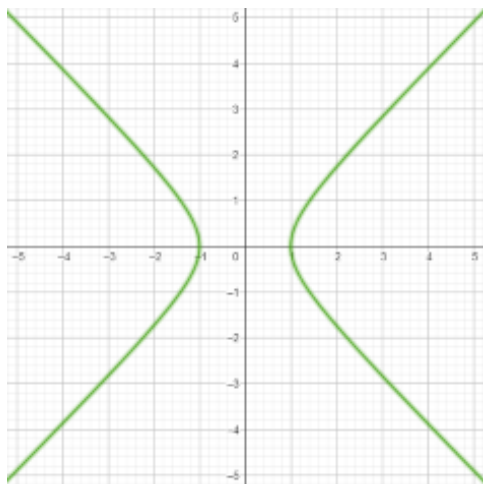


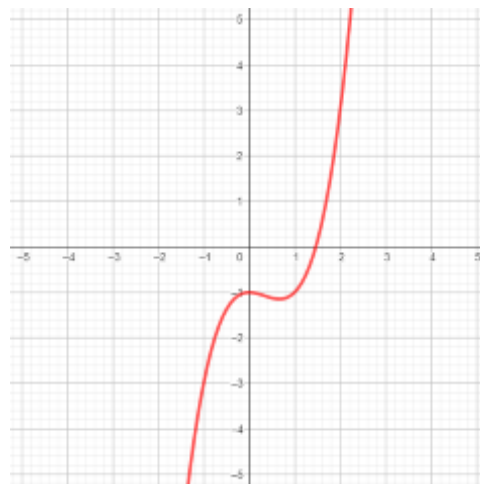
A. CONCEPTO DE FUNCIÓN. IMAGEN Y ANTI-IMAGEN. DOMINIO E IMAGEN DE FUNCIONES POLINÓMICAS Y RACIONALES DADAS EN FORMA ALGEBRAICA Y GRÁFICA. ASÍNTOTAS VERTICALES

7.1. Determina cuáles de las siguientes gráficas son funciones y cuáles no

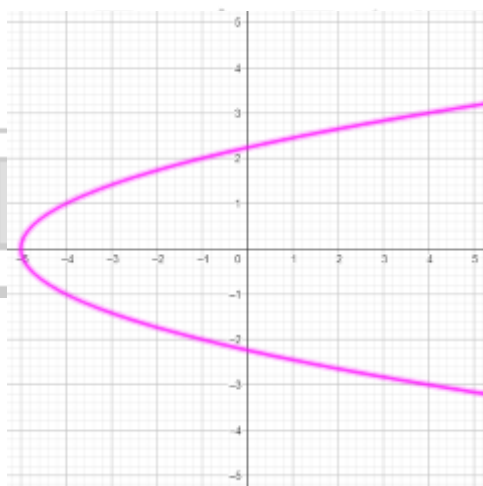
a)



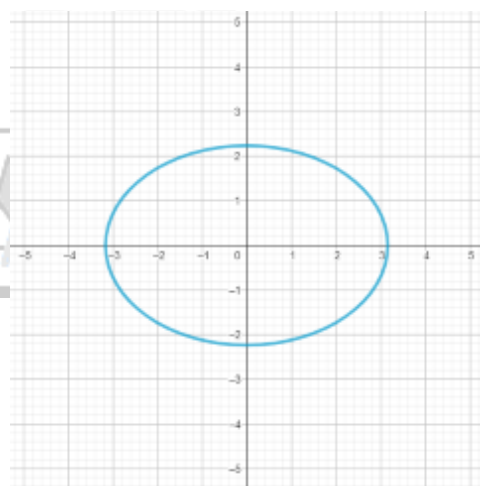
b)



c)



d)



7.2. Dadas las expresiones algebraicas de las siguientes funciones,

a) $f(x) = \frac{x-2}{6}$

b) $f(x) = |x-1|$

c) $f(x) = x^3 - 2x + 1$

d) $f(x) = \frac{x}{2} - 1$

e) $f(x) = \frac{x+2}{5}$

f) $f(x) = \frac{1-2x^2}{3}$

calcula las imágenes que se piden,

$f(2)$

$f(-1)$

$f(-7)$

$f(0)$

$f\left(-\frac{1}{5}\right)$

$f(3)$

7.3. Dadas las expresiones analíticas de las siguientes funciones racionales,

$$a) f(x) = \frac{2}{x}$$

$$b) f(x) = \frac{3}{x-1}$$

$$c) f(x) = \frac{x}{x^2 + x - 2}$$

$$d) f(x) = \frac{x-2}{x^2-4}$$

$$e) f(x) = \frac{2x-1}{x^2-2x+3}$$

$$f) f(x) = \frac{2x+1}{2x-6}$$

calcula las imágenes que se piden,

$$f(0)$$

$$f(-2)$$

$$f(-7)$$

$$f(2)$$

$$f(1)$$

$$f(3)$$

¿Qué conclusión sacas acerca de los valores que no tienen imagen?

7.4. Calcula algebraicamente el dominio de las siguientes funciones racionales,

$$a) f(x) = \frac{2x}{x+3}$$

$$b) g(x) = \frac{x}{x^2-1}$$

$$c) h(x) = \frac{2x-1}{x^2+4x+4}$$

$$d) i(x) = \frac{2x+3}{x^2-5x+6}$$

$$e) j(x) = \frac{x+2}{2-x^2}$$

$$f) k(x) = \frac{1-x}{x^3-4x}$$

7.5. Dadas las expresiones algebraicas de las siguientes funciones,

$$a) f(x) = -2x+3$$

$$b) f(x) = |1+2x|$$

$$c) f(x) = x^2-2x+3$$

$$d) f(x) = \frac{x}{x+2}$$

$$e) f(x) = \frac{2}{x^2+1}$$

$$f) f(x) = 3x-1$$

calcula las anti-imágenes que se piden,

$$f^{-1}(2)$$

$$f^{-1}(-1)$$

$$f^{-1}(-2)$$

$$f^{-1}(0)$$

$$f^{-1}(1)$$

$$f^{-1}(1)$$

7.6. De las funciones del ejercicio anterior, ¿Cuáles no pueden tener función inversa ya que no sería función?

7.7. Dadas las expresiones algebraicas de las siguientes funciones, calcula su función inversa:

$$a) f(x) = 3-2x$$

$$b) g(x) = 2x-4$$

$$c) h(x) = x^2$$

$$d) i(x) = 4-x^2$$

$$e) j(x) = \frac{2}{x^2+1}$$

$$f) k(x) = \frac{x+1}{x-1}$$

7.8. Determina el conjunto imagen o recorrido de las siguientes funciones constantes, ¿qué es lo que ocurre con la imagen de cualquier función constante?

