https://www.lawebdelprofedemates.es

3º ESO – MATEMÁTICAS

FUNCIONES CONSTENTES, LINEALES, AFINES Y CUADRÁTICAS

UNIDAD 8

A. FUNCIONES CONSTANTES

8.1. Representa las siguientes funciones constantes y lineales,

$a)\ f(x) = -3$ $\qquad b)\ g(x) = \sqrt{36}$ $\qquad c)\ h(x) = -0{,}1$

$g)\ l(x) = -\sqrt{\dfrac{4}{25}}$ $\qquad h)\ m(x) = \dfrac{2}{3}$ $\qquad i)\ n(x) = -\sqrt[3]{8}$

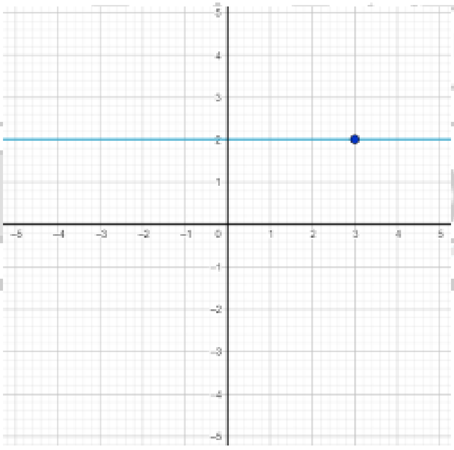
8.2. Calcula expresión analítica de la función constante cuya gráfica pasa por el punto que se indica,

$a)\ A(2{,}5)$ $\qquad b)\ B(1,-4)$ $\qquad c)\ C\left(-10,-\dfrac{3}{5}\right)$

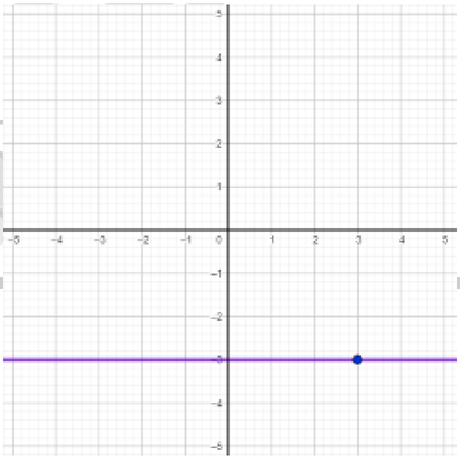
$d)\ D\left(2,\sqrt{3}\right)$ $\qquad e)\ E(2,-\pi)$ $\qquad f)\ F\left(-\dfrac{1}{2},\sqrt{2}\right)$

8.3. Calcula la expresión analítica de la función constante que da lugar a cada una de las siguientes gráficas, ayudándote de las mismas,

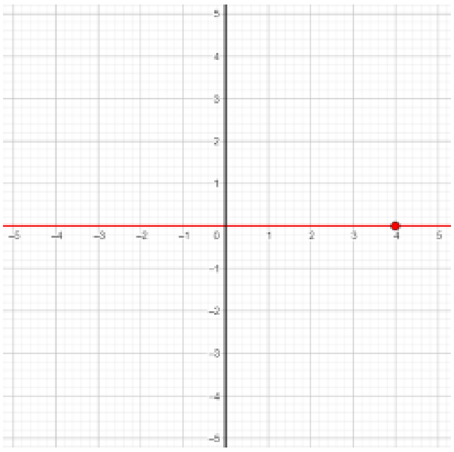
a)



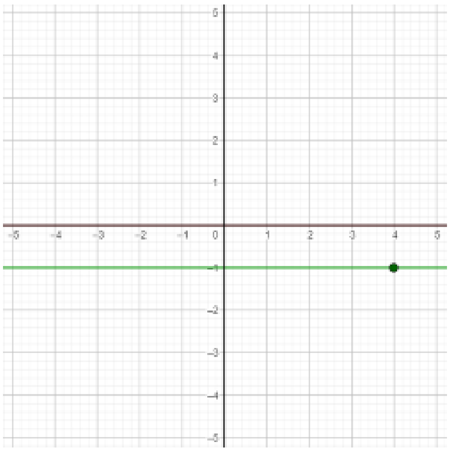
b)



c)



d)



8.4. Para cada una de las funciones constantes siguientes determina el punto de corte con el eje OY y si la grafica de la función está por encima o por debajo del eje OX sin representarlas.

$a)\ f(x) = -3$ $\quad b)\ g(x) = \frac{2}{3}$ $\quad c)\ h(x) = -\frac{1}{4}$

$d)\ i(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad e)\ j(x) = -\frac{3}{5}$ $\quad f)\ k(x) = \frac{2}{4}$

8.5. Calcula la expresión analítica de la función constante que,

a) Para por el punto $(0, \sqrt[5]{-32})$.

b) Pasa por el punto $C(-\sqrt{2}, \sqrt{3})$.

c) Corta al eje de ordenadas en $y = -0{,}6$

d) Corta al eje de ordenadas en $y = 3/4$

8.6. En cada función, calcula las imágenes o las anti-imágenes siguientes

$a)\ f(5)\ \ con\ \ f(x) = \sqrt{3}$ $\quad b)\ g\left(\frac{1}{2}\right)\ \ con\ \ g(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$d)\ i^{-1}(2)\ \ con\ i(x) = 2$ $\quad e)\ j(-2)\ con\ \ j(x) = 2$

B. FUNCIONES LINEALES

8.11. Representa las siguientes funciones lineales,

$a)\ f(x) = -3x$ $\quad b)\ g(x) = 5x$ $\quad c)\ h(x) = -2x$

$d)\ i(x) = 2x$ $\quad e)\ j(x) = -\frac{x}{5}$ $\quad f)\ k(x) = \frac{3x}{2}$

$g)\ l(x) = -\frac{2x}{5}$ $\quad h)\ m(x) = \frac{5x}{3}$ $\quad i)\ n(x) = -\frac{3x}{4}$

8.12. Determina la pendiente de las siguientes funciones lineales y di si, cada una de ellas es creciente o decreciente sin representar.

