

## CONTROL 6

### Análisis y enfoques Matemáticas I y II

Viernes, 13 de FEBRERO de 2026

---

**NOMBRE:** \_\_\_\_\_

**APELLIDOS:** \_\_\_\_\_

---

#### INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS

- Escriba su nombre y apellidos en las casillas de arriba.
- No abra la prueba hasta que se lo autoricen
- En esta prueba se permite el uso de calculadora no programable.
- Conteste a todas las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Si lo necesita, puede pedir hojas de examen para la realización de cuentas.
- Si observa que el espacio de respuesta le impide contestar completamente a alguna pregunta puede anexas una hoja adicional a este cuadernillo, que el examinador grapará al mismo. En esta hoja anexa, ponga su nombre y apellidos y el número y letra del ejercicio que extiende.
- La puntuación máxima para esta prueba es de 10,25 puntos.
- En la calificación de cada problema o ejercicio se tendrá en cuenta tanto la corrección de los cálculos, como la presentación y explicación correcta y ordenada de los argumentos, razonamientos y teoremas aplicados al efecto.
- No se valorarán aquellas soluciones aportadas que no muestren un razonamiento del que se derivan.
- Se tendrá en cuenta el formato, el orden, la presentación y limpieza con que se presentan los argumentos, como los cálculos y las soluciones.
- Se descontará parte de la puntuación en aquellos ejercicios y problemas en los que no se señale explícitamente como solución, los resultados a los que se llega.

No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse alguna puntuación, a interpretación del corrector, si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

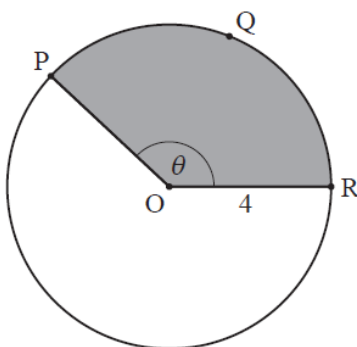
### SECCIÓN ÚNICA

[Puntuación máxima: 0,75 puntos]

(Análisis y Enfoques P1, Mayo 2023 ej.1)

1. La siguiente figura muestra un círculo de centro  $O$  y de  $4\text{ cm}$  de radio.

la figura no está dibujada a escala



Los puntos  $P$ ,  $Q$  y  $R$  pertenecen a la circunferencia del círculo y  $\widehat{POR} = \theta$ , donde  $\theta$  se mide en radianes. La longitud del arco  $PQR$  es igual a  $10\text{ cm}$ .

- (a) (i) Halle el perímetro del sector circular contrario al que está sombreado. (0,25 puntos)
- (ii) Halle el ángulo  $\theta$  en radianes. (0,25 puntos)
- (b) Halle el área del sector circular contrario al sombreado. (0,25 puntos)

# LA WEB DEL PROFE DE MATHS

[Puntuación máxima: 1,5 puntos]

(Matemáticas NM P2, Mayo 2014 ej.5)

2. En el triángulo  $ABC$ ,  $AB = 6 \text{ cm}$  y  $AC = 8 \text{ cm}$ . El área del triángulo es igual a  $16 \text{ cm}^2$

(a) Halle los dos posibles valores del ángulo  $\hat{A}$ .

(1 punto)

(b) Sabiendo que  $\hat{A}$  es obtuso, halle  $BC$ .

(0,5 puntos)

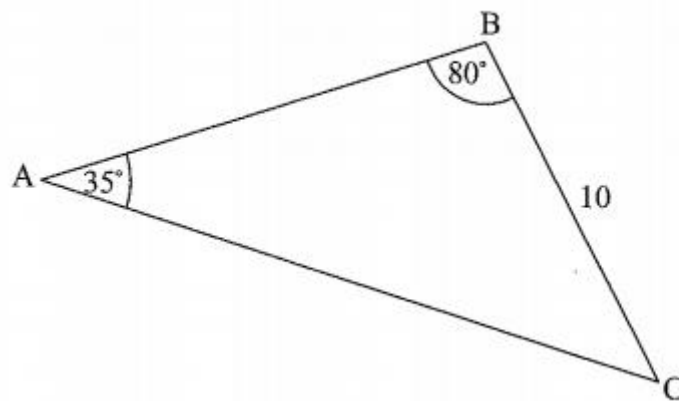
LA WEB DEL  
PROFE DE MATE

# LA WEB DEL PROFE DE MATHS

[Puntuación máxima: 1,5 puntos]

