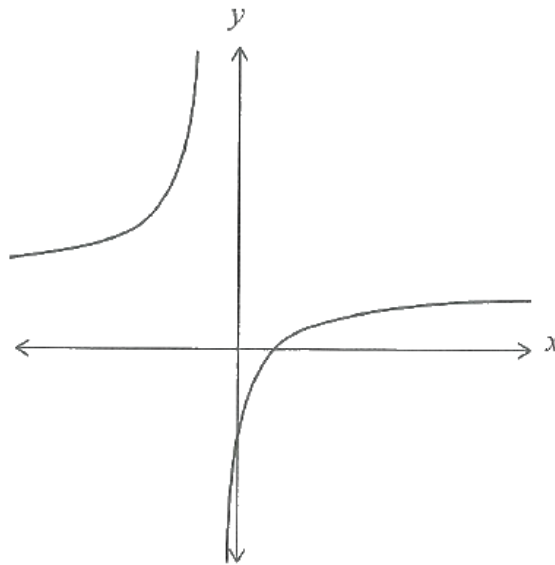
Por lo tanto, es solución de la ecuación.

La solución de la ecuación es $x = -\frac{1}{2}$

[Puntuación máxima: 2 puntos]

(Análisis y Enfoques NS Mayo 2025, P1, Ej.1)

2. La función f viene dada por $f(x) = \frac{3x+2}{2x+1}$ para $x \in \mathbb{R}$, $x \neq -\frac{1}{2}$. La siguiente figura muestra una parte del gráfico de $y = f(x)$.



(a) Escriba el valor de $f(0)$. (0,25 puntos)

(b) Escriba la ecuación de la asíntota vertical y calcule la ecuación de la asíntota horizontal. (0,5 puntos)

(c) Determine el recorrido de la función f . (0,25 puntos)

(d) Calcule la expresión analítica de $f^{-1}(x)$. (0,25 puntos)

La función g viene dada por $g(x) = -f(x)$ para $x \geq 0$.

(e) Halle el recorrido de g . (0,75 puntos)

(a) Escriba el valor de $f(0)$.

$$f(0) = \frac{3 \cdot 0 + 2}{2 \cdot 0 + 1} = \frac{2}{1} = 2$$

(b) Escriba la ecuación de la asíntota vertical y calcule la ecuación de la asíntota horizontal.

La asíntota vertical se puede obtener simplemente de anular el denominador,

$$2x + 1 = 0 \Leftrightarrow 2x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$$

La asíntota horizontal se obtiene mediante,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + 2}{2x + 1} = \frac{3}{2}$$

Por lo tanto, la función presenta una asíntota horizontal en $y = \frac{3}{2}$.

(c) Determine el recorrido de la función f .

El recorrido o imagen de la función es

$$Im(f) = \mathbb{R} - \left\{ \frac{3}{2} \right\}$$

(d) Calcule la expresión analítica de $f^{-1}(x)$.

Cambiamos la "x" por la "y" y despejamos "y",

$$x = \frac{3y + 2}{2y + 1} \Leftrightarrow x \cdot (2y + 1) = 3y + 2 \Leftrightarrow 2xy + x = 3y + 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x - 2 = 3y - 2xy \Leftrightarrow x - 2 = y \cdot (3 - 2x) \Leftrightarrow y = \frac{x - 2}{3 - 2x}$$

En conclusión,

$$f^{-1}(x) = \frac{x - 2}{3 - 2x}$$

La función g viene dada por $g(x) = -f(x)$ para $x \geq 0$.

(e) Halle el recorrido de g .

$$g(x) = -f(x) = -\frac{3x + 2}{2x + 1} = \frac{-3x - 2}{2x + 1}$$

En ese caso, su función inversa es,

$$x = \frac{-3y - 2}{2y + 1} \Leftrightarrow x \cdot (2y + 1) = -3y - 2 \Leftrightarrow 2xy + x = -3y - 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x + 2 = -3y - 2xy \Leftrightarrow x + 2 = y \cdot (-3 - 2x) \Leftrightarrow y = -\frac{x + 2}{3 + 2x}$$

En conclusión, $g^{-1}(x) = -\frac{x+2}{3+2x}$.