$a)\ f(x) = -3x$ $\quad b)\ g(x) = \frac{2x}{5}$ $\quad c)\ h(x) = -\frac{x}{3}$

$d)\ i(x) = \frac{3x}{5}$ $\quad e)\ j(x) - \frac{5x}{2}$ $\quad f)\ k(x) = \frac{x}{4}$

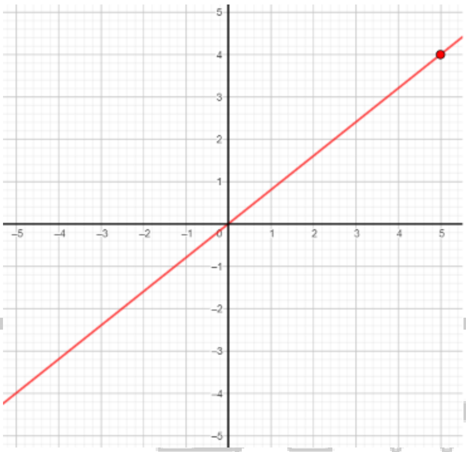
8.13. Calcula expresión analítica de la función lineal cuya gráfica pasa por el punto que se indica,

$a)\ A(1,4)$ $\qquad b)\ B(3,1)$ $\qquad c)\ C\left(-2,-\frac{2}{3}\right)$

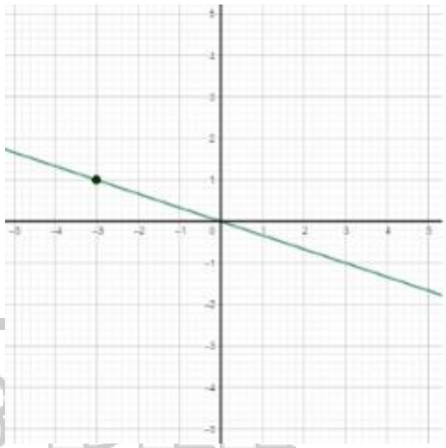
$d)\ D(-3,2)$ $\qquad e)\ E(2,-2)$ $\qquad f)\ F\left(-\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$

8.14. Calcula la expresión analítica de la función afín que da lugar a cada una de las siguientes gráficas, ayudándote de las mismas,

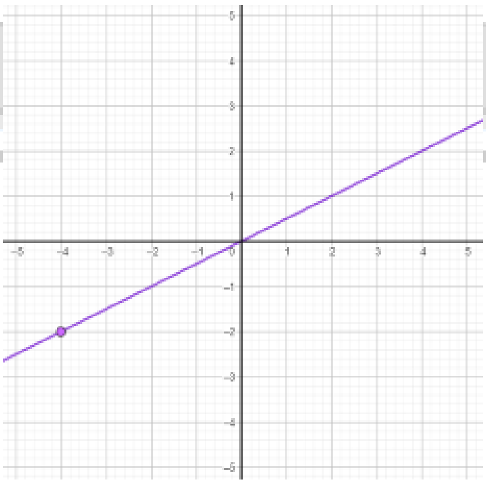
a)



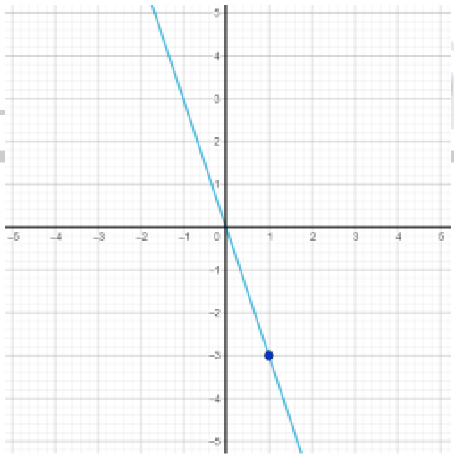
b)



c)



d)



8.15. Calcula la expresión analítica de la función lineal que,

a) Tiene pendiente $2/3$.

b) Pasa por el punto $B(-2,6)$

c) Tiene pendiente $-\sqrt{3}$.

d) Pasa por el punto $D(\sqrt{5},-3\sqrt{5})$

8.16. En cada función, calcula las imágenes o las anti-imágenes siguientes

$a)\ f\left(-\frac{2}{3}\right)\ con\ f(x) = 3x$ $\quad b)\ g^{-1}(3)\ \ con\ \ g(x) = \frac{6}{5} \cdot x$

$d)\ i\left(\sqrt[3]{4}\right)\ con\ i(x) = -\sqrt[3]{2}\,x$ $\quad e)\ j^{-1}(-1)\ con\ j(x) = -2x$

C. FUNCIONES AFINES

8.21. Representa las siguientes funciones afines,

$a)\ f(x) = 2x - 1$ $\quad b)\ g(x) = 1 - 5x$ $\quad c)\ h(x) = 2x - 3$

$d)\ i(x) = 5 - 3x$ $\quad e)\ j(x) = 2 + x$ $\quad f)\ k(x) = -\frac{x}{2} + 1$

$g)\ l(x) = \frac{2+3x}{5}$ $\quad h)\ m(x) = -\frac{2x}{3} + 1$ $\quad i)\ n(x) = \frac{x-1}{2}$

8.22. Determina la pendiente y la ordenada en el origen de las siguientes funciones afines y di si, cada una de ellas es creciente o decreciente y si corta por encima o por debajo del eje de abcisas sin representar.