(Matemáticas NM P2, Mayo 2015 ej.1)

3. La siguiente figura muestra al triángulo ABC



la figura no está  
dibujada a escala

$$BC = 10 \text{ cm} , \widehat{ABC} = 80^\circ \text{ y } \widehat{BAC} = 35^\circ$$

- a) Halle  $AC$ . (0,5 puntos)
- b) Halle el perímetro del triángulo ABC. (0,5 puntos)
- c) Halle el área del triángulo ABC (0,5 puntos)

LA WEB DEL  
PROFE DE MATE

# LA WEB DEL PROFE DE MATHS

[Puntuación máxima: 3 puntos]

4. (a) Resuelva algebraicamente en radianes la siguiente ecuación, **dando todas sus soluciones**,

$$\operatorname{sen}(x) + \operatorname{sen}(2x) = 0 \quad (1 \text{ punto})$$

- (b) Resuelva algebraicamente el siguiente sistema en radianes, **dando todas sus soluciones**,

$$\left. \begin{array}{l} \operatorname{sen}(x) - 2 \cos(y) = 0 \\ x + 2y = \frac{\pi}{2} \end{array} \right\} \quad (2 \text{ puntos})$$

LA WEB DEL  
PROFE DE MATHS

# LA WEB DEL PROFE DE MATHS

[Puntuación máxima: 1,5 puntos]

5. (a) Considere la ecuación  $ax^2 + bx + c = 0$ , donde  $a \neq 0$ . Usando la factorización del polinomio, y sabiendo que sus raíces que son  $x = \operatorname{sen} \theta$  y  $x = \cos \theta$ , muestre que  $b^2 = a^2 + 2ac$ . (0,75 puntos)
- (b) Demuestre, sin utilizar la calculadora, la siguiente igualdad, (0,75 puntos)

$$\frac{\cos 2a}{\cos a} = \cos a - \operatorname{sen} a \cdot \operatorname{tga} \quad \text{con } a \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \quad \forall k \in \mathbb{Z}$$

LA WEB DEL  
PROFE DE MATE

# LA WEB DEL PROFE DE MATHS

[Puntuación máxima: 2 puntos]

6. Sea  $\operatorname{sen} 80^\circ = m$  y  $\cos 65^\circ = n$ . Halle una expresión en función de  $m$  y/o  $n$  para cada uno de los siguientes elementos, usando para ello fórmulas trigonométricas y nunca la calculadora.

a)  $\operatorname{sen} 160^\circ$

b)  $\cos 15^\circ$

c)  $\tan 130^\circ$

d)  $\cos 32,5^\circ$

LA WEB DEL  
PROFE DE MATHS

## SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS Y EJERCICIOS DEL CONTROL N° 6

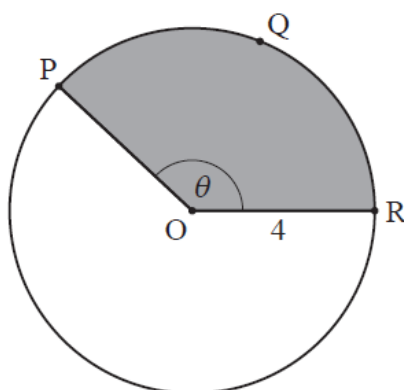
### ANÁLISIS Y ENFOQUES NS – MATEMÁTICAS I

[Puntuación máxima: 0,75 puntos]

(Análisis y Enfoques P1, Mayo 2023 ej.1)

1. La siguiente figura muestra un círculo de centro  $O$  y de  $4\text{ cm}$  de radio.

la figura no está dibujada a escala



Los puntos  $P$ ,  $Q$  y  $R$  pertenecen a la circunferencia del círculo y  $\widehat{POR} = \theta$ , donde  $\theta$  se mide en radianes. La longitud del arco  $PQR$  es igual a  $10\text{ cm}$ .

