

A. CARACTERÍSTICAS BÁSICAS DE UNA FUNCIÓN DISCRETA. VARIABLES INDEPENDIENTE Y DEPENDIENTE. EXTREMOS RELATIVOS, CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO

9.1. Registramos el vuelo de un águila desde que sale de su nido hasta que regresa a él. Para ello tenemos los siguientes registros de su altura a lo largo del tiempo,

TIEMPO (seg)	0	5	10	15	20	25	30	35	40
ALTURA (m)	20	35	40	45	0	5	0	15	20

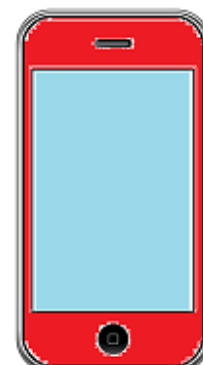
- ¿Cuál es la variable independiente?
- ¿Cuál es la variable dependiente?
- Representa la gráfica de la función.
- ¿Cuándo ha alcanzado la mayor altura?
- ¿Cuál fue la altura máxima?
- ¿A qué altura está el nido?
- Si en el transcurso del tiempo cazó un ratón, ¿en qué momento fue?
- ¿En qué momentos estuvo en el suelo?
- ¿Cuánto tardó en volver al nido después de todo el vuelo?
- ¿Qué pudo ocurrir entre el segundo 20 y el segundo 30? Describe brevemente.



9.2. La siguiente tabla refleja la factura del teléfono móvil de un alumno de 2º ESO a lo largo de los meses de un año en euros.

TIEMPO (MESES)	E	F	M	A	M	J	JL	AG	S	O	N	D
DINERO (€)	20	25	30	0	0	5	10	20	15	5	10	25

- ¿Cuál es la variable independiente y cuál la dependiente?
- ¿Se puede unir los puntos de la gráfica? Da una explicación.
- Representa la gráfica de la función.
- ¿En qué mes se registró la mayor y la menor factura mensual?, ¿A cuánto ascendieron?
- Describe el crecimiento-decrecimiento (monotonía) de la función.



9.3. El embalse de El Pardo (Madrid) tiene, a lo largo de las primeras 20 semanas del año 2016, los siguientes volúmenes aproximados,

TIEMPO (SEMANAS)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
VOLUMEN (hm ³)	15	10	5	5	5	10	10	10	15	10	10	15	15	15	10	15	15	20	25	28

- ¿Cuál es la variable independiente y la dependiente?
- ¿Se puede unir los puntos de la gráfica? Da una explicación.
- Representa la gráfica de la función.
- ¿En qué semana se registró el mayor volumen mensual?, ¿A cuánto ascendió?



- Describe el tiempo en la zona de El Pardo durante esas primeras veinte semanas.
- Describe el crecimiento-decrecimiento (monotonía) de la función volumen del embalse respecto al tiempo en semanas.

B. LA FUNCIÓN LINEAL Y LA FUNCIÓN CONSTANTE.

9.6. La electricidad mide su coste en KiloWatio hora (kWh). El coste del kiloWatio por hora es de 0,11 €. Si extendemos proporcionalmente dicho coste, rellena la siguiente tabla funcional y represéntala en el dominio $[0, 10]$.



Nº horas (h)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Coste kiloWatio (€)											

- Fijate en su gráfico, ¿debe ser continuo o discontinuo?,
- ¿Sabrías dar una expresión analítica de la función que determina el coste del KiloWatio en función del tiempo en horas?
- La función a que da lugar esta investigación, ¿es lineal o afín? ¿por qué?

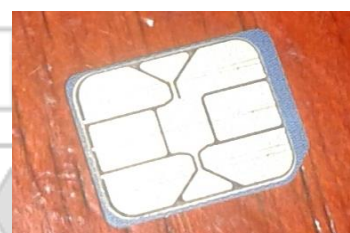
9.7. En una determinada comunidad autónoma, 10 litros consumidos de agua cuestan 0,015 €. Si extendemos este precio proporcionalmente, rellena la siguiente tabla funcional y represéntala en el dominio $[0, 1\ 000]$.