$a)\ f(x) = -3x + 5$ $\quad b)\ g(x) = 2x - 3$ $\quad c)\ h(x) = -\frac{x}{5} + 2$

$d)\ i(x) = -\frac{3x}{2} + 4$ $\quad e)\ j(x) = 3 - 5x$ $\quad f)\ k(x) = \frac{x+2}{4}$

$g)\ l(x) = \frac{4-5x}{7}$ $\quad h)\ m(x) = \frac{3x}{2} - 4$ $\quad i)\ n(x) = \frac{3-x}{3}$

8.23. Calcula los puntos de corte de las siguientes funciones con los ejes de coordenadas.

$a)\ f(x) = 2x + 5$ $\quad b)\ g(x) = -\frac{5x}{6} + 4$ $\quad c)\ h(x) = \frac{-x+2}{3}$

$d)\ i(x) = \frac{1-3x}{4}$ $\quad e)\ j(x) = 3 - 0{,}2x$ $\quad f)\ k(x) = \frac{7x}{8} + 1$

$g)\ l(x) = \frac{4}{7} - 5x$ $\quad h)\ m(x) = 2 + \frac{x}{3}$ $\quad i)\ n(x) = \frac{3+2x}{3}$

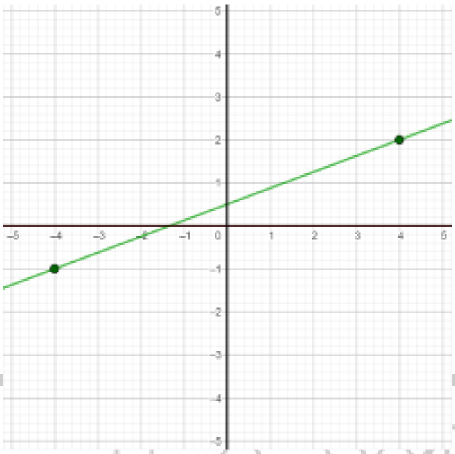
8.24. Calcula expresión analítica de la función afín cuya gráfica pasa por los puntos,

$a)\ A(1,2)\ y\ B(3,-5)$ $\quad b)\ C(-3,1)\ y\ D(3,-2)$ $\quad c)\ I(-1,0)\ y\ J(0,-5)$

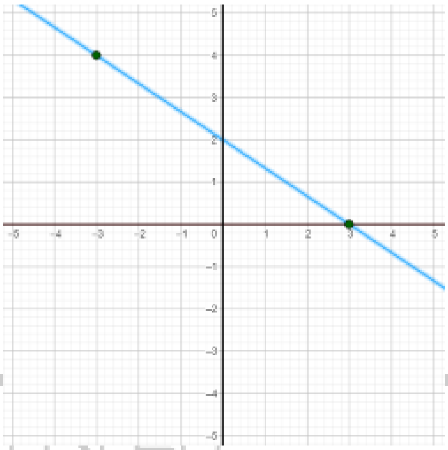
$d)\ E(-3,1)\ y\ F(3,-2)$ $\quad e)\ G(2,-2)\ y\ H(1,-3)$ $\quad f)\ K(0,0)\ y\ L(3,2)$

8.25. Calcula la expresión analítica de la función afín que da lugar a cada una de las siguientes gráficas, ayudándote de las mismas,

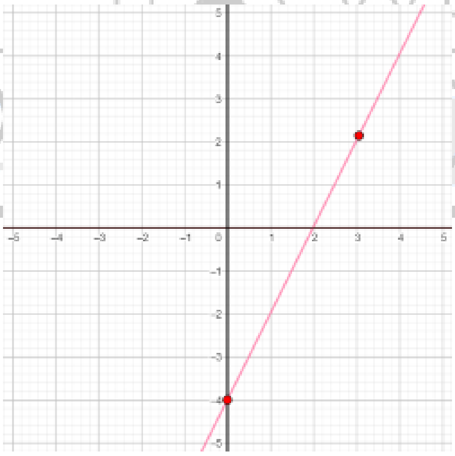
a)



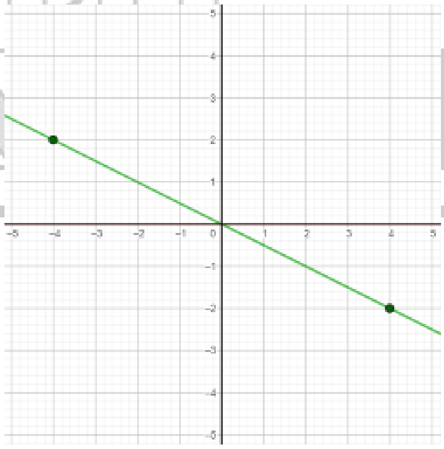
b)



c)



d)



8.26. Calcula la ecuación de la función afin que,

a) Tiene pendiente $m = 1$ y pasa por el punto $A(2,4)$.

b) Pasa por el punto $B(-3,2)$ y su gráfica es paralela a la de la función $y = -4x$.

c) Tiene ordenada en el origen -3 y pasa por el punto $C(-2,-1)$.

d) corta al eje de abcisas en $x = 3$ y al de ordenadas en $y = 2$.

e) corta al eje de abcisas en $x = -5$ y pasa por el punto $D\left(0,-\sqrt{16}\right)$.

