lawebdelprofedemates.es

CONTROL 7

Análisis y enfoques
Matemáticas I y II

Lunes, 9 de MARZO de 2026

NOMBRE: ____

APELLIDOS:____

INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS

- Escriba su nombre y apellidos en las casillas de arriba.
- No abra la prueba hasta que se lo autoricen
- En esta prueba se permite el uso de calculadora no programable.
- Conteste a todas las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Si lo necesita, puede pedir hojas de examen para la realización de cuentas.
- Si observa que el espacio de respuesta le impide contestar completamente a alguna pregunta puede anexar una hoja adicional a este cuadernillo, que el examinador grapará al mismo. En esta hoja anexa, ponga su nombre y apellidos y el número y letra del ejercicio que extiende.
- La puntuación máxima para esta prueba es de 10 puntos.
- En la calificación de cada problema o ejercicio se tendrá en cuenta tanto la corrección de los cálculos, como la presentación y explicación correcta y ordenada de los argumentos, razonamientos y teoremas aplicados al efecto.
- No se valorarán aquellas soluciones aportadas que no muestren un razonamiento del que se derivan.
- Se tendrá en cuenta el formato, el orden, la presentación y limpieza con que se presentan los argumentos, como los cálculos y las soluciones.
- Se descontará parte de la puntuación en aquellos ejercicios y problemas en los que no se señale explícitamente como solución, los resultados a los que se llega.

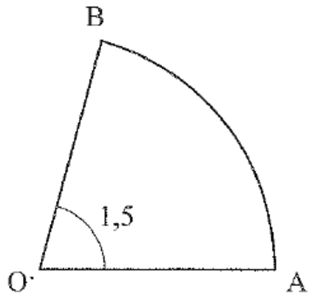
No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse alguna puntuación, a interpretación del corrector, si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

SECCIÓN ÚNICA

[Puntuación máxima: 1 punto] **(Noviembre 2024, Análisis y Enfoques NS, P1, ej.1)**

1. Los puntos A y B pertenecen a una circunferencia con centro en O y radio $r\ cm$ donde $AOB = 1{,}5\ radianes$. Toda esta información se representa en la siguiente figura.

la figura no está dibujada a escala



El área del sector circular OAB es $48\ cm^2$.

(a) Halle el valor de r (0,5 puntos)

(b) A partir de lo anterior, halle el perímetro del sector circular OAB. (0,5 puntos)

LA WEB DEL PROFE DE MATES

[Puntuación máxima: 1,5 puntos]

2. Sea una progresión geométrica donde $u_3 = 4$ y $S_4 = 124{,}8$. Sabiendo que S_4 es la suma de los primeros cuatro elementos de la progresión geométrica, y que

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} u_k \quad , \quad \forall\, n \in \mathbb{N}$$

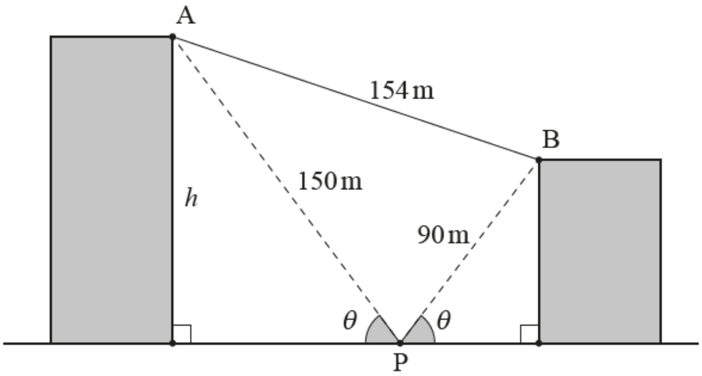
converge, calcule algebraicamente el valor de convergencia.

LA WEB DEL
PROFE DE MATES

[Puntuación máxima: 1,5 puntos] **(Mayo 2023, Análisis y Enfoques NS, P2, ej.2)**

3. En la siguiente figura se muestran dos edificios construidos en un terreno llano. Desde el punto P, situado en el suelo y entre los dos edificios, el ángulo de elevación hasta la parte superior de cada edificio es igual a θ. La distancia entre el punto P y el punto A, ubicado en la parte superior del edificio más alto, es de $150\ m$. La distancia entre el punto P y el punto B, situado en la parte superior del edificio más bajo, es de $90\ m$. Si la distancia entre el punto A y B es de $154\ m$, calcule la altura del edificio más alto.