Nº litros (l)	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1 000
Coste (€)											

- Fijate en su gráfico, ¿debe ser continuo o discontinuo?,
- ¿Sabrías dar una expresión analítica de la función que determina el coste del agua en esta comunidad en función del tiempo en litros consumidos?
- La función a que da lugar esta investigación, ¿es lineal o afín? ¿por qué?

9.8. Un móvil lleva incorporada una tarjeta con un sistema prepago por el cual por 100 minutos de llamada pagas 5 €. Si extendemos este precio proporcionalmente, rellena la siguiente tabla funcional y represéntala en el dominio $[0, 1\ 000]$.



Nº minutos	0	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
Coste (€)											

- Fijate en su gráfico, ¿debe ser continuo o discontinuo?,
- ¿Sabrías dar una expresión analítica de la función que determina el coste de los minutos consumidos en llamadas en función del tiempo en minutos?
- La función a que da lugar esta investigación, ¿es lineal? ¿por qué?

9.9. Representa las siguientes fórmulas o expresiones analíticas que proceden de modelos funcionales,

- $a(x) = 0,5x$
- $g(x) = -3x$
- $c(x) = 4x$
- $d(x) = 2,2x$
- $e(x) = x$
- $f(x) = -1,5x$
- $g(x) = 0,1x$
- $h(x) = -2x$

9.10. Determina en cada una de las expresiones analíticas o fórmulas anteriores el valor de la pendiente e indica qué consecuencia tiene el valor y signo de cada pendiente en la gráfica de la función.

9.11. Dada la expresión analítica o fórmula de la función lineal $y = mx$, determina el valor de la pendiente de la función, sabiendo que pasa por el punto que se indica en cada apartado,

- a) $(2,3)$ b) $(-2,4)$ c) $(3,-8)$ d) $(-6,-3)$
e) $x = -4, y = 3$ f) $x = -1, y = 2$ g) $x = 3, y = 3$ h) $x = 1.5, y = 1$

9.12. Dada la expresión analítica o fórmula de la función lineal $f(x) = mx$, determina el valor de la pendiente y de la ordenada en el origen de la función, sabiendo que

- a) $f(-1) = 3$ b) $f(0) = 4$ c) $f(2) = 8$ d) $f(-2) = 3$
e) $f(2) = -6$ f) $f(5) = 4$ g) $f(-1) = -8$ h) $f(-4) = -1$

9.13. Dadas las siguientes expresiones analíticas o fórmulas de funciones lineales, determina, sin representar, si son crecientes o decrecientes y por qué.

- a) $a(x) = -2.4x$ b) $g(x) = 0.3x$ c) $c(x) = -4.3x$ d) $d(x) = -3.7x$
e) $e(x) = 6.5x$ f) $f(x) = 1.75x$ g) $g(x) = -1.16x$ h) $h(x) = -2x$

9.14. Representa las siguientes fórmulas o expresiones analíticas que proceden de modelos funcionales constantes, reflexiona sobre las gráficas que obtienes y responde a qué expresión algebraica o fórmula obedecen todas ellas y qué patrón de representación tienen. ¿Qué pendiente tienen? Determina su ordenada en el origen (o su imagen en $x = 0$)

- a) $a(x) = 3$ b) $g(x) = -5$ c) $c(x) = 2.1$ d) $d(x) = -3.2$

9.15. Determina, sin representar, cuáles de las siguientes expresiones analíticas o fórmulas funcionales proceden de una función constante o de una función lineal. Determina, para cada una de ellas, su pendiente y su ordenada en el origen. Señala cuáles son creciente, cuáles decrecientes y cuáles son constantes.

- a) $a(x) = 3.8x$ b) $g(x) = -2.56$ c) $c(x) = 2.3$ d) $d(x) = -4.85x$
e) $e(x) = 7.5$ f) $f(x) = -7.8x$ g) $g(x) = -6.1$ h) $h(x) = 3.1x$

9.16. Representa las expresiones analíticas del ejercicio anterior, comprobando las conclusiones a las que llegaste en ese ejercicio sin haber representado.