8.27. En cada función, calcula las imágenes o las anti-imágenes siguientes

$a)\ f\left(-\frac{3}{10}\right)\ con\ f(x)=1-5x$ $\qquad b)\ g^{-1}(\sqrt{3})\ \ con\ \ g(x)=\sqrt{3}\cdot x-2\sqrt{3}$

$d)\ i(-\sqrt{2})\ con\ i(x)=4\sqrt{2}-\ x$ $\qquad e)\ j^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\ con\ j(x)=\sqrt{3}-\sqrt{3}\cdot x$

8.28. En la función afín $y=m\cdot x+4$, calcula la pendiente m si la función pasa por el punto $(2,6)$.

8.29. La función afín $y=m\cdot x-1$ pasa por el punto $(3,5)$. Calcula la pendiente de dicha función.

8.30. En la función afín $y\ =\ 2x\ +\ n$, calcula la ordenada en el origen si se sabe que pasa por el punto $(1,5)$.

8.31. Una función afín tiene la forma $y\ =\ -x\ +\ n$ y pasa por el punto $(2,0)$. Calcula la ordenada en el origen.

8.32. Calcula la pendiente de la función $y=m\cdot x-1$ sabiendo que corta al eje OX en la abcisa $x=3$.

8.33. Calcula la ordenada en el origen de la función $y=-3x-n$, sabiendo que la función corta al eje OY en la ordenada $y=-5$.

8.34. En cada apartado, calcula el punto de intersección de las funciones que se indican,

$a)\ f(x)=-3x+2\ \ ,\ \ g(x)=6$ $\qquad b)\ h(x)=-6x+4\ \ ,\ \ i(x)=-2$

$c)\ j(x)=4-x\ \ ,\ \ k(x)=3$ $\qquad d)\ l(x)=5\ \ ,\ \ m(x)=-2x-\frac{1}{4}$

8.35. ¿Cuántos puntos de corte pueden llegar a tener dos funciones del tipo constante y otra afín?, ¿Podrían no cortarse? Pon un ejemplo gráfico de cada situación que se puede dar respecto a la posible intersección entre una función constante y una afín.

8.36. En cada apartado, calcula el punto de intersección de las funciones que se indican,

$a)\ f(x)=2x+1\ \ ,\ \ g(x)=-x+4$ $\qquad b)\ h(x)=-3x+6\ \ ,\ \ i(x)=x-2$

$c)\ j(x)=4-7x\ \ ,\ \ k(x)=3x-2$ $\qquad d)\ l(x)=x+5\ \ ,\ \ m(x)=3x-\frac{1}{2}$

$d)\ n(x)=\frac{x}{2}+2\ \ ,\ \ o(x)=-\frac{x}{2}+3$ $\qquad f)\ p(x)=\frac{-2x+1}{3}\ \ ,\ \ q(x)=-\frac{5x}{6}-\frac{1}{3}$

8.37. ¿Cuántos puntos de corte pueden llegar a tener dos funciones del tipo lineal o afín?, ¿Podrían no cortarse? Pon un ejemplo gráfico de cada situación que se puede dar respecto a la posible intersección entre dos funciones afines.

8.38. Calcula la ecuación de la función afín $f(x)$ que es paralela a la función $g(x) = -5x + 1$ y corta al eje OX en la abcisa $x = -2$.

8.39. Calcula la ecuación de la función afín $f(x)$ que es paralela a la función $g(x) = \frac{x+2}{3}$ y que pasa por el punto $(6, -5)$.

8.40. Calcula la ecuación de la función afín $f(x)$ que tiene pendiente $m = 2$ y corta a la función $g(x) = 3x - 5$ en el punto cuya abcisa es $x = 3$.

8.41. Calcula la ecuación de la función afín $f(x)$ de la que se sabe que uno de sus puntos de su gráfica es $(2, -3)$ y corta a la función $g(x) = 1 - 2x$ en el punto cuya ordenada es $y = 3$.

8.42. Calcula la ecuación de la función afín $f(x)$ de la que se sabe que corta al eje OY en $y = 2$ y es paralela a la función $g(x) = 4x - 3$.

8.43. De una función afín $f(x)$ se sabe que es corta a la función $g(x) = -2x$ en $x = 3$ y que es paralela a la función $h(x) = 5x + 2$ Determina la expresión analítica de la función $f(x)$.

D. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE FUNCIONES LINEALES Y AFINES.

8.51. Una sala de cine cobra una tarifa base de 2 € por gestión más 6 € por cada entrada.

a) Escribe la función que da el precio total en función del número de entradas.

b) ¿Cuánto pagarás por 3, 5 y 10 entradas?

c) ¿Cuántas entradas puedes comprar con 50 €?

d) Representa la función en el intervalo [0, 10]. ¿Es continua? ¿Es creciente o decreciente?, ¿Es continua?