El recorrido de g , es el dominio de g^{-1} . En ese caso, el dominio de esta función será válido siempre que $f^{-1}(x) \geq 0$. Estudiamos el signo de $f^{-1}(x)$

Intervalos/semirrectas	$signo \left(-\frac{x+2}{3+2x} \right)$	$f^{-1}(x) \geq 0$
$(-\infty, -2)$	$(-) \cdot \frac{(-)}{(-)} = (-)$	No
$\left(-2, -\frac{3}{2}\right]$	$(-) \cdot \frac{(+)}{(-)} = (+)$	Sí
$\left[-\frac{3}{2}, +\infty\right)$	$(-) \cdot \frac{(+)}{(+)} = (-)$	No

En conclusión, $Im(g) = Dom(g^{-1}) = \left(-2, -\frac{3}{2}\right]$

[Puntuación máxima: 2,5 puntos]

3. Dada la función real de variable real definida sobre su dominio como,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2+x^2} & \text{si } x \leq -1 \\ \frac{2x^2}{3-3x} & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

(a) Estudiar la continuidad de la función en \mathbb{R} . (0,75 puntos)

(b) Calcular las asíntotas de la función f . (0,75 puntos)

(c) Calcular algebraicamente el siguiente límite

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)^{2x^2-1} \quad (1 \text{ punto})$$

(a) Estudiar la continuidad de la función en \mathbb{R}

La función es continua para $x < -1$ al ser una función racional en la que el denominador se anula fuera de $x < -1$. La función es continua para $-1 < x$ por ser una función racional, siempre que su denominador no se anula para $-1 < x$. En este caso, como

$$3 - 3x = 0 \Leftrightarrow 3 = 3x \Leftrightarrow x = 1$$

Entonces en $x = 1$ la función no es continua y presenta una discontinuidad de salto infinito (asíntota vertical).

Estudiamos la continuidad en $x = -1$. Para ello, calculamos los límites laterales en este valor con el valor de imagen para dicho valor.

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2}{2+x^2} = \frac{1}{2+1} = \frac{1}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x^2}{3-3x} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$f(-1) = \frac{(-1)^2}{2+(-1)^2} = \frac{1}{3}$$

En tal caso, $f(x)$ es continua en $x = -1$ ya que coinciden los límites laterales con la imagen del valor de abscisa.

En conclusión, la función $f(x)$ es continua en $\mathbb{R} - \{+1\}$ y en $x = 1$ presenta una discontinuidad de salto infinito (asíntota vertical).

(b) Calcular las asíntotas de la función f .

$f(x)$ presenta una asíntota vertical en $x = 1$

Hay asíntota horizontal para la tendencia a menos infinito en $y = 1$ ya que,

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{2 + x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1$$

Hay asíntota oblicua para la tendencia a más infinito en $y = -\frac{2x}{3} - \frac{2}{3}$ ya que, si la asíntota es $y = mx + n$ entonces,

$$m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{3x - 3x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{-3x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{2}{3} = -\frac{2}{3}$$

$$n = \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x^2}{3 - 3x} - \left(-\frac{2}{3}x \right) \right) =$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x^2}{3 - 3x} + \frac{2x}{3} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 2x - 2x^2}{3 - 3x} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{+2x}{3 - 3x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{+2x}{-3x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{+2}{-3} = -\frac{2}{3}$$

(c) Calcular algebraicamente el siguiente límite

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)^{2x^2-1}$$

Lo calculamos,

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)^{2x^2-1} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^2}{2 + x^2} \right)^{2x^2-1} \stackrel{1^\infty}{=} e^{\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^2-1) \cdot \left(\frac{x^2}{2+x^2} - 1 \right)} = \\ &= e^{\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^2-1) \cdot \left(\frac{x^2}{2+x^2} - 1 \right)} = e^{\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^2-1) \cdot \left(\frac{x^2-2-x^2}{2+x^2} \right)} = e^{\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^2-1) \cdot \left(\frac{-2}{2+x^2} \right)} = \\ &= e^{\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{-4x^2+2}{2+x^2} \right)} = e^{\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{-4x^2}{x^2} \right)} = e^{\lim_{x \rightarrow -\infty} (-4)} = e^{-4} \end{aligned}$$