9.17. En un establecimiento venden cada bolígrafo de una determinada marca por 0'3 céntimos. Estamos interesados en el coste de la compra en función del número de bolígrafos de esa marca. Rellena la siguiente tabla funcional. Représéntala en el dominio $[0, 10]$

Nº Bolígrafos	0	1	2	3	5	7	10
Coste de la compra (€)							

¿Es continua o discontinua?, ¿Se puede decir que esta función es lineal? Podrías escribir una fórmula o expresión algebraica que calcule el coste en euros en función del número de bolígrafos comprados?

9.18. En el bar del instituto venden cada bocadillo por cincuenta céntimos. Estamos interesados en calcular el coste de bocadillos en función del número de ellos que compremos. Rellena la siguiente tabla funcional y represéntala en el dominio $[0, 12]$

Nº Bocadillos	0	2	4	6	8	10	12
Coste de la compra (€)							

¿Es continua o discontinua?, ¿Se puede decir que esta función es lineal? Podrías escribir una fórmula o expresión algebraica que calcule el coste en euros en función del número de bolígrafos comprados?

C. LA FUNCIÓN AFÍN.

9.21. El coste de uso mensual de un móvil prepago es del siguiente modo: hay una cuota fija de 10 € a la que se le añade un coste de 0'1 € por minuto consumido de llamada. Si extendemos el coste por minuto proporcionalmente, rellena la siguiente tabla funcional, determina la fórmula o expresión analítica de la función y represéntala en el dominio $[0, 30]$

Nº minutos consumidos	0	5	10	15	20	25	30
Factura (€)							

¿Es continua o discontinua?, ¿Se puede decir que esta función es lineal? Podrías escribir una fórmula o expresión algebraica que calcule el coste en euros en función del número de los minutos consumidos?

9.22. Representa las siguientes fórmulas o expresiones analíticas que proceden de modelos funcionales afines,

a) $a(x) = 3 - 2x$ b) $g(x) = 3x - 1$ c) $c(x) = 2 - 4x$ d) $d(x) = -1.2x + 1$
e) $e(x) = 1 - x$ f) $f(x) = 2 - 1.5x$ g) $g(x) = 0.1x + 2$ h) $h(x) = 3 - 3x$

9.23. Determina en cada una de las expresiones analíticas o fórmulas anteriores el valor de la pendiente y de la ordenada en el origen e indica qué consecuencia tiene el valor y signo de cada pendiente en la gráfica de la función. Indica también el efecto que tiene cada valor de la ordenada en el origen.

9.24. Dada la expresión analítica o fórmula de la función lineal $y = mx + n$, determina el valor de la pendiente y de la ordenada en el origen de la función, sabiendo que pasa por los puntos que se indican en cada apartado,

a) $(2,3)$ y $(1,2)$ b) $(-2,4)$ y $(3,6)$ c) $(3,-8)$ y $(-5,1)$ d) $(-6,-3)$ y $(1,-1)$
e) $(-3,1)$ y $(1,1)$ f) $(0.5,2)$ y $(2,-1)$ g) $(-1,4)$ y $(3,-5)$ h) $(1,2)$ y $(3,4)$

9.25. Dada la expresión analítica o fórmula de la función lineal $f(x) = mx + n$, determina el valor de la pendiente y de la ordenada en el origen de la función, sabiendo que

- | | | | |
|------------------------------|------------------------------|-------------------------------|---------------------------------|
| a) $f(1) = 2$
$f(-1) = 3$ | b) $f(0) = 4$
$f(-1) = 1$ | c) $f(2) = 3$
$f(3) = -2$ | d) $f(-2) = 3$
$f(1) = 5$ |
| e) $f(2) = 4$
$f(0) = 6$ | f) $f(5) = 4$
$f(3) = -3$ | g) $f(-1) = -8$
$f(4) = 2$ | h) $f(-4) = -1$
$f(-1) = -3$ |

9.26. Dadas las siguientes expresiones analíticas o fórmulas de funciones afines, determina, sin representar, si son crecientes o decrecientes y si cortan al eje de ordenadas por encima o por debajo del eje de abscisas. Razona tus contestaciones

- a) $a(x) = 1 - 4x$ b) $g(x) = 2 + 3x$ c) $c(x) = -1 - 4x$ d) $d(x) = -2 + 7x$
e) $e(x) = 5x + 2$ f) $f(x) = 1.5x - 3$ g) $g(x) = 2 - 6x$ h) $h(x) = 3x + 2$

9.27. Determina, sin representar, cuáles de las siguientes funciones son lineales (pasan por el origen de coordenadas), cuáles son afines y cuáles son constantes, explicando en qué te basas para tus contestaciones.