- (a) (i) Halle el perímetro del sector circular contrario al que está sombreado. (0,25 puntos)
- (ii) Halle el ángulo  $\theta$  en radianes. (0,25 puntos)
- (b) Halle el área del sector circular contrario al sombreado. (0,25 puntos)

(a) (i) Halle el perímetro del sector circular contrario al que está sombreado.

Como el radio de la circunferencia es  $4\text{ cm}$  y la longitud del arco es  $10\text{ cm}$ , entonces el perímetro del sector circular contrario al que está sombreado será,

$$L = (2\pi r - 10) + 2 \cdot 4 = 2\pi \cdot 4 - 10 + 8 = 8\pi - 2 \approx 23,1323\text{ cm}$$

(ii) Halle el ángulo  $\theta$  en radianes.

Hacemos regla de tres sobre la longitud de arco  $PQR$  del siguiente modo,

| Rad                 |                   | Longitud       |
|---------------------|-------------------|----------------|
| $2\pi\text{ rad}$   | $\leftrightarrow$ | $2\pi \cdot 4$ |
| $\theta\text{ rad}$ | $\leftrightarrow$ | $10$           |

$$\theta = \frac{10 \cdot 2\pi}{8\pi} = 2,5\text{ rad}$$

(b) Halle el área del sector circular contrario al sombreado.

Hacemos regla de tres sobre el área  $a$  del sector circular contrario al sombreado según,

| Rad                     |                   | Área            |
|-------------------------|-------------------|-----------------|
| $2\pi\text{ rad}$       | $\leftrightarrow$ | $\pi \cdot 4^2$ |
| $2\pi - 2,5\text{ rad}$ | $\leftrightarrow$ | $a$             |

$$a = \frac{(2\pi - 2,5) \cdot 16\pi}{2\pi} \approx 30,265\text{ cm}^2$$

[Puntuación máxima: 1,5 puntos]

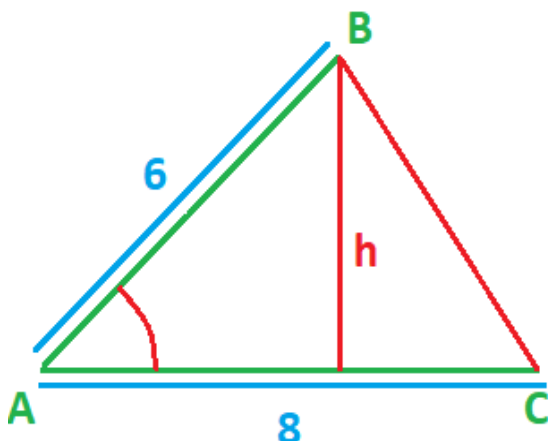
(Matemáticas NM P2, Mayo 2014 ej.5)

2. En el triángulo  $ABC$ ,  $AB = 6 \text{ cm}$  y  $AC = 8 \text{ cm}$ . El área del triángulo es igual a  $16 \text{ cm}^2$

(a) Halle los dos posibles valores del ángulo  $\hat{A}$ . (1 punto)

(b) Sabiendo que  $\hat{A}$  es obtuso, halle  $BC$ . (0,5 puntos)

(a) Halle los dos posibles valores de  $\hat{A}$ .