[Puntuación máxima: 2 puntos]

4. Sea la función real de variable real $h(x) = \frac{|x|}{1-|x|}$.

(a) Calcula el dominio de la función h . (0,25 puntos)

(b) Estudia si la función h presenta simetría par o impar. (0,25 puntos)

(c) Escribe la función h en su versión "a trozos". (0,25 puntos)

(d) A partir de lo anterior, estudia y calcula algebraicamente las asíntotas de h . (0,25 puntos)

(e) Calcula los siguientes límites (0,5 puntos)

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} h(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} h(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow +1^-} h(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow +1^+} h(x)$$

(f) A partir de lo anterior y mediante una tabla de valores entre $-x = -1$ y $x = 1$, representa detalladamente la función en unos ejes de coordenadas. (0,5 puntos)

(a) Calcula el dominio de la función h

Los valores que no son de dominio son aquellos que anulan el denominador. Anulamos el denominador

$$1 - |x| = 0 \Leftrightarrow 1 = |x| \Leftrightarrow x = \pm 1$$

Por lo tanto, el dominio de la función es $h(x)$.

$$Dom(h) = \mathbb{R} - \{-1, +1\}$$

(b) Estudia si la función h presenta simetría par o impar.

Comprobamos si presenta simetría par en su dominio, verificando si

$$h(-x) = h(x) \quad \forall x \in Dom(h)$$

$$h(-x) = \frac{|-x|}{1-|-x|} = \frac{|x|}{1-|x|} = h(x), \quad \forall x \in Dom(h)$$

Por lo tanto, tiene simetría par.

En cuanto a la simetría impar, si tiene simetría par, no puede tener simetría impar.

(c) Escribe la función h en su versión "a trozos".

$$h(x) = \frac{|x|}{1 - |x|} = \begin{cases} \frac{-x}{1+x} & \text{si } x < 0 \\ \frac{x}{1-x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

(d) A partir de lo anterior, estudia y calcula algebraicamente las asíntotas de h .

Anulando los denominadores de los dos trozos de la función, tendremos que hay asíntotas verticales en,

$$1 + x = 0 \Leftrightarrow x = -1$$

$$1 - x = 0 \Leftrightarrow x = +1$$

Hay asíntota horizontal para la tendencia a menos infinito en $y = -1$ ya que,

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{1+x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} -1 = -1$$

Hay asíntota horizontal para la tendencia a más infinito en $y = -1$ ya que,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{1-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} -1 = -1$$

No hay asíntotas oblicuas.

(e) Calcula los siguientes límites

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} h(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} h(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow +1^-} h(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow +1^+} h(x)$$

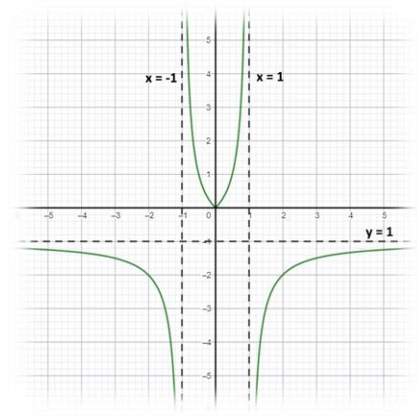
$$\lim_{x \rightarrow -1^-} h(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{-x}{1+x} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} h(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{1-x} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} h(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{-x}{1+x} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} h(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{1-x} = -\infty$$

(f) A partir de lo anterior y mediante una tabla de valores entre $-x = -1$ y $x = 1$, representa detalladamente la función en unos ejes de coordenadas.



[Puntuación máxima: 1,25 puntos]

5. Dada la función real de variable real definida sobre su dominio como,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - a}{x - 1} & \text{si } x < 0 \\ ax^2 + b & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ e^{x-1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Determina algebraicamente los valores de a y de b para que la función sea continua en todo su dominio justificando por qué es continua en dicho dominio.

La función es continua para $x < 0$ al ser una función racional en la que el denominador se anula fuera de $x < 0$. Igualmente es continua en $0 < x < 1$ por ser un polinomio y también lo es en $x > 1$ por ser una función exponencial con un exponente polinómico. Forzamos entonces la continuidad en $x = 0$. Para ello, igualaremos los límites laterales en este valor con el valor de imagen para dicho valor.