la figura no está dibujada a escala



LA WEB DEL
PROFE DE MATES

LA WEB DEL
PROFE DE MATES

[Puntuación máxima: 2 puntos]

4. (a) Pruebe que $\tan\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\cos 2\theta}{1-sen\ 2\theta}$ donde $\theta\neq\frac{n\pi}{4}\ \ n\in\mathbb{Z}$**.**

(b) A partir de lo anterior, o de cualquier otro modo, resuelva

$$\cos x=\sqrt{3}\cdot sen\ x-\sqrt{3}$$

LA WEB DEL
PROFE DE MATES

LA WEB DEL PROFE DE MATES

[Puntuación máxima: 2 puntos]

5. Calcula algebraicamente la ecuación general de la recta simétrica de la $s \equiv \frac{2x-1}{2} = y + 1$ respecto de la recta o eje axial $r \equiv 3x - 2y = 4$.

LA WEB DEL PROFE DE MATES

LA WEB DEL PROFE DE MATES

[Puntuación máxima: 2 puntos]

6. Calcula algebraicamente las coordenadas de los puntos que se encuentran a $\sqrt{65}$ unidades tanto del punto $P(-2,-4)$ como del punto $Q(3,-3)$ a la vez.

LA WEB DEL PROFE DE MATES

LA WEB DEL
PROFE DE MATES

LA WEB DEL PROFE DE MATES

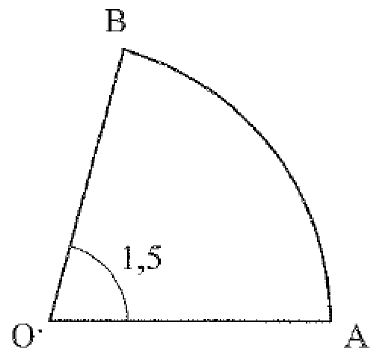
SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS Y EJERCICIOS DEL CONTROL Nº 7

MATEMÁTICAS I – ANÁLISIS Y ENFOQUES N.S.

[Puntuación máxima: 1 punto] **(Noviembre 2024, Análisis y Enfoques NS, P1, ej.1)**

1. Los puntos A y B pertenecen a una circunferencia con centro en O y radio $r\ cm$ donde $AOB = 1{,}5\ radianes$. Toda esta información se representa en la siguiente figura.

la figura no está dibujada a escala



El área del sector circular OAB es $48\ cm^2$.

(a) Halle el valor de r (0,5 puntos)

(b) A partir de lo anterior, halle el perímetro del sector circular OAB. (0,5 puntos)

LA WEB DEL PROFE DE MATES

(a) Halle el valor de r

Hacemos la siguiente regla de tres,

Ángulo	$\leftrightarrow$	Área
2π	$\leftrightarrow$	πr^2
$1{,}5$	$\leftrightarrow$	48

$$\Leftrightarrow \frac{2\pi}{1{,}5} = \frac{\pi r^2}{48} \Leftrightarrow 2\pi \cdot 48 = 1{,}5 \cdot \pi r^2 \Leftrightarrow r^2 = \frac{2\pi \cdot 48}{1{,}5\pi} = 64$$

$$r = 8\ cm$$

(b) A partir de lo anterior, halle el perímetro del sector circular OAB.

Hacemos la siguiente regla de tres,

Ángulo	$\leftrightarrow$	Perímetro
2π	$\leftrightarrow$	$2\pi \cdot 8$
$1{,}5$	$\leftrightarrow$	x

$$\Leftrightarrow x = \frac{2\pi \cdot 8 \cdot 1{,}5}{2\pi} = 12\ cm$$

Por lo tanto, el perímetro del sector circular OAB es $12\ cm + 8 \cdot 2 = 12 + 16 = 28\ cm$

[Puntuación máxima: 1,5 puntos]

2. Sea una progresión geométrica donde $u_3 = 4$ y $S_4 = 124{,}8$. Sabiendo que S_4 es la suma de los primeros cuatro elementos de la progresión geométrica, y que

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} u_k \quad , \quad \forall\, n \in \mathbb{N}$$

converge, calcule algebraicamente el valor de convergencia.