Si  $h$  es la altura desde el vértice  $B$  al lado  $AC$  entonces,

$$\text{sen}(\hat{A}) = \frac{h}{6}$$

Por lo tanto,

$$h = 6 \cdot \text{sen}(\hat{A})$$

Entonces el área del triángulo es,

$$\text{Área}(ABC) = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{8 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} \cdot \text{sen}(\hat{A})}{2} = 24 \cdot \text{sen}(\hat{A}) \text{ cm}^2$$

Como el área es  $16 \text{ cm}^2$  entonces,

$$24 \cdot \text{sen}(\hat{A}) = 16 \Leftrightarrow \text{sen}(\hat{A}) = \frac{16}{24} \Leftrightarrow \text{sen}(\hat{A}) = \frac{2}{3}$$

Haciendo la función arco correspondiente y teniendo en cuenta el cuadrante tendremos dos soluciones,

$$\text{sen}(\hat{A}) = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \hat{A} = \text{arc sen}\left(\frac{2}{3}\right) = \begin{cases} \hat{A} = 41,81031489^\circ = 41^\circ 48' 37,13'' \\ \hat{A} = 180^\circ - (41^\circ 48' 37,13'') = 138^\circ 11' 22,8'' \end{cases}$$

(b) Sabiendo que  $\hat{A}$  es obtuso, halle  $BC$ .

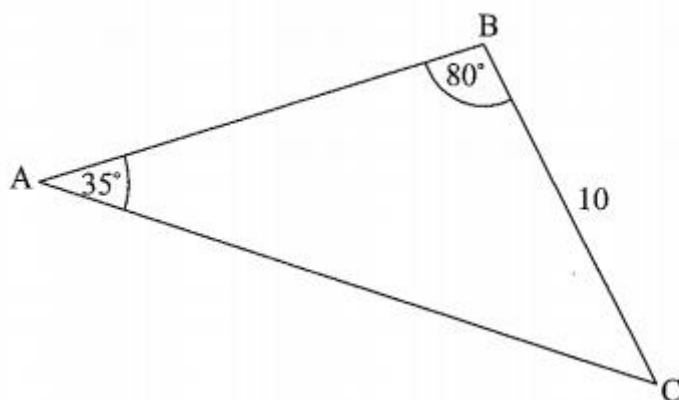
Si  $\hat{A}$  es obtuso entonces  $\hat{A} = 138^\circ 11' 22,8''$ . En ese caso, por el teorema del coseno,

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC}$$

Entonces,

$$\begin{aligned} BC^2 &= 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos(138^\circ 11' 22,8'') \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow BC^2 &= 36 + 64 - 96 \cdot (-0,745) = 171,554 \text{ cm} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow BC &= \sqrt{171,554} \approx 13,098 \text{ cm} \end{aligned}$$

3. La siguiente figura muestra al triángulo ABC



la figura no está  
dibujada a escala

$$BC = 10 \text{ cm} , \widehat{ABC} = 80^\circ \text{ y } \widehat{BAC} = 35^\circ$$

- a) Halle  $AC$ . (0,5 puntos)
- b) Halle el perímetro del triángulo ABC. (0,5 puntos)
- c) Halle el área del triángulo ABC (0,5 puntos)

a) Halle  $AC$ .

Por el teorema del seno,

$$\frac{\text{sen}(\widehat{BAC})}{BC} = \frac{\text{sen}(\widehat{ABC})}{AC}$$

Entonces,

$$\frac{\text{sen}(35^\circ)}{10} = \frac{\text{sen}(80^\circ)}{AC} \Leftrightarrow AC = \frac{10 \cdot \text{sen}(80^\circ)}{\text{sen}(35^\circ)} \approx 17,17 \text{ cm}$$

b) Halle el perímetro del triángulo ABC.

El ángulo  $\widehat{ACB}$  mide,

$$\widehat{ACB} = 180^\circ - \widehat{ABC} - \widehat{BAC} = 180^\circ - 35^\circ - 80^\circ = 65^\circ$$

Calculamos el lado  $AB$ . Por el teorema del seno,

$$\frac{\text{sen}(\widehat{BAC})}{BC} = \frac{\text{sen}(\widehat{ACB})}{AB}$$

Entonces,

$$\frac{\operatorname{sen}(35^\circ)}{10} = \frac{\operatorname{sen}(65^\circ)}{BC} \Leftrightarrow BC = \frac{10 \cdot \operatorname{sen}(65^\circ)}{\operatorname{sen}(35^\circ)} \approx 15,8 \text{ cm}$$