- a) $a(x) = 2x + 5$ b) $g(x) = 1 - \frac{2x}{3}$ c) $c(x) = 5x$ d) $d(x) = 1 - \frac{5x}{3}$
e) $e(x) = 3x - 2$ f) $f(x) = \frac{2x}{5}$ g) $g(x) = \frac{x+2}{3}$ h) $h(x) = -\frac{3x}{5}$
i) $i(x) = \frac{2x-1}{4}$ j) $j(x) = 3x$ k) $k(x) = \frac{3x}{2}$ l) $l(x) = -\frac{x}{2} + 1$

9.28. Escribe la pendiente “m” y la ordenada en el origen “n” de las siguientes funciones e indica si son crecientes, decrecientes o constantes y si cortan al eje de ordenadas (OY) por encima o por debajo del eje de abscisas (OX).

- a) $a(x) = 1 - 5x$ b) $b(x) = 1 - \frac{2x}{3}$ c) $c(x) = x$ d) $d(x) = -\frac{3x}{2} + 1$
e) $e(x) = -x$ f) $f(x) = \frac{2x}{3} - 1$ g) $g(x) = -2.3$ h) $h(x) = -\frac{4x}{5}$
i) $i(x) = \frac{2+4x}{3}$ j) $j(x) = 2x$ k) $k(x) = \frac{x-1}{2}$ l) $l(x) = -\frac{x}{3} + \frac{4}{5}$

9.29. El coste de una tarjeta de bonometro es de 2,5 €.

Cada viaje cuesta a razón de 7 € los diez viajes. Si extendemos el coste por viaje proporcionalmente, rellena la siguiente tabla funcional, determina la fórmula o expresión analítica de la función y represéntala en el dominio $[0, 60]$



Nº viajes consumidos	0	10	20	30	40	50	60
Dinero gastado (€)							

¿Es continua o discontinua?, ¿Se puede decir que esta función es lineal o afín? Podrías escribir una fórmula o expresión algebraica que calcule el coste en euros en función del número de viajes comprados?

9.30. Una funcionaria cobra 850 € al mes por las 150 horas que trabaja durante el mes. Se le ofrece un plus de 10 € por cada hora trabajada de más. Si extendemos proporcionalmente este plus, rellena la siguiente tabla funcional, determina la fórmula o expresión analítica de la función y represéntala en el dominio $[150, 180]$

Nº horas que trabaja	150	155	160	165	170	175	180
Dinero que cobra al mes							

¿Es continua o discontinua?, ¿Se puede decir que esta función es lineal o afín? Podrías escribir una fórmula o expresión algebraica que calcule el coste en euros en función del número de viajes comprados?

9.31. Un plan prepago para un móvil, cuesta 5 € de activación y 0,10 € por cada MB consumido.

- Escribe la función que representa el costo total en euros en función de los MB consumidos.
- Representa la función entre 0 y 100 MB

9.32. En un determinado lugar la temperatura a las 6:00 a.m. es de $10^{\circ} C$ y sube a razón de $3^{\circ} C$ cada hora hasta las 18:00 p.m.

a) Escribe una función que represente la temperatura en función de las horas pasadas desde las 6:00 a.m.

b) Representa la función desde las 6:00 a.m. hasta las 14:00 p.m.

c) En condiciones normales, esta función, ¿será continua o discontinua y formada por puntos?



9.33. Una tienda de serigrafía de camisetas tiene un coste fijo de 200 € diarios más 4 € por cada camiseta que produce.

a) Escribe la función que reporta el coste total en euros en función del número de camisetas.

b) Representa la función entre 0 y 50 camisetas. ¿Es continua?

c) Si la empresa vende 100 camisetas y cada camiseta se pone a la venta a d €, ¿Cuántas camisetas como mínimo hay que vender para que la empresa empiece a tener beneficio?