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2 - a}{x - 1} = -\frac{a}{-1} = a$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (ax^2 + b) = b$$

$$f(0) = a \cdot 0^2 + b = b$$

En tal caso, $f(x)$ es continua en $x = 0$ si y solo si $a = b$.

Forzamos ahora la continuidad en $x = 1$. Para ello, igualaremos los límites laterales en este valor con el valor de imagen para dicho valor.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (ax^2 + b) = a + b$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} e^{x-1} = e^0 = 1$$

$$f(1) = a \cdot 1^2 + b = a + b$$

En tal caso, $f(x)$ es continua en $x = 1$ si y solo si $a + b = 1$

Por lo tanto, y como $a = b$ entonces,

$$a + b = 1 \Leftrightarrow a + a = 1 \Leftrightarrow 2a = 1 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$$

Y por tanto,

$$b = a = \frac{1}{2}$$

En conclusión, $a = b = \frac{1}{2}$

[Puntuación máxima: 1,5 puntos]

6. Resuelve algebraicamente los siguientes límites,

$$a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 1} + 2x}{\sqrt{9x^2 + 2} + 1} \quad b) \lim_{x \rightarrow +2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{1 - \sqrt{x-1}} \quad c) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 1} - 2x)$$

$$\begin{aligned} a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 1} + 2x}{\sqrt{9x^2 + 2} + 1} & \stackrel{\infty/\infty}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2} + 2x}{\sqrt{9x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 2x}{3x} = \\ & = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x}{3x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{3} = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow +2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{1 - \sqrt{x-1}} \stackrel{0/0}{=} \lim_{x \rightarrow +2} \frac{(\sqrt{x+2} - 2) \cdot (\sqrt{x+2} + 2)}{(1 - \sqrt{x-1}) \cdot (\sqrt{x+2} + 2)} =$$

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow +2} \frac{(\sqrt{x+2})^2 - 2^2}{(1 - \sqrt{x-1}) \cdot (\sqrt{x+2} + 2)} = \lim_{x \rightarrow +2} \frac{x + 2 - 4}{(1 - \sqrt{x-1}) \cdot (\sqrt{x+2} + 2)} = \\ & = \lim_{x \rightarrow +2} \frac{x - 2}{(1 - \sqrt{x-1}) \cdot (\sqrt{x+2} + 2)} = \\ & = \lim_{x \rightarrow +2} \frac{(x - 2) \cdot (1 + \sqrt{x-1})}{(1 - \sqrt{x-1}) \cdot (1 + \sqrt{x-1}) \cdot (\sqrt{x+2} + 2)} = \\ & = \lim_{x \rightarrow +2} \frac{(x - 2) \cdot (1 + \sqrt{x-1})}{(1^2 - (\sqrt{x-1})^2) \cdot (\sqrt{x+2} + 2)} = \lim_{x \rightarrow +2} \frac{(x - 2) \cdot (1 + \sqrt{x-1})}{(1 - x + 1) \cdot (\sqrt{x+2} + 2)} = \\ & = \lim_{x \rightarrow +2} \frac{(x - 2) \cdot (1 + \sqrt{x-1})}{(2 - x) \cdot (\sqrt{x+2} + 2)} = \lim_{x \rightarrow +2} \frac{(x - 2) \cdot (1 + \sqrt{x-1})}{-(x - 2) \cdot (\sqrt{x+2} + 2)} = \\ & = \lim_{x \rightarrow +2} \frac{(1 + \sqrt{x-1})}{-(\sqrt{x+2} + 2)} = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{c) } \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 1} - 2x) & \stackrel{\infty - \infty}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{4x^2 + 1} - 2x) \cdot (\sqrt{4x^2 + 1} + 2x)}{(\sqrt{4x^2 + 1} + 2x)} = \\
& = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{4x^2 + 1})^2 - (2x)^2}{(\sqrt{4x^2 + 1} + 2x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 + 1 - 4x^2}{(\sqrt{4x^2 + 1} + 2x)} = \\
& = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{(\sqrt{4x^2 + 1} + 2x)} = 0
\end{aligned}$$

LA WEB DEL

PROFE DE MATE