Por lo tanto, el perímetro del triángulo ABC es,

$$\operatorname{Perímetro}(ABC) = AB + BC + AC = 10 \text{ cm} + 15,8 \text{ cm} + 17,17 \text{ cm} = 42,97 \text{ cm}$$

**c) Halle el área del triángulo ABC**

**(0,5 puntos)**

Por la fórmula de Herón, el área del triángulo ABC,

$$\operatorname{Área}(ABC) = \sqrt{s \cdot (s - a) \cdot (s - b) \cdot (s - c)}$$

con semi-perímetro  $s$ ,

$$s = \frac{AB + AC + BC}{2} = \frac{42,97 \text{ cm}}{2} = 21,485 \text{ cm}$$

Por lo tanto, el área del triángulo es,

$$\begin{aligned} \operatorname{Área}(ABC) &= \sqrt{21,485 \cdot (21,485 - 10) \cdot (21,485 - 15,8) \cdot (21,485 - 17,17)} = \\ &= \sqrt{21,485 \cdot 11,485 \cdot 5,685 \cdot 4,315} \approx 77,802 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

[Puntuación máxima: 3 puntos]

4. (a) Resuelva algebraicamente en radianes la siguiente ecuación, dando todas sus soluciones,

$$\operatorname{sen}(x) + \operatorname{sen}(2x) = 0 \quad (1 \text{ punto})$$

(b) Resuelva algebraicamente el siguiente sistema en radianes, dando todas sus soluciones

$$\left. \begin{array}{l} \operatorname{sen}(x) - 2 \cos(y) = 0 \\ x + 2y = \frac{\pi}{2} \end{array} \right\} \quad (2 \text{ puntos})$$

(a) Resuelva algebraicamente en radianes la siguiente ecuación, dando todas sus soluciones,

$$\operatorname{sen}(x) + \operatorname{sen}(2x) = 0$$

Solución.

$$\operatorname{sen}(x) + \operatorname{sen}(2x) = 0 \Leftrightarrow \operatorname{sen}(x) + 2\operatorname{sen}(x) \cos(x) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \operatorname{sen}(x) \cdot (1 + 2 \cos(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \operatorname{sen}(x) = 0 \\ 1 + 2 \cos(x) = 0 \Leftrightarrow \cos(x) = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

En tal caso,

- Si  $\operatorname{sen}(x) = 0$  entonces

$$x = \arcsen 0 + k\pi, \quad \forall k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = k\pi, \quad \forall k \in \mathbb{Z}$$

- Si  $\cos(x) = -\frac{1}{2}$  entonces

$$x = \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + k\pi, \quad \forall k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + 2k'\pi \\ x = \frac{4\pi}{3} + 2k''\pi \end{cases}, \quad \forall k', k'' \in \mathbb{Z}$$

(b) Resuelva algebraicamente en radianes el siguiente sistema, dando todas sus soluciones

$$\left. \begin{array}{l} \operatorname{sen}(x) - 2 \cos(y) = 0 \\ x + 2y = \frac{\pi}{2} \end{array} \right\}$$

Solución

$$\left. \begin{array}{l} \operatorname{sen}(x) - 2 \cos(y) = 0 \\ x + 2y = \frac{\pi}{2} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} \operatorname{sen}(x) - 2 \cos(y) = 0 \\ x = \frac{\pi}{2} - 2y \end{array} \right\} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - 2y\right) - 2 \cos(y) = 0 \\ x = \frac{\pi}{2} - 2y \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} \cos(2y) - 2 \cos(y) = 0 \\ x = \frac{\pi}{2} - 2y \end{array} \right\}$$

$$\Leftrightarrow \left. \begin{aligned} \cos^2(y) - \operatorname{sen}^2 y - 2 \cos(y) &= 0 \\ x &= \frac{\pi}{2} - 2y \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left. \begin{aligned} \cos^2(y) - (1 - \cos^2(y)) - 2 \cos(y) &= 0 \\ x &= \frac{\pi}{2} - 2y \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{aligned} 2 \cos^2(y) - 2 \cos(y) - 1 &= 0 \\ x &= \frac{\pi}{2} - 2y \end{aligned} \right\}$$