9.34. La compañía de telefonía MOVILE cobra 15 € y 0,05 € por cada minutos de llamada. La compañía TELECO no tiene cuota fija, pero cobra 0,12 € por minuto consumido.

a) Escribe la función que corresponde a cada compañía y que determina el coste a pagar en función de los minutos de llamada.

b) Representa ambas funciones.

c) A partir de qué minuto, sale más ventajosa la oferta de la compañía MOVILE?

9.35. En una zona de aparcamiento con parquímetro de una gran ciudad, aparcar un coche eléctrico tiene un coste fijo de 0,13€/min mientras que uno de gasolina tiene un coste de 0,07 €/min más una penalización de 4 €.

- a) Expresa el coste total de cada coche en función del tiempo de estancia aparcado en la zona con parquímetro.
- b) Representa las funciones entre 0 y 10 minutos. ¿Son escalonadas?
- c) ¿A partir de cuántos minutos es más barato el aparcamiento para un coche eléctrico? Opera algebraicamente para

9.36. La academia de secundaria APRENDE cobra 10 € por hora de clase. Otra academia, APRUEBA, cobra 5 € de matrícula y 8 € por cada hora de clase.

- a) Escribe la expresión analítica de las funciones que expresan el coste total al dar un número x de horas de clase.
- b) ¿En qué situación deja de ser más ventajosa una academia y pasa a serlo la otra?
- c) Representa las funciones entre 0 y 10 horas de clase.

9.37. En el gimnasio CACHIS se cobra por cada día de entrenamiento 6 €. En el gimnasio de la competencia, FORTE, se ofrece un bono mensual de 20 € por el que, al mes, cada día de entrenamiento se cobra a 2 €.

- a) Escribe la expresión analítica de las funciones que expresan el coste total en función de los días de entrenamiento al mes que se visite el gimnasio.
- b) ¿Cuándo conviene pagar el bono?

AVISO LEGAL Y CRÉDITOS DE IMÁGENES

Este documento no tiene fines comerciales y su propósito es servir como material de apoyo para clases de matemáticas. Su finalidad es exclusivamente educativa y/o divulgativa, y se distribuye de forma totalmente gratuita para todo aquel docente o alumno/a que quiera utilizarlo para aprender matemáticas.

El responsable y legítimo autor de este documento no comercializa ni obtiene beneficio económico por creación y su difusión. Si este documento aparece publicado fuera de la web [lawebdelprofedemates.es](https://www.lawebdelprofedemates.es) o se solicita alguna donación o compensación económica por su descarga o uso, se advierte que dicha solicitud no cuenta con la autorización del autor. Este material ha sido publicado en internet sin ánimo de lucro y puede obtenerse gratuitamente en la web mencionada.

El documento incluye imágenes obtenidas de diferentes plataformas que, según su información pública en el momento de la descarga, ofrecían material de dominio público y/o bajo licencias que permiten su uso gratuito, incluyendo, entre otras:

VectorPortal: <https://vectorportal.com/>

PublicDomainPictures: <https://www.publicdomainpictures.net/>

LetsDraw.it: <https://letsdraw.it/>

Pixnio: <https://pixnio.com/>

Flickr: <https://www.flickr.com/>

PxHere: <https://pxhere.com/>

Pexels: <https://www.pexels.com/>

Wikipedia/Wikimedia Commons: <https://es.wikipedia.org/wiki/>

No obstante, debido a la gran cantidad de material gráfico utilizado, no siempre es posible identificar la fuente exacta de cada imagen. En todos los casos, se ha procurado cumplir con las condiciones de uso y atribución establecidas por cada plataforma o autor.

Si usted es titular de derechos sobre alguna de las imágenes aquí incluidas y considera que su uso vulnera sus derechos o no respeta los términos de su licencia, por favor, puede comunicarse con el responsable de este documento a partir la web [lawebdelprofedemates.es](https://www.lawebdelprofedemates.es) o del correo del autor lawebdelprofedemates@gmail.com. Se procederá a su revisión inmediata para su modificación o retirada, siempre que el documento se encuentre alojado en un espacio web bajo la propiedad o administración del autor. No nos podemos hacer responsables de modificaciones o ausencia de las mismas sobre el presente documento en el caso de que haya sido descargado y publicado en otro lugar de internet y, por tanto, hayamos perdido la protección y control sobre el mismo.

Este documento se distribuye bajo una licencia [Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/).