Sabemos que el término general de una progresión geométrica u_n es de la forma,

$$u_n = u_1 \cdot r^{n-1} \quad , \quad \forall\, n \in \mathbb{N}$$

En ese caso,

$$u_3 = u_1 \cdot r^{3-1} \quad \Leftrightarrow \quad 4 = u_1 \cdot r^2 \quad \Leftrightarrow \quad u_1 = \frac{4}{r^2}$$

Por otra parte,

$$S_4 = \frac{u_4 \cdot r - u_1}{r-1} = \frac{(u_1 \cdot r^{4-1}) \cdot r - u_1}{r-1} = \frac{u_1 \cdot r^4 - u_1}{r-1} = \frac{u_1 \cdot (r^4 - 1)}{r-1} \quad \Leftrightarrow \quad S_4 = \frac{u_1 \cdot (r^4-1)}{r-1}$$

En ese caso,

$$S_4 = \frac{u_1 \cdot (r^4-1)}{r-1} \quad \Leftrightarrow \quad 124{,}8 = \frac{\frac{4}{r^2} \cdot (r^4-1)}{r-1} \quad \Leftrightarrow \quad 124{,}8r - 124{,}8 = \frac{4}{r^2} \cdot (r^4 - 1) \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad 124{,}8r^3 - 124{,}8r^2 = 4r^4 - 4 \quad \Leftrightarrow \quad 4r^4 - 124{,}8r^3 + 124{,}8r^2 - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad 10r^4 - 312r^3 + 312r^2 - 10 = 0$$

Aplicando el método de Ruffini obtenemos las siguientes raíces,

$$r = 1 \;\; , \;\; r = \frac{1}{5} \;\; , \;\; r = 15 + \sqrt{230} \;\; , \;\; r = 15 - \sqrt{230}$$

Para que la suma converja, hay dos posibilidades ya que la progresión debe estar entre – 1 y 1 para que su suma converja. Las dos posibilidades son $r = \frac{1}{5} = 0{,}2$ y $r = 15 - \sqrt{230} = -0{,}165751$.

- Si $r = \frac{1}{5}$, entonces $u_1 = \frac{4}{r^2} = \frac{4}{(1/5)^2} = 100$ y el valor el valor de convergencia es,

$$\lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} u_n = \frac{u_1}{1-r} = \frac{100}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{100}{\frac{4}{5}} = \frac{500}{4} = 125$$

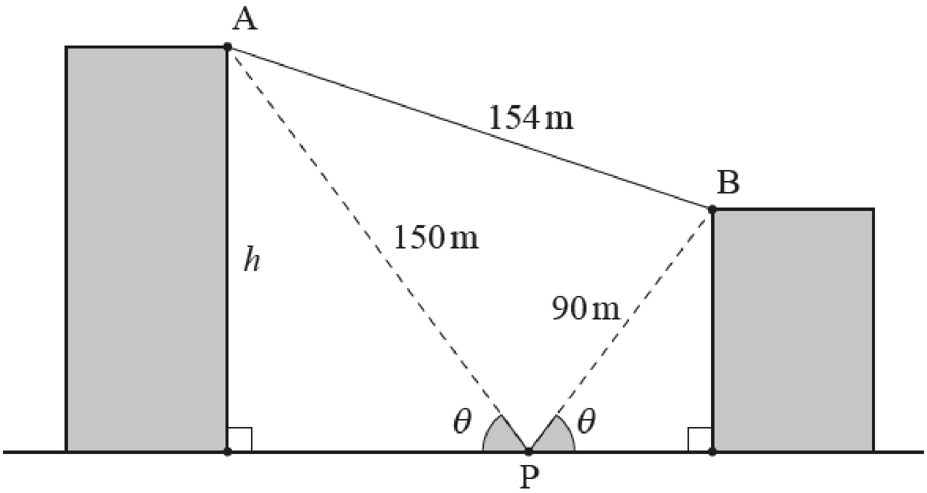
- Si $r = 15 - \sqrt{230}$, entonces $u_1 = \frac{4}{r^2} = \frac{4}{\left(15-\sqrt{230}\right)^2}$ y el valor el valor de convergencia es,

$$\lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} u_n = \frac{u_1}{1-r} = \frac{\frac{4}{\left(15-\sqrt{230}\right)^2}}{1 - 15 + \sqrt{230}} = \frac{4}{\left(15-\sqrt{230}\right)^2 \cdot \left(\sqrt{230} - 14\right)} = 125$$

[Puntuación máxima: 1,5 puntos] **(Mayo 2023, Análisis y Enfoques NS, P2, ej.2)**

3. En la siguiente figura se muestran dos edificios construidos en un terreno llano. Desde el punto P, situado en el suelo y entre los dos edificios, el ángulo de elevación hasta la parte superior de cada edificio es igual a θ. La distancia entre el punto P y el punto A, ubicado en la parte superior del edificio más alto, es de $150\ m$. La distancia entre el punto P y el punto B, situado en la parte superior del edificio más bajo, es de $90\ m$. Si la distancia entre el punto A y B es de $154\ m$, calcule la altura del edificio más alto.