a) $f(x) = 3$

b) $g(x) = -\sqrt{5}$

c) $h(x) = 5\pi$

7.9. Determina el conjunto de las imágenes o recorrido de las siguientes funciones, calculando para ello, el dominio de su función inversa:

a) $f(x) = 4x - 5$

b) $g(x) = 3x - 1$

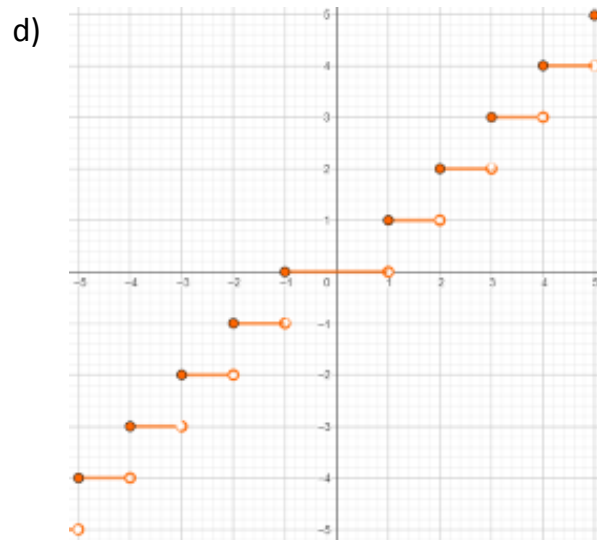
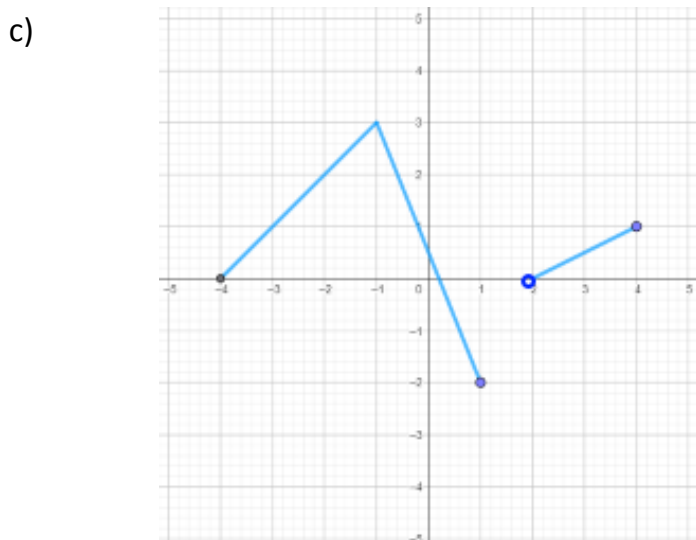
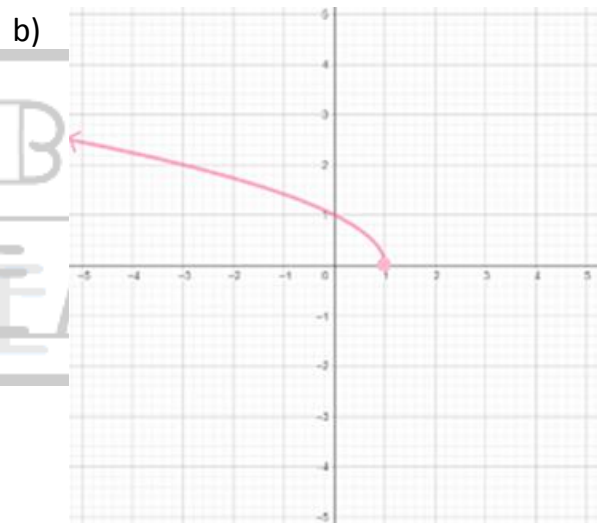
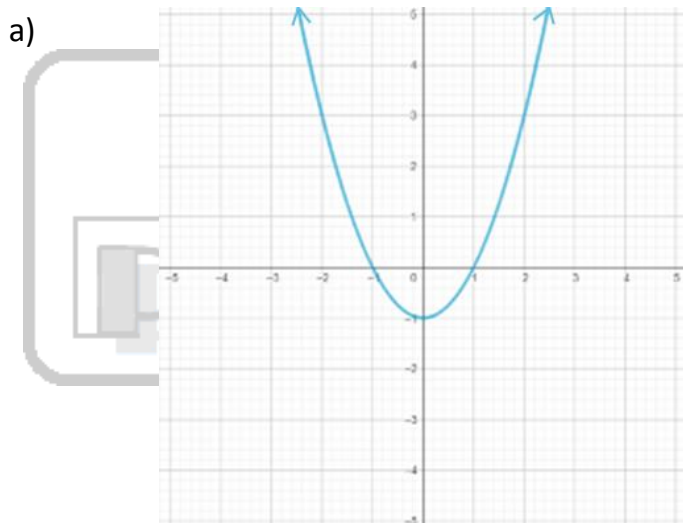
c) $h(x) = 4 - x$