8.52. Una empresa de reparto cobra 30 € por el servicio base más 0,80 € por kilómetro recorrido.

a) Modeliza la función que da el coste total en función de los kilómetros.

b) ¿Cuánto cuesta un trayecto de 25 km? ¿Y de 60 km?

c) ¿Cuántos kilómetros puede solicitar como máximo un cliente si dispone de 100 €?

d) ¿Es esta función lineal o afín? ¿Es continua?

8.53. Una familia paga 15 € fijos de cuota más 1,25 € por cada metro cúbico de agua consumido.

a) Escribe la función que relaciona el importe total con el consumo en m^3.

b) Determina cuanto pagará en cada uno de los siguientes consumos: $10\ m^3$, $20\ m^3\ y\ 50\ m^3$

c) Si ha pagado 52,5 €, ¿cuánto ha consumido?

d) ¿Esta función es creciente o decreciente? ¿Tiene sentido representar valores negativos?, ¿Es continua?

8.54. Un proveedor A de datos móviles cobra 25 € al mes y 0,03 € por MB consumido. Su competencia, el proveedor B no cobra cuota fija, pero cobra 0,06 € por MB.

a) Modeliza ambas funciones.

b) ¿Qué proveedor resulta más económico con 500 MB? ¿Y con 2000 MB?

c) ¿A partir de qué cantidad de MB empieza a convenir más el proveedor A?

d) Representa ambas funciones y analiza su punto de corte.

8.55. Una tienda de alquiler de bicicletas motorizadas cobra 5 € por el alquiler más 3 € por cada hora de uso.

a) Escribe la función que relaciona el precio total con el número de horas.

b) ¿Cuánto cuesta usarla $2, 5\ y\ 8\ horas$?

c) Si pagaste 23 €, ¿cuántas horas la usaste?

d) ¿Es esta función afín? ¿Es continua?

8.56. Una editorial cobra 10 € por gastos de envío más 18 € por cada libro de texto enviado.

a) Modeliza la función que da el precio total en función del número de libros enviados. ¿Qué representa el término independiente de la función?

b) ¿Cuánto pagaremos por $1\ ,\ \ 3\ ,\ \ 5\ y\ 10\ libros$?

c) ¿Cuántos libros puedes comprar con 100 €?

8.57. Una fábrica de botellas tiene un coste fijo de producción por la fabricación de 1000 € al día y un coste variable de 0,25 € por la colocación de la etiqueta de cada botella.

a) Escribe la función que da el coste total diario en función del número de botellas fabricadas y etiquetadas.

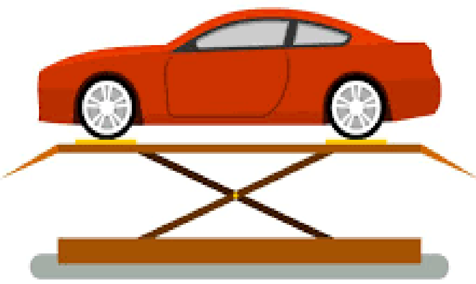
b) ¿Cuánto cuesta producir 2000 botellas etiquetadas? ¿Y 5000 sin etiquetar?

c) ¿Cuántas botellas etiquetadas se pueden producir con 3000 €?

d) ¿Se trata de una función creciente o decreciente?, ¿Es continua o discontinua?, Da explicación de cada una de tus respuestas.

8.58. Un taller de vehículos cobra 60 € por la revisión básica y 20 € por cada hora de trabajo de reparación de los fallos detectados.

a) Modeliza la función que da el precio total en función de las horas trabajadas.



b) ¿Cuánto pagaremos en cuatro vehículos diferentes en los que se trabajó $1\ hora$, $2{,}5\ horas$, $4\ horas\ y\ 6$ horas y cuarto?

c) Si pagamos 180 €, ¿cuántas horas se cobraron?

d) Representa la función entre $0\ y\ 6\ horas$. ¿Es creciente o decreciente?, ¿es continua o discontinua?

8.59. La plataforma de contenido audiovisual CHISTEY cobra 12 € al mes y 1 € por cada hora de contenido extra consumido. La plataforma NESSFLISS no cobra cuota, pero cobra 2 € por cada hora de contenido.

a) Escribe las funciones de ambas plataformas audiovisuales. ¿Son continuas o discontinuas?

b) ¿Cuál es la plataforma más económica si vemos $5\ horas$ y 45 minutos extra? ¿Y si vemos $15\ horas\ y\ 20\ minutos$ extra?

c) ¿A partir de cuántas horas extra conviene más la plataforma CHISTEY?

d) ¿Qué tipo de funciones son ¿afines o lineales? ¿Tienen puntos de corte?, ¿Cuál es?

8.60. En la discoteca CHAPA la entrada general cuesta 25 € y cada entrada VIP tiene un suplemento de 15 €. En la discoteca JYO, la entrada general cuesta 10 € y cada entrada VIP tiene un suplemento de 25 €.

a) Modeliza el precio total de cada discoteca si compramos *x* entradas generales e *y* entradas VIP.

b) ¿Cuánto costará comprar 3 generales y 2 VIP en cada discoteca?

c) Si queremos entrar con una entrada general, ¿qué discoteca es más ventajosa?, ¿Y si queremos pagar la entrada VIP?

d) Si hemos pagado 130 €, ¿qué combinaciones posibles de entradas podríamos haber comprado en la discoteca CHAPA?