la figura no está dibujada a escala



PROFE DE MATES

Calculamos, por el teorema del coseno, el ángulo suplementario a 2θ que es el ángulo del vértice P en el triángulo ABP

$$|AB|^2 = |AP|^2 + |BP|^2 - 2 \cdot |AP| \cdot |BP| \cdot \cos(180° - 2\theta) \quad \Leftrightarrow$$

$$\cos(180° - 2\theta) = \frac{|AP|^2 + |BP|^2 - |AB|^2}{2 \cdot |AP| \cdot |BP|} = \frac{150^2 + 90^2 - 154^2}{2 \cdot 150 \cdot 90} = \frac{6884}{2700} = \frac{1721}{6750}$$

Por tanto,

$$180° - 2\theta = \arccos\left(\frac{1721}{6750}\right) \Leftrightarrow \theta = \frac{180 - \arccos\left(\frac{1721}{6750}\right)}{2} =\approx 52{,}3857° = 52°23'8{,}5''$$

En ese caso, calculamos la altura del edificio alto mediante la razón trigonométrica seno,

$$sen\ \theta = \frac{h}{|AP|} \quad \Leftrightarrow \quad h = |AP| \cdot sen\ \theta = 150 \cdot sen\ 52{,}3857° \approx 118{,}921\ m$$

[Puntuación máxima: 2 puntos]

4. (a) Pruebe que $\tan\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\cos 2\theta}{1-sen\,2\theta}$ donde $\theta \neq \frac{n\pi}{4}\ \ n\in\mathbb{Z}$**.**

(b) A partir de lo anterior, o de cualquier otro modo, resuelva

$$\cos x=\sqrt{3}\cdot sen\,x-\sqrt{3}$$

(a) Pruebe que $\tan\left(\boldsymbol{\theta}+\frac{\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{4}}\right)=\frac{\cos 2\boldsymbol{\theta}}{\mathbf{1}-\boldsymbol{sen}\,\mathbf{2}\boldsymbol{\theta}}$ donde $\boldsymbol{\theta}\neq\frac{\boldsymbol{n\pi}}{\mathbf{4}}\ \ \boldsymbol{n}\in\mathbb{Z}$.

Si $\theta \neq \frac{n\pi}{4}\ \ n\in\mathbb{Z}$ entonces,

$$\tan\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\tan\theta+\ \tan\left(\frac{\pi}{4}\right)}{1-\tan\theta\cdot\tan\left(\frac{\pi}{4}\right)}=\frac{\tan\theta+\ 1}{1-\tan\theta\cdot 1}=\frac{\frac{sen\,\theta}{\cos\theta}+\ 1}{1-\frac{sen\,\theta}{\cos\theta}}=\frac{sen\,\theta+\cos\theta}{\cos\theta-sen\,\theta}$$

Si multiplicamos en el numerador y en el denominador por $(\cos\theta-sen\,\theta)$

$$\tan\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{(sen\,\theta+\cos\theta)\cdot(\cos\theta-sen\,\theta)}{(\cos\theta-sen\,\theta)\cdot(\cos\theta-sen\,\theta)}=$$

$$=\frac{\cos^2\theta-sen^2\,\theta}{sen^2\,\theta+\cos^2\theta-2sen\theta\cos\theta}=\frac{\cos 2\theta}{1-sen\,2\theta}$$

LA WEB DEL PROFE DE MATES

(b) A partir de lo anterior, o de cualquier otro modo, resuelva $\cos\boldsymbol{x}=\sqrt{\mathbf{3}}\cdot\boldsymbol{sen}\,\boldsymbol{x}-\sqrt{\mathbf{3}}$

Hacemos el cambio de variable $x=2\theta$ y entonces,

- Si $\theta\neq\frac{n\pi}{4}\ \ n\in\mathbb{Z}$ entonces,

$$\cos x=\sqrt{3}\cdot sen\,x-\sqrt{3}\iff\cos x=-\sqrt{3}\cdot(1-sen\,x)\iff\frac{\cos x}{1-sen\,x}=-\sqrt{3}$$

$$\iff\frac{\cos 2\theta}{1-sen\,2\theta}=-\sqrt{3}\iff\tan\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=-\sqrt{3}\iff$$

$$\theta+\frac{\pi}{4}=\arctan(-\sqrt{3})\iff\theta+\frac{\pi}{4}=\frac{2\pi}{3}+k\pi\ ,\ \forall\,k\in\mathbb{Z}\iff$$

$$\iff\theta=\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{4}+k\pi\ ,\ \forall\,k\in\mathbb{Z}\iff\theta=\frac{5\pi}{12}+k\pi\ ,\ \forall\,k\in\mathbb{Z}\iff$$

Como $x=2\theta$ entonces,

$$\boldsymbol{x}=\frac{\mathbf{5}\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{6}}+\mathbf{2}\boldsymbol{k\pi}\ ,\ \forall\,\boldsymbol{k}\in\mathbb{Z}$$

- Si $\theta=\frac{n\pi}{4}\ \ n\in\mathbb{Z}$ entonces $x=2\cdot\frac{n\pi}{4}=\frac{n\pi}{2}\ \ n\in\mathbb{Z}$. Probamos si hay alguna solución.

  En ese caso, si n es par, $sen(x)=sen\left(\frac{n\pi}{2}\right)=0$ y $\cos(x)=\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)=\pm1$ y por tanto,

$$\cos x=\sqrt{3}\cdot sen\,x-\sqrt{3}\iff\pm1=\sqrt{3}\cdot 0-\sqrt{3}\iff\pm1=-\sqrt{3}$$

  Que es absurdo y por tanto, para esos valores no hay solución.

Si n es impar, $sen(x) = sen\left(\frac{n\pi}{2}\right) = \pm 1$ y $cos(x) = cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) = 0$ y por tanto,

$$\cos x = \sqrt{3} \cdot sen\, x - \sqrt{3} \quad \Leftrightarrow \quad 0 = \sqrt{3} \cdot (\pm 1) - \sqrt{3} \quad \Leftrightarrow \quad sen\,(x) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

Por tanto, una solución también sería,

$$\boldsymbol{x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi} \;\; , \;\; \forall\, \boldsymbol{k} \in \mathbb{Z}$$

LA WEB DEL PROFE DE MATES

[Puntuación máxima: 2 puntos]

5. Calcula algebraicamente la ecuación general de la recta simétrica de la $s \equiv \frac{2x-1}{2} = y + 1$ respecto de la recta o eje axial $r \equiv 3x - 2y = 4$.

La recta $s \equiv \frac{2x-1}{2} = y + 1$ se puede reescribir en paramétricas del siguiente modo,

$$s \equiv \frac{2x-1}{2} = y + 1 \quad \Leftrightarrow \quad s \equiv \frac{2x-1}{2} - 1 = y \quad \Leftrightarrow \quad s \equiv \frac{2x-3}{2} = y \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad s \equiv \begin{cases} x = t \\ y = -\dfrac{3}{2} + t \end{cases} \quad , \quad \forall\, t \in \mathbb{R}$$

Un vector director de la recta s viene dado por las coordenadas libres $\vec{v}_s = (1,1)$ mientras que un vector de la recta r viene dado por $\vec{v}_r = (2,3)$.

Como,

$$\nexists\, k \in \mathbb{R} \quad \vec{v}_s = k \cdot \vec{v}_r$$

entonces las rectas r y s son secantes.

LA WEB DEL PROFE DE MATES

La recta simétrica s' a la recta s respecto de la recta r vendrá dada por la recta que pasa por el punto de corte M de las rectas r y s y por el punto simétrico de un punto $P \in s$ cualquiera de la recta s respecto de la recta r.

- Calculamos el punto de intersección $M = r \cap s$ sustituyendo las paramétricas de s en la ecuación de r,

$$3 \cdot t - 2 \cdot \left(-\frac{3}{2} + t\right) = 4 \quad \Leftrightarrow \quad 3t + 3 - 2t = 4 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad t = 1 \quad \Leftrightarrow \quad M\left(1, -\frac{3}{2} + 1\right) = M\left(1, -\frac{1}{2}\right)$$

- Sea el punto $P\left(0, -\frac{3}{2}\right) \in s$, calculamos el punto simétrico P' respecto de la recta r.

  Como un vector normal de la recta r viene dado por las coordenadas libres $\vec{n}_r = (3, -2)$ una ecuación de la recta p perpendicular a la recta r que pasa por el punto P, viene dado por las paramétricas,

$$p \equiv \begin{cases} x = 0 + 3t \\ y = -\dfrac{3}{2} - 2t \end{cases} \quad , \quad \forall\, t \in \mathbb{R}$$

  Calculamos el punto de corte $Q = r \cap p$, sustituyendo las paramétricas de p en la ecuación de la recta r según,

$$3 \cdot (3t) - 2 \cdot \left(-\frac{3}{2} - 2t\right) = 4 \quad \Leftrightarrow \quad 9t + 3 + 4t = 4 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad 13t = 1 \quad \Leftrightarrow \quad Q\left(3 \cdot \left(\frac{1}{13}\right), -\frac{3}{2} - 2 \cdot \left(\frac{1}{13}\right)\right) = Q\left(\frac{3}{13}, \frac{-43}{26}\right)$$

En ese caso, el punto simétrico $Q´$ del punto Q respecto de la recta r es viene dado por,

$$Q = \frac{P + P´}{2} \quad \Leftrightarrow \quad 2Q = P + P´ \quad \Leftrightarrow \quad 2Q - P = P´ \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad P´ = 2 \cdot \left(\frac{3}{13}, \frac{-43}{26}\right) - P\left(0, -\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{6}{13}, -\frac{47}{26}\right)$$

En ese caso, la recta simétrica $s´$ de la recta s respecto de la recta r es,

$$s´ \equiv \frac{x-1}{6/13 - 1} = \frac{y + 1/2}{-47/26 + 1/2} \quad \Leftrightarrow \quad s´ \equiv \frac{x-1}{-7/13} = \frac{y+1/2}{-34/26} \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad s´ \equiv \frac{x-1}{7/13} = \frac{y+1/2}{17/13} \quad \Leftrightarrow \quad s´ \equiv \frac{x-1}{7} = \frac{y+1/2}{17}$$

$$\Leftrightarrow \quad s´ \equiv 17x - 17 = 7y + \frac{7}{2} \Leftrightarrow \quad s´ \equiv 34x - 14y = 41$$

LA WEB DEL PROFE DE MATES

[Puntuación máxima: 2 puntos]

6. Calcula algebraicamente las coordenadas de los puntos que se encuentran a $\sqrt{65}$ unidades tanto del punto $P(-2,-4)$ como del punto $Q(3,-3)$ a la vez.

Como $\overrightarrow{PQ}=(5,1)$ y $\left|\overrightarrow{PQ}\right|=\sqrt{26}<\sqrt{65}$ entonces existirán dos puntos R con esas condiciones y ambos están en la recta mediatriz del segmento PQ.

El punto medio del segmento PQ es,

$$M=\frac{P+Q}{2}=\left(\frac{1}{2},-\frac{7}{2}\right)$$

Una ecuación vectorial de la recta mediatriz del segmento PQ.

$$(x,y)=\left(\frac{1}{2},-\frac{7}{2}\right)+t\cdot(1,-5)=\left(\frac{1}{2}+t,-\frac{7}{2}-5t\right)\quad \forall\, t\in\mathbb{R}$$

Sea un punto general de la mediatriz $R\left(\frac{1}{2}+t,-\frac{7}{2}-5t\right)$, calcularemos $t\in\mathbb{R}$ de tal modo que,

$$d(P,R)=\sqrt{65}$$

En tal caso,

$$d(P,R)=\sqrt{65}\iff\left|\overrightarrow{RP}\right|=\sqrt{65}\iff\sqrt{\left(-2-\left(\frac{1}{2}+t\right)\right)^2+\left(-4-\left(-\frac{7}{2}-5t\right)\right)^2}=\sqrt{65}\iff$$

$$\left(-2-\left(\frac{1}{2}+t\right)\right)^2+\left(-4-\left(-\frac{7}{2}-5t\right)\right)^2=65\iff\left(-\frac{5}{2}-t\right)^2+\left(-\frac{1}{2}+5t\right)^2=65\iff$$

$$\iff\frac{25}{4}+t^2+5t+\frac{1}{4}+25t^2-5t=65\iff 26t^2=65-\frac{26}{4}\iff 26t^2=\frac{234}{4}\iff$$

$$\iff t^2=\frac{9}{4}\iff t=\pm\sqrt{\frac{9}{4}}=\pm\frac{3}{2}$$

Por lo tanto, los dos puntos son,

- Si $t=\frac{3}{2}$ entonces $R_1\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2},-\frac{7}{2}-5\cdot\frac{3}{2}\right)=(2,-11)$
- Si $t=-\frac{3}{2}$ entonces $R_2\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{2},-\frac{7}{2}-5\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)\right)=(-1,4)$

LA WEB DEL PROFE DE MATES