d) $i(x) = \frac{5}{3+x}$

e) $j(x) = \frac{x}{x-1}$

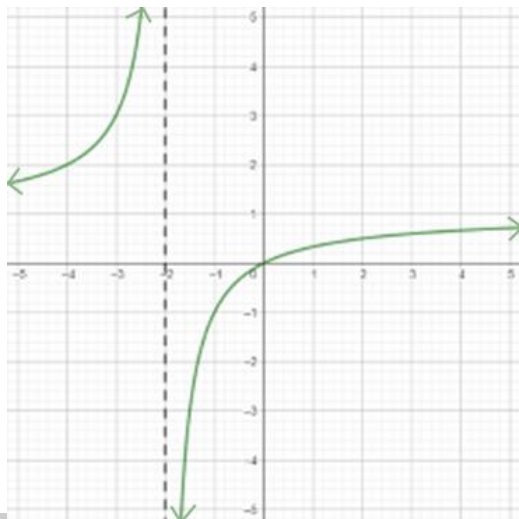
f) $k(x) = \frac{2x+1}{x-1}$

7.10. Determina el dominio y la imagen de las siguientes funciones dadas en forma gráfica. ¿Estas funciones son continuas en $\mathbb{R}$? ¿En qué intervalos/semirrectas son continuas.

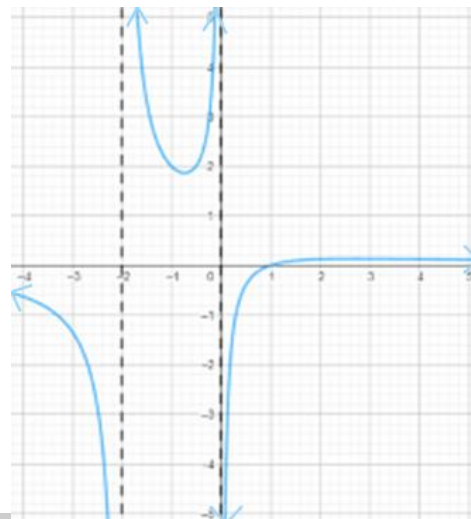


7.11. Determina el dominio y las asíntotas verticales de las siguientes funciones racionales dadas en forma gráfica. ¿Estas funciones son continuas en $\mathbb{R}$? ¿En qué intervalos/semirrectas son continuas? Determina la ecuación de las asíntotas verticales en caso de tenerlas

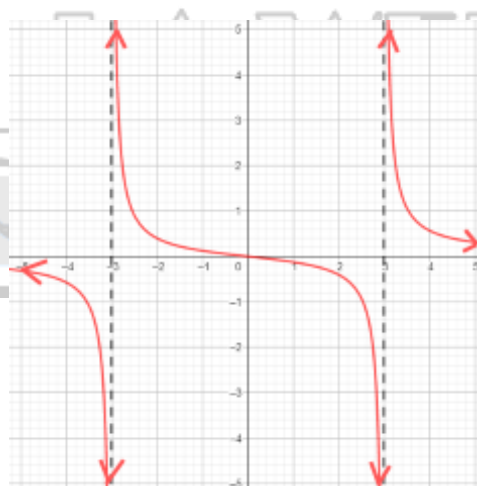
a)



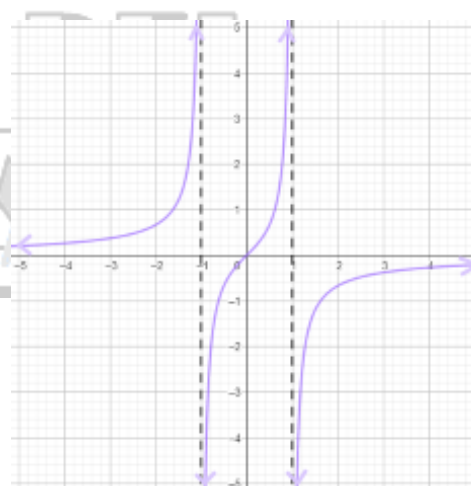
b)



c)



d)



7.12. A partir de GeoGebra o de cualquier otro programa o calculadora gráfica, representa las siguientes funciones y determina el dominio, el recorrido/imagen y las asíntotas verticales de cada función.