D. FUNCIONES CUADRÁTICAS

8.61. Representa las siguientes funciones cuadráticas indicando su vértice, su eje de simetría, si son cóncavas o convexas y sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

$a)\ f(x) = x^2 - 6x + 3$ $\quad b)\ g(x) = 2x - x^2 + 4$ $\quad c)\ h(x) = 3x - 2x^2 + 5$

$d)\ i(x) = 2x^2 - 1$ $\quad e)\ j(x) = x^2 + 4x$ $\quad f)\ k(x) = 2x^2 + 4x - 1$

$g)\ l(x) = 4 + 2x - x^2$ $\quad h)\ m(x) = 1 - x^2 + 3x$ $\quad i)\ n(x) = 2x^2 + 4$

8.62. Sin representar indica el eje de simetría, si son cóncavas o convexas y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de las siguientes funciones cuadráticas.

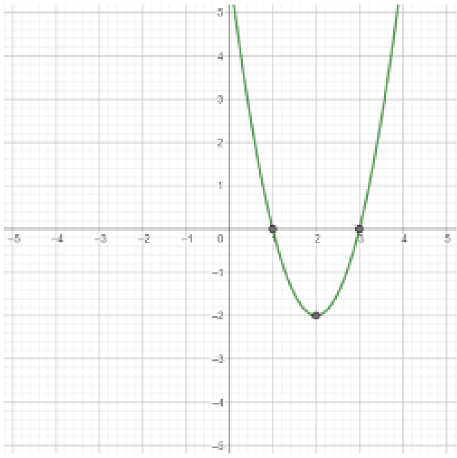
$a)\ f(x) = 2x^2 - 3x$ $\quad b)\ g(x) = 4x - 3x^2 + 1$ $\quad c)\ h(x) = 2x - 4x^2 + 1$

$d)\ i(x) = x^2 - 9x + 1$ $\quad e)\ j(x) = -x^2 + 6x - 2$ $\quad f)\ k(x) = x^2 + 3x + 2$

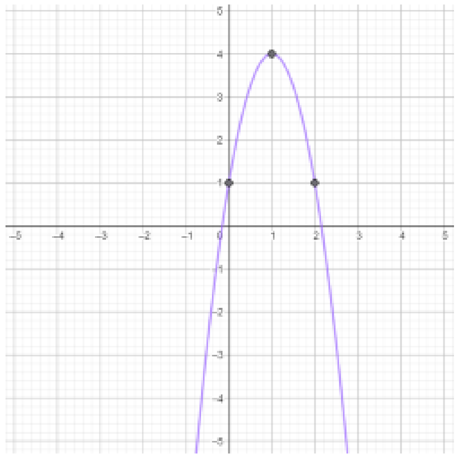
$g)\ l(x) = 3 - x^2 + x$ $\quad h)\ m(x) = -x^2 + 5x + 2$ $\quad i)\ n(x) = 9 - 3x^2$

8.63. Calcula la expresión analítica de la función cuadrática que da lugar a cada una de las siguientes gráficas, ayudándote de las mismas,

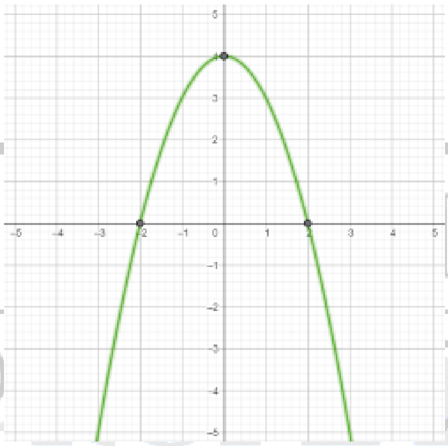
a)



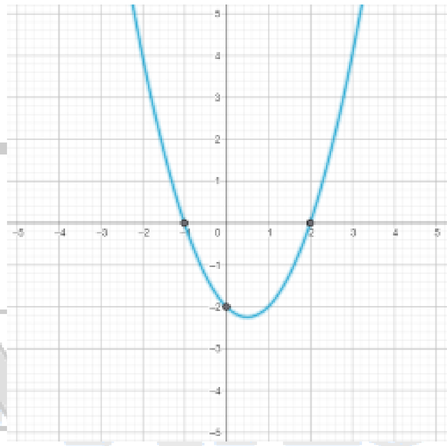
b)



c)



d)



8.64. Calcula la ecuación de la parábola que pasa por los puntos,

$a)\ A(0,2), B(-1,-2)\ \ y\ \ C(1,-2)$

$b)\ E(-2,2), F(3,0)\ \ y\ \ G(1,-2)$

$c)\ H(1,5), I(-1,5)\ \ y\ \ J(0,-1)$

$d)\ A(0,2), B(1,2)\ \ y\ \ C(-2,3)$

8.65. Determina el eje de simetría, el vértice, la curvatura (cóncava o convexa) y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de las parábolas del ejercicio anterior.