Resolvemos la ecuación trigonométrica,

$$2 \cos^2(y) - 2 \cos(y) - 1 = 0$$

Con el cambio de variable  $t = \cos(y)$  según,

$$2 \cos^2(y) - 2 \cos(y) - 1 = 0 \Leftrightarrow 2t^2 - 2t - 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1)}}{2 \cdot 2} = \frac{+2 \pm \sqrt{12}}{4} = \frac{+1 \pm \sqrt{3}}{2}$$

En tal caso,

- Si  $t = \frac{+1+\sqrt{3}}{2} > 1$  como  $t = \cos(y) < 1$  entonces no hay solución
- Si  $t = \frac{+1-\sqrt{3}}{2} \in [-1, +1]$  como  $t = \cos(y)$  entonces,

$$\cos(y) = \frac{+1-\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow y = \pm \arccos\left(\frac{+1-\sqrt{3}}{2}\right) + 2k\pi, \quad \forall k \in \mathbb{Z}$$

Y en ese caso,

$$x = \frac{\pi}{2} - 2y = \frac{\pi}{2} - 2 \cdot \left( \pm \arccos\left(\frac{+1-\sqrt{3}}{2}\right) + 2k\pi \right) = \pm 2 \cdot \arccos\left(\frac{+1-\sqrt{3}}{2}\right) - \frac{7k\pi}{2}$$

En conclusión,

$$\left\{ \begin{aligned} x &= \pm 2 \cdot \arccos\left(\frac{+1-\sqrt{3}}{2}\right) - \frac{7k\pi}{2} \\ y &= \pm \arccos\left(\frac{+1-\sqrt{3}}{2}\right) + 2k\pi \end{aligned} \right., \quad \forall k \in \mathbb{Z}$$

[Puntuación máxima: 1,5 puntos]

5. (a) Considere la ecuación  $ax^2 + bx + c = 0$ , donde  $a \neq 0$ . Usando la factorización del polinomio, y sabiendo que sus raíces que son  $x = \operatorname{sen} \theta$  y  $x = \cos \theta$ , muestre que  $b^2 = a^2 + 2ac$ . (0,75 puntos)
- (b) Demuestre, sin utilizar la calculadora, la siguiente igualdad, (0,75 puntos)

$$\frac{\cos 2a}{\cos a} = \cos a - \operatorname{sen} a \cdot \operatorname{tg} a \quad \text{con } a \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \quad \forall k \in \mathbb{Z}$$

- (a) Considere la ecuación  $ax^2 + bx + c = 0$ , donde  $a \neq 0$ . Sabiendo que las raíces de esta ecuación son  $x = \operatorname{sen} \theta$  y  $x = \cos \theta$ , muestre que  $b^2 = a^2 + 2ac$ .

La factorización del polinomio es,

$$a \cdot (x - \operatorname{sen} \theta) \cdot (x - \cos \theta)$$

Por lo tanto, el término independiente es,

$$c = a \cdot \operatorname{sen} \theta \cdot \cos \theta$$

Y el coeficiente de grado uno es,

$$b = a \cdot (-\operatorname{sen} \theta - \cos \theta)$$

En ese caso,

$$\begin{aligned} b^2 &= a^2 \cdot (-\operatorname{sen} \theta - \cos \theta)^2 = a^2 \cdot (\operatorname{sen}^2 \theta + \cos^2 \theta + 2\operatorname{sen} \theta \cdot \cos \theta) = \\ &= a^2 \cdot (1 + 2\operatorname{sen} \theta \cdot \cos \theta) = a^2 + 2a^2 \cdot \operatorname{sen} \theta \cdot \cos \theta = \\ &= a^2 + 2a \cdot (a \cdot \operatorname{sen} \theta \cdot \cos \theta) = a^2 + 2ac \end{aligned}$$