a) $f(x) = \frac{1}{2x - 3}$

b) $g(x) = \frac{x - 1}{x + 1}$

c) $h(x) = \frac{2x}{x^2 - 9}$

d) $i(x) = \frac{x}{x^2 - 2x}$

e) $j(x) = \frac{2}{6 - 3x^2}$

f) $k(x) = \frac{2 - x}{x^3 + x}$

7.13. Calcula las asíntotas verticales de las siguientes funciones,

a) $f(x) = \frac{7}{8x - 2}$

b) $g(x) = \frac{5}{18 - 2x^2}$

c) $h(x) = \frac{x - 1}{x + 1}$

d) $i(x) = \frac{x}{2x - 5}$

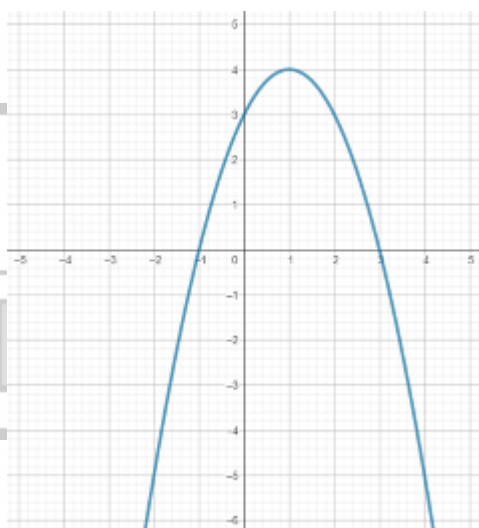
e) $j(x) = \frac{2}{x^2 - 2x + 3}$

k) $f(x) = \frac{1 - 2x}{x^3 - 3x^2}$

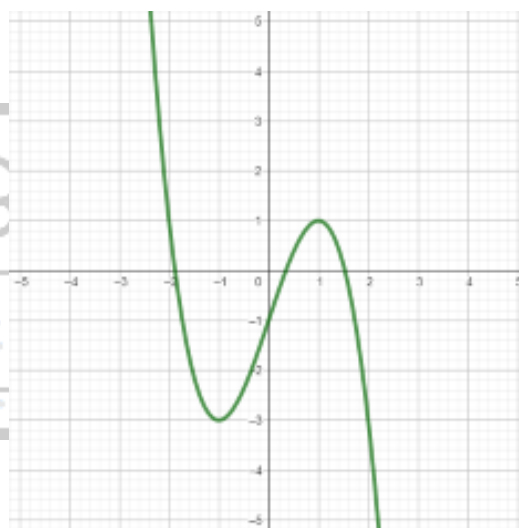
B.MONOTONÍA (CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO) Y EXTREMOS RELATIVOS/ABSOLUTOS (MÁXIMOS Y MÍNIMOS). CONTINUIDAD

7.21. Determina tanto los intervalos y semirrectas en x de crecimiento y decrecimiento como los máximos y mínimos relativos y absolutos de las siguientes gráficas funcionales, en caso de existir.

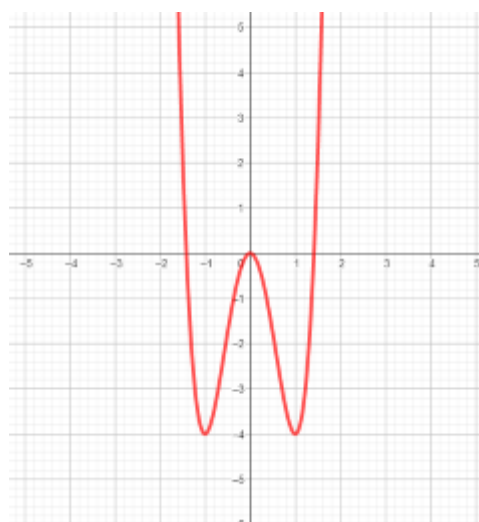
a)



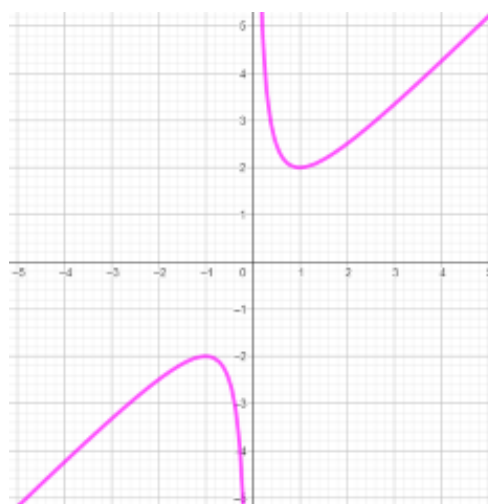
b)



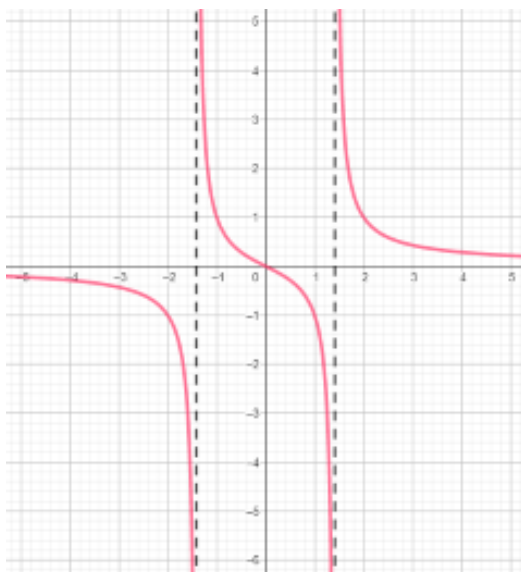
c)



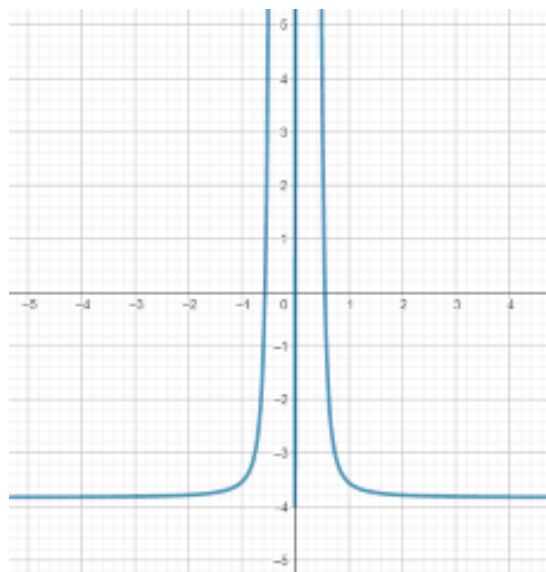
d)



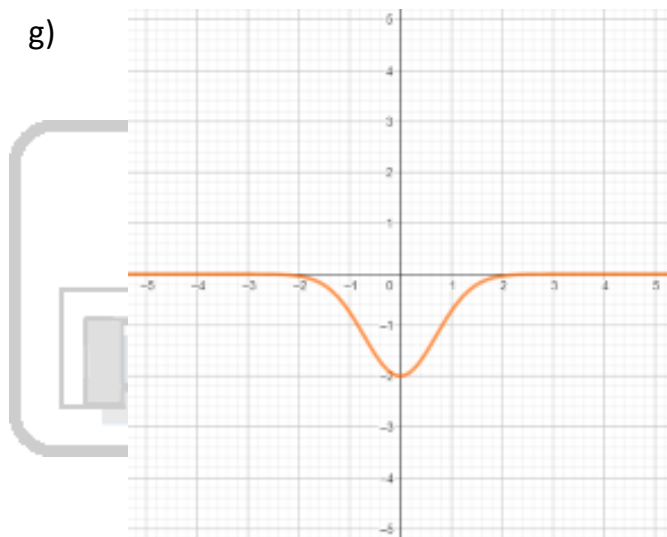
e)