8.66. Calcula la ecuación de la parábola que,

a) Corta al eje de ordenadas en $y = 3$ y al eje de abcisas en $x = 1\ y\ x = 3$

b) Corta al eje de abcisas en $x = -2\ y\ x = 2$ y al eje de ordenadas en $y = -1$

$c)$ Corta al eje de ordenadas en $y = 2$ y al eje de abcisas en $x = -1\ y\ x = 3$

$d)$ Corta al eje de ordenadas en $y = -4$ y al eje de abcisas en $x = 1\ y\ x = 5$

8.67. Calcula los puntos de corte con los ejes de las siguientes rectas o parábolas:

$a)\ f(x) = x^2 - 3x + 2$ $\quad b)\ g(x) = 2x - 1$ $\quad c)\ h(x) = -x^2 + 5x - 6$

$d)\ i(x) = 8x - 4$ $\quad e)\ j(x) = -4 - x^2 + 4x$ $\quad f)\ k(x) = -x + 2$

$g)\ l(x) = -x^2 + 2x$ $\quad h)\ m(x) = \dfrac{5x}{3} + 1$ $\quad i)\ n(x) = 12 - 3x^2$

8.68. Calcula el término constante de la función $y = -3x^2 + x + c$, sabiendo que la función corta al eje OY en la ordenada $y = -5$.

8.69. En la función cuadrática $f(x) = ax^2 + 3x - 2$, calcula el valor de a si la función pasa por el punto $(-2, 4)$.

8.70. La función cuadrática $g(x) = x^2 + bx + 3$ pasa por el punto $(3, 6)$. Calcula el valor de b.

8.71. En la función cuadrática $h(x) = x^2 - bx + c$, calcula los valores de b y c sabiendo que la función pasa por los puntos $(1, 5)$ y $(-1, 3)$.

8.72. Una función cuadrática tiene la forma $i(x) = x^2 - c$ y pasa por el punto $(3, 0)$. Calcula la ordenada el valor de c.

8.73. Los puntos de corte de la función cuadrática $j(x)$ se producen en las abcisas $x = -2$ y $x = 3$. Sabiendo que es de la forma $j(x) = 2x^2 + bx + c$, calcula b y c.

8.74. En cada apartado, calcula, si existe, el punto o puntos de intersección de las funciones constantes, lineales, afines y cuadráticas que se indican.

$a)\ f(x) = x^2 + 6\ ,\ g(x) = 2$ $\quad b)\ h(x) = x^2 - 3x + 9\ ,\ i(x) = 3x$

$c)\ j(x) = x + 1\ ,\ k(x) = -x^2 + 3x$ $\quad d)\ l(x) = 8\ ,\ m(x) = 4x^2 + 7$

$d)\ n(x) = 4 - 2x\ ,\ o(x) = -x^2 - 3x$ $\quad f)\ p(x) = \dfrac{-2x^2 + 1}{4}\ ,\ q(x) = x^2 - 1$

8.75. ¿Cuántos puntos de corte pueden llegar a tener una función constante, lineal o afín con una cuadrática?, ¿Podrían no cortarse? Pon un ejemplo gráfico de cada situación que se puede dar respecto a la posible intersección entre una función cuadrática y una función constante, lineal o afín.

8.76. En cada apartado, calcula, si existe, el punto o puntos de intersección de las funciones cuadráticas que se indican.

$a)\ f(x) = x^2 - 6\ \ ,\ \ g(x) = -x^2 + 2$ $\qquad b)\ h(x) = x^2 - 3x + 6\ \ ,\ \ i(x) = 2x^2 + 2x$

$c)\ j(x) = x^2 - x - 1\ \ ,\ \ k(x) = -x^2 - 2x$ $\qquad d)\ l(x) = 1 - 2x^2\ \ ,\ \ m(x) = 4x^2 + 7$

$d)\ n(x) = \dfrac{x^2}{3} - 2x\ \ ,\ \ o(x) = -\dfrac{x^2}{2} + 3x$ $\qquad f)\ p(x) = \dfrac{-2x^2 + 1}{4}\ \ ,\ \ q(x) = x^2 - \dfrac{1}{3}$

8.77.¿Cuántos puntos de corte pueden llegar a tener dos funciones cuadráticas?, ¿Podrían no cortarse? Pon un ejemplo gráfico de cada situación que se puede dar respecto a su posible intersección.

8.78. Una función cuadrática tiene eje de simetría $x = -2$.

a) Si tiene un solo punto de corte con el eje OX, ¿Cuál es la abcisa de ese punto?

b) Si tiene dos puntos de corte con el eje OX y uno de ellos está en la abcisa $x = -5$ ¿cuál debe ser la abcisa del otro punto de corte?

8.79. En cada apartado, inventa la expresión analítica de una función cuadrática que tenga las siguientes características. En cada apartado contesta: ¿solo hay una función que cumpla con los requisitos?

a) Tiene eje de simetría $x = 1$ y es decreciente

b) Corta al eje de abcisas en $x = 1\ y\ x = 3$ y al eje de ordenadas en $y = 2$

$c)$ Corta a la función $y = 3x + 1$ en los puntos de abcisa $x = 2$ y $x = 4$.

F. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE FUNCIONES CUADRÁTICAS.

8.81. Una pelota es lanzada hacia arriba desde el suelo. Su altura $h(t)$, en metros, en función del tiempo t en segundos, viene dada por la función:

$$h(t) = -5t^2 + 20t$$

a) ¿Qué tipo de función es? ¿Es continua?

b) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza? ¿En qué momento se alcanza?

c) ¿Cuándo la pelota vuelve al suelo?

d) Representa la función en el intervalo $[0, 5]$.