Por lo tanto,

$$b^2 = a^2 + 2ac$$

- (b) Demuestre, sin utilizar la calculadora, la siguiente igualdad,

$$\frac{\cos 2a}{\cos a} = \cos a - \operatorname{sen} a \cdot \operatorname{tg} a \quad \text{con } a \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \quad \forall k \in \mathbb{Z}$$

Sea  $k \in \mathbb{Z}$  con  $a \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ . Como,

$$\cos^2 2a = \cos^2 a - \operatorname{sen}^2 a$$

Entonces,

$$\begin{aligned} \frac{\cos 2a}{\cos a} &= \frac{\cos^2 a - \operatorname{sen}^2 a}{\cos a} = \frac{\cos^2 a}{\cos a} - \frac{\operatorname{sen}^2 a}{\cos a} = \cos a - \operatorname{sen} a \cdot \frac{\operatorname{sen} a}{\cos a} = \\ &= \cos a - \operatorname{sen} a \cdot \operatorname{tg} a \end{aligned}$$

Concluyendo que  $\frac{\cos 2a}{\cos a} = \cos a - \operatorname{sen} a \cdot \operatorname{tg} a \quad \text{con } a \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \quad \forall k \in \mathbb{Z}$

[Puntuación máxima: 2 puntos]

6. Sea  $\operatorname{sen} 80^\circ = m$  y  $\cos 65^\circ = n$ . Halle una expresión en función de  $m$  y/o  $n$  para cada uno de los siguientes elementos, usando para ello fórmulas trigonométricas y nunca la calculadora.

a)  $\operatorname{sen} 160^\circ$

b)  $\cos 15^\circ$

c)  $\tan 130^\circ$

d)  $\cos 32,5^\circ$

Solución.

**a)  $\operatorname{sen} 160^\circ$**

Como

$$\operatorname{sen} 160^\circ = 2 \cdot \operatorname{sen} 80^\circ \cdot \cos 80^\circ$$

Calculamos primeramente  $\cos 80^\circ$ . Mediante la igualdad fundamental de la trigonometría y sabiendo que el seno de  $80^\circ$  tendrá signo positivo al ser un ángulo del primer cuadrante, tendremos,

$$\operatorname{sen}^2 80^\circ + \cos^2 80^\circ = 1 \Leftrightarrow \operatorname{sen}^2 80^\circ + m^2 = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 80^\circ = 1 - m^2 \Leftrightarrow \cos 80^\circ = \sqrt{1 - m^2}$$

En ese caso, aplicando la fórmula del seno del ángulo doble,

$$\operatorname{sen} 160^\circ = 2 \cdot \operatorname{sen} 80^\circ \cdot \cos 80^\circ = 2 \cdot m \cdot \sqrt{1 - m^2}$$

**b)  $\cos 15^\circ$**

Mediante la fórmula de la adición,

$$\begin{aligned} \cos 15^\circ &= \cos(80^\circ - 65^\circ) = \cos 80^\circ \cdot \cos 65^\circ + \operatorname{sen} 80^\circ \cdot \operatorname{sen} 65^\circ = \\ &= \sqrt{1 - m^2} \cdot n + m \cdot \sqrt{1 - n^2} \end{aligned}$$

**c)  $\tan 130^\circ$**

Aplicando la fórmula de la tangente,

$$\tan 160^\circ = \frac{\operatorname{sen} 65^\circ}{\cos 65^\circ} = \frac{2 \cdot \operatorname{sen} 65^\circ \cdot \cos 65^\circ}{\cos^2 65^\circ - \operatorname{sen}^2 65^\circ} = \frac{2 \cdot \sqrt{1 - n^2} \cdot n}{n^2 - (\sqrt{1 - n^2})^2} = \frac{2 \cdot n \cdot \sqrt{1 - n^2}}{2n^2 - 1}$$

**d)  $\cos 32,5^\circ$**

Aplicando la fórmula del coseno del ángulo mitad,

$$\cos 32,5^\circ = \sqrt{\frac{1 + \cos 65^\circ}{2}} = \sqrt{\frac{1 + n}{2}}$$