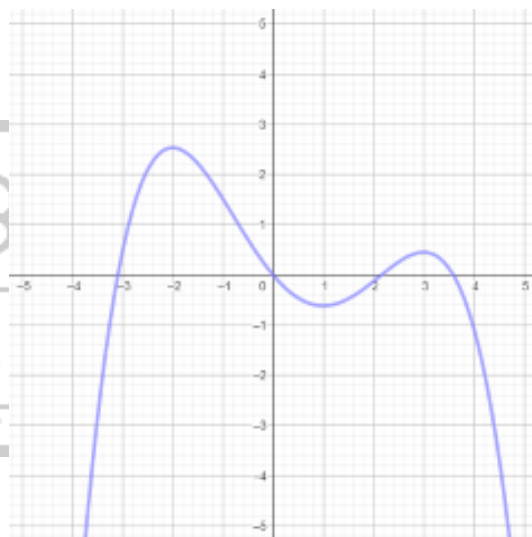
f)



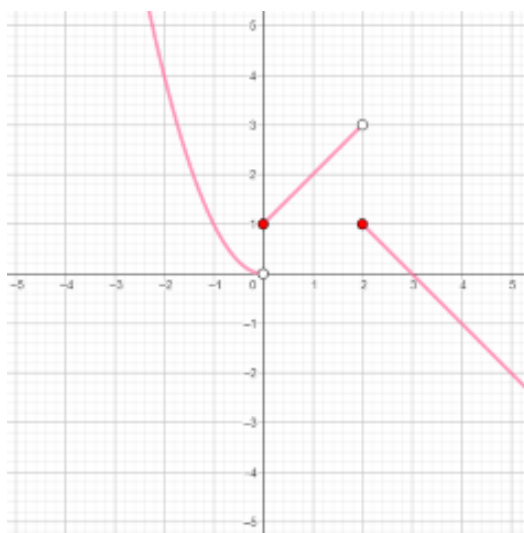
g)



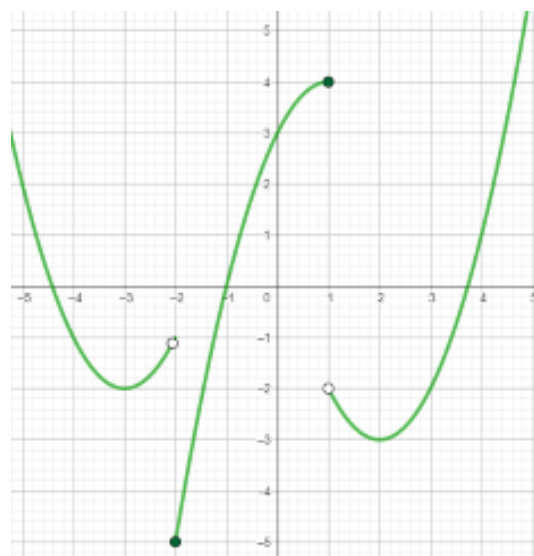
h)



i)



j)



7.22. En las gráficas del ejercicio anterior, determinar qué funciones son continuas y en las que no lo son, qué puntos de discontinuidad tienen, clasificando las discontinuidades según evitable, de salto finito o de salto infinito.

7.23. Crea la gráfica de una función $f(x)$ que cumpla las siguientes características:

- Es monótona decreciente hasta $x = 1$
- Es monótona creciente entre $x = 1$ y $x = 3$
- Es decreciente de $x = 3$ en adelante.
- Es continua en $\mathbb{R}$
- $f(1) = 2$ y $f(3) = 5$

7.24. Crea la gráfica de una función $g(x)$ que cumpla las siguientes características:

- Es monótona creciente hasta $x = -2$
- En $x = -2$ hay una discontinuidad de salto finito.
- Es constante entre $x = -2$ y $x = 1$
- Es decreciente de $x = 1$ en adelante.
- En $x = 1$ tiene una discontinuidad evitable.
- Es continua en $\mathbb{R} - \{-2, 1\}$
- $g(-2) = 3$ y $g(1) = 4$

7.25. Crea la gráfica de una función que cumpla las siguientes características:

- Es decreciente en $(-\infty, -3)$
- Tiene una discontinuidad de salto finito en $x = -3$
- Es constante en el intervalo $(-3, 0)$
- Tiene un mínimo relativo en $x = 0$
- Es monótona creciente en el intervalo $(0, 2)$
- En $x = 2$ hay una asíntota vertical
- Para $x > 2$, la función se acerca a la recta horizontal $y = 1$ (asíntota horizontal)
- $h(-3) = -1$ y $h(0) = -2$

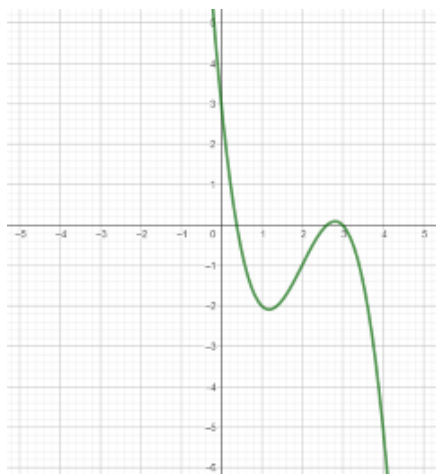
7.26. Crea la gráfica de una función $m(x)$ que cumpla las siguientes características:

- En $x = -1$ hay una discontinuidad evitable y $m(-1) = 2$
- La función es creciente para $x \in (-1, 2) \cup (3, +\infty)$ y decreciente en $(-\infty, -1)$
- En $x = 2$, hay un máximo absoluto y $m(2) = 4$
- Para $2 < x < 3$, la función es decreciente y $m(3) = -1$
- La función está definida en $\mathbb{R}$ y es continua en $\mathbb{R} - \{-1\}$

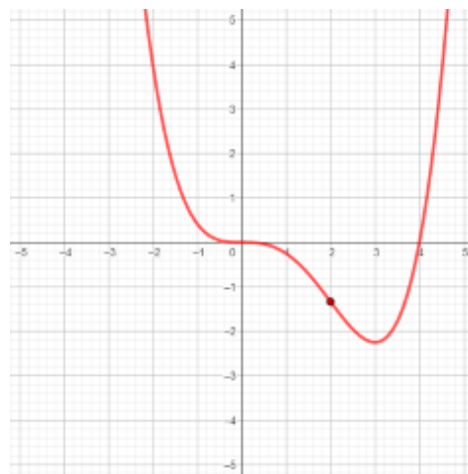
C.CURVATURA (CÓNCAVA Y CONVEXA) Y PUNTOS DE INFLEXIÓN. CONTINUIDAD

7.31. Determina tanto los intervalos y semirrectas en x de concavidad o curvatura de ramas hacia arriba (U) y convexidad o curvatura de ramas hacia abajo (∩) como los puntos de inflexión de las siguientes gráficas funcionales, en caso de existir.

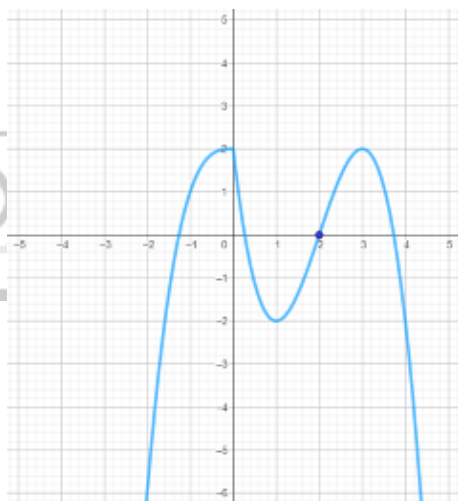
a)



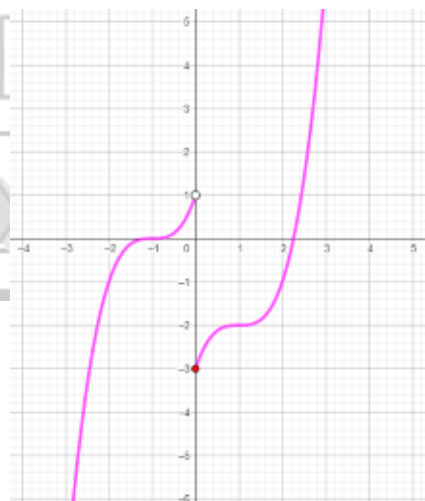
b)



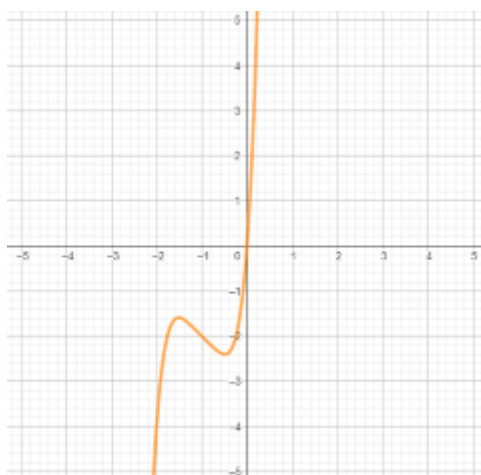
c)



d)



e)



f)



7.32. En las gráficas del ejercicio anterior, determinar qué funciones son continuas y en las que no lo son, qué puntos de discontinuidad tienen, clasificando las discontinuidades según evitable, de salto finito o de salto infinito.

7.33. Crea la gráfica de una función $f(x)$ que cumpla las siguientes características:

- Es creciente en $(-\infty, 2)$
- Es creciente en $(2, 4)$
- Es cóncava con ramas hacia abajo en $(-\infty, 2)$
- En $x = 2$ hay un punto de inflexión.
- Es cóncava con ramas hacia arriba para $x \in (2, 4)$
- Tiene una asíntota vertical en $x = 4$
- Es cóncava con ramas hacia abajo en $(4, 6)$
- Tiene un mínimo relativo en $x = 6$
- Es monótona creciente en la semirrecta $(6, +\infty)$
- La función es continua en $\mathbb{R}$.
- Para $x > 2$, la función se acerca a la recta horizontal $y = 1$ (asíntota horizontal)
- $f(2) = 3$ y $f(6) = 1$

7.34. Crea la gráfica de una función $m(x)$ que cumpla las siguientes características:

- La función es decreciente y cóncava con ramas hacia arriba en $x < -1$
- En $x = -1$ hay un punto de inflexión
- Para $-1 < x < 1$ la función es creciente y cóncava con ramas hacia abajo
- En $x = 1$ hay un mínimo absoluto y $m(1) = -2$
- La función es creciente y con ramas hacia abajo para $x \in (1, 2) \cup (2, +\infty)$
- La función está definida en $\mathbb{R} - \{2\}$ y es continua en $\mathbb{R} - \{2\}$ teniendo una discontinuidad evitable en $x = 2$.

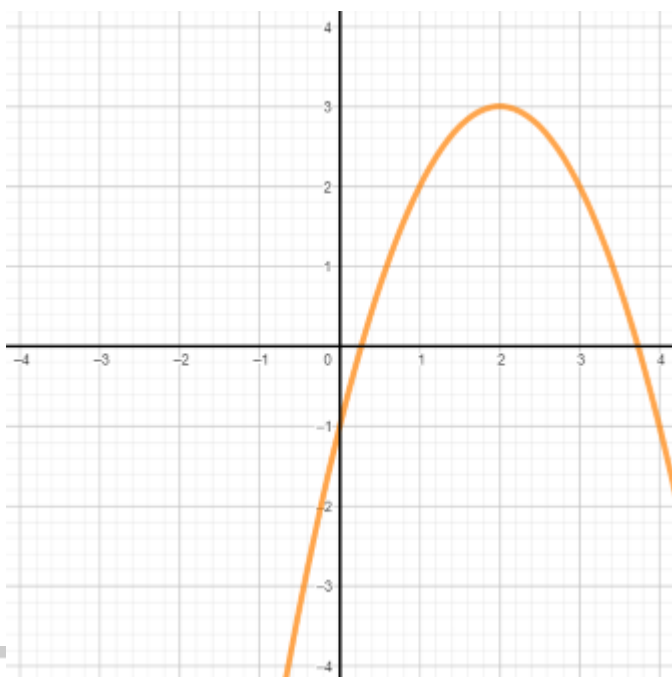
7.41. Completa las características locales y globales de la función $f(x)$ que viene determinada por la representación gráfica siguiente:

Dom(f)

Im(f)

Es creciente en

Es decreciente en



***Abcisas de los
Máximos absolutos***

***Abcisas de los
mínimos relativos***

***Abcisas de los
mínimos absolutos***

Es cóncava (∪) en

Es convexa (∩) en

***Abcisas de los
puntos de inflexión***

Es continua en

***Tiene asíntotas
verticales en***

***Tiene asíntotas
horizontales en***

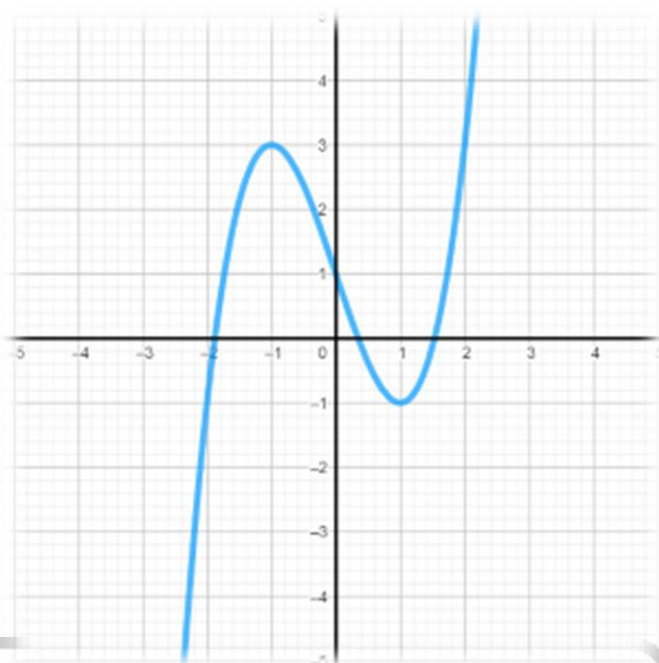
7.42. Completa las características locales y globales de la función $f(x)$ que viene determinada por la representación gráfica siguiente:

$Dom(f)$

$Im(f)$

Es creciente en

Es decreciente en



***Abcisas de los
Máximos absolutos***

***Abcisas de los
mínimos relativos***

***Abcisas de los
mínimos absolutos***

Es cóncava (∪) en

Es convexa (∩) en

***Abcisas de los
puntos de inflexión***

Es continua en

***Tiene asíntotas
verticales en***

***Tiene asíntotas
horizontales en***

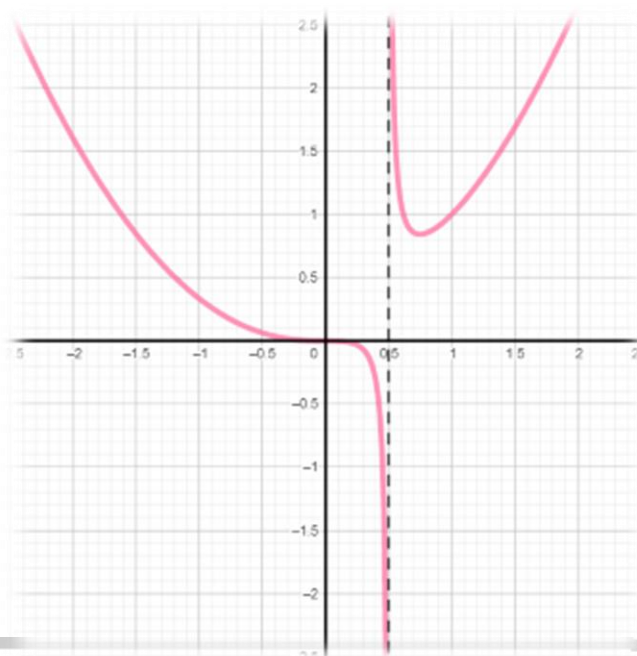
7.43. Completa las características locales y globales de la función $f(x)$ que viene determinada por la representación gráfica siguiente:

Dom(f)

Im(f)

Es creciente en

Es decreciente en



***Abcisas de los
Máximos absolutos***

***Abcisas de los
mínimos relativos***

***Abcisas de los
mínimos absolutos***

Es cóncava (U) en

Es convexa (U) en

***Abcisas de los
puntos de inflexión***

Es continua en

***Tiene asíntotas
verticales en***

***Tiene asíntotas
horizontales en***

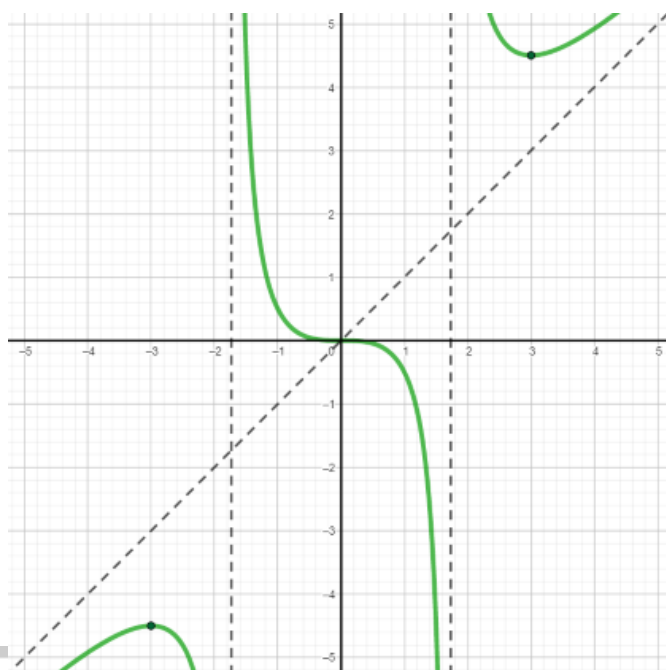
7.44. Completa las características locales y globales de la función $f(x)$ que viene determinada por la representación gráfica siguiente:

Dom(f)

Im(f)

Es creciente en

Es decreciente en



***Abcisas de los
Máximos absolutos***

***Abcisas de los
mínimos relativos***

***Abcisas de los
mínimos absolutos***

Es cóncava (U) en

Es convexa (∩) en

***Abcisas de los
puntos de inflexión***

Es continua en

***Tiene asíntotas
verticales en***

***Tiene asíntotas
horizontales en***

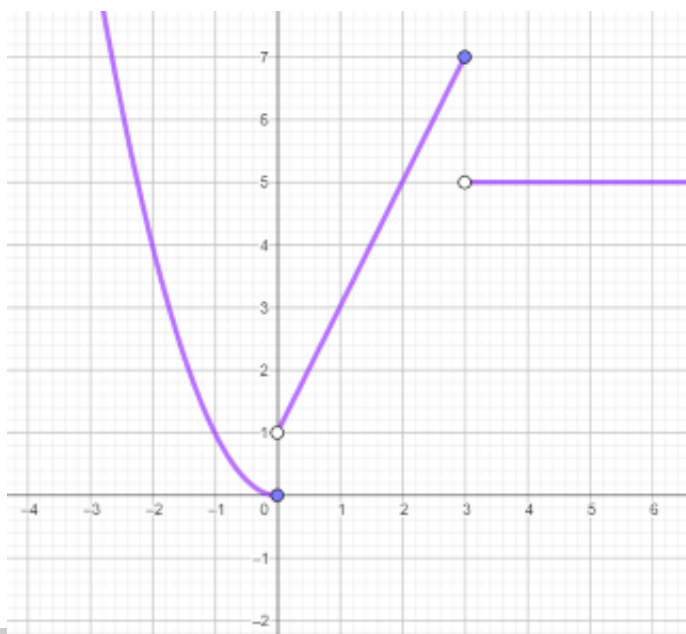
7.45. Completa las características locales y globales de la función $f(x)$ que viene determinada por la representación gráfica siguiente:

Dom(f)

Im(f)

Es creciente en

Es decreciente en



***Abcisas de los
Máximos absolutos***

***Abcisas de los
mínimos relativos***

***Abcisas de los
mínimos absolutos***

Es cóncava (U) en

Es convexa (∩) en

***Abcisas de los
puntos de inflexión***

Es continua en

***Tiene asíntotas
verticales en***

***Tiene asíntotas
horizontales en***

AVISO LEGAL Y CRÉDITOS DE IMÁGENES

Este documento no tiene fines comerciales y su propósito es servir como material de apoyo para clases de matemáticas. Su finalidad es exclusivamente educativa y/o divulgativa, y se distribuye de forma totalmente gratuita para todo aquel docente o alumno/a que quiera utilizarlo para aprender matemáticas.

El responsable y legítimo autor de este documento no comercializa ni obtiene beneficio económico por creación y su difusión. Si este documento aparece publicado fuera de la web [lawebdelprofedemates.es](https://www.lawebdelprofedemates.es) o se solicita alguna donación o compensación económica por su descarga o uso, se advierte que dicha solicitud no cuenta con la autorización del autor. Este material ha sido publicado en internet sin ánimo de lucro y puede obtenerse gratuitamente en la web mencionada.

El documento incluye imágenes obtenidas de diferentes plataformas que, según su información pública en el momento de la descarga, ofrecían material de dominio público y/o bajo licencias que permiten su uso gratuito, incluyendo, entre otras:

VectorPortal: <https://vectorportal.com/>

PublicDomainPictures: <https://www.publicdomainpictures.net/>

LetsDraw.it: <https://letsdraw.it/>

Pixnio: <https://pixnio.com/>

Flickr: <https://www.flickr.com/>

PxHere: <https://pxhere.com/>

Pexels: <https://www.pexels.com/>

Wikipedia/Wikimedia Commons: <https://es.wikipedia.org/wiki/>

No obstante, debido a la gran cantidad de material gráfico utilizado, no siempre es posible identificar la fuente exacta de cada imagen. En todos los casos, se ha procurado cumplir con las condiciones de uso y atribución establecidas por cada plataforma o autor.

Si usted es titular de derechos sobre alguna de las imágenes aquí incluidas y considera que su uso vulnera sus derechos o no respeta los términos de su licencia, por favor, puede comunicarse con el responsable de este documento a partir la web [lawebdelprofedemates.es](https://www.lawebdelprofedemates.es) o del correo del autor lawebdelprofedemates@gmail.com. Se procederá a su revisión inmediata para su modificación o retirada, siempre que el documento se encuentre alojado en un espacio web bajo la propiedad o administración del autor. No nos podemos hacer responsables de modificaciones o ausencia de