8.82. El beneficio $B(x)$ en euros, que obtiene una tienda al vender x unidades de un producto viene dado por:

$$B(x) = -2x^2 + 40x - 120$$

a) ¿Para qué valores de x el beneficio es cero?

b) ¿Cuántas unidades debe vender para obtener el beneficio máximo?

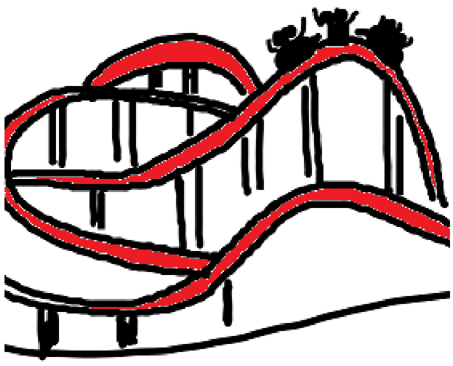
c) ¿Cuál es ese beneficio máximo?

d) Representa la función y comenta cuándo es creciente y cuándo decreciente.

8.83. La asistencia diaria a un parque de atracciones depende del precio de la entrada. Si el precio es p, en euros, la cantidad de visitantes viene dada por:

$$V(p) = -100p^2 + 1200p$$

a) ¿Cuál es el precio óptimo que maximiza el número de visitantes?
b) ¿Cuántos visitantes van al parque con ese precio?
c) ¿Qué ocurre si el precio sube a 10 €? ¿Y si baja a 1 €?
d) ¿Esta función tiene un máximo o un mínimo?



8.84. Un agricultor dispone de $40\ metros$ de valla para cercar un rectángulo pegado a un río (por lo que solo necesita vallar tres lados). Si x es el largo perpendicular al río, el área del terreno se expresa como:

$$A(x) = x \cdot (40 - 2x)$$

a) Escribe la función en forma desarrollada.

b) ¿Para qué valor de x se obtiene el área máxima?

c) ¿Cuál es esa área máxima?

d) Representa la función área en el intervalo $[0, 20]$.

8.85. El coste diario en euros para fabricar x unidades de un producto está dado por la función:

$$C(x) = x^2 - 20x + 300$$

a) ¿Qué tipo de función es? ¿Tiene un mínimo o un máximo?

b) ¿Para qué cantidad de productos el coste es mínimo?

c) ¿Cuál es ese coste mínimo?

d) Representa la función entre $x = 0$ y $x = 30$. ¿Es creciente o decreciente en ese intervalo?

8.86. Una empresa de envío de paquetes ofrece dos tarifas distintas:

- **Tarifa A**: cobra una cuota fija de 50 € más 5 € por cada paquete enviado.
- **Tarifa B**: tiene un modelo promocional en el que los ingresos por paquete están dados por

$$I_{B(x)} = -0{,}1x^2 + 8x$$

donde x es el número de paquetes enviados y $I_{B(x)}$ los ingresos totales.

a) Escribe la función $I_{A(x)}$ que representa la Tarifa A.

b) Representa ambas funciones en el intervalo $[0, 100]$.

c) ¿Para qué valores de x es más ventajosa la Tarifa B?

d) ¿Cuál es el ingreso máximo con la Tarifa B?

8.87. Dos campañas publicitarias A y B dan resultados diferentes. Las dos han sido modelizadas según,

- Campaña A: $C_{A(x)} = -0{,}5x^2 + 40x$
- Campaña B: $C_{B(x)} = 25x$

donde x es el número de cientos de euros invertidos y $C_{A(x)}\, y\, C_{B(x)}$ el número de clientes alcanzados en las campañas A y B respectivamente.

a) ¿Qué tipo de función es cada una? ¿Cuál tiene crecimiento constante?

b) Representa ambas funciones para $x \in [0, 100]$.

c) ¿A partir de qué inversión conviene más la campaña B?

d) ¿Cuál es el número máximo de clientes que puede alcanzar la campaña A?

8.88. Una empresa lanza dos productos con comportamientos diferentes en cuanto a ganancia se refiere:

- Producto A: $G_{A(x)} = -x^2 + 60x - 500$
- Producto B: $G_{B(x)} = 30x - 200$

donde x es el número de unidades vendidas y B(x) el beneficio total en euros.

a) ¿Qué tipo de función representa cada producto?

b) ¿A partir de qué cantidad de ventas es más rentable el producto B?

c) ¿Cuál es el beneficio máximo del producto A y para cuántas unidades?

d) Representa ambas funciones en el intervalo $[0, 100]$.

8.89. La compañía A tiene una tarifa que se modeliza mediante la función:

$$C_{A(t)} = 0{,}02t^2 + 0{,}5t$$

La compañía B sin embargo usa una tarifa fija por minuto:

$$C_{B(t)} = 0{,}9t$$

Donde t son los minutos de llamada con $C_{A(t)}\ y\ C_{B(t)}$ el coste en euros.

a) ¿Qué compañía resulta más barata hasta los $10\ minutos$? ¿Y a partir de los 30?

b) Representa gráficamente ambas funciones.

c) ¿En qué minuto cuesta lo mismo llamar con ambas compañías?

d) ¿Cómo afecta la forma de la función cuadrática al coste a medida que aumentan los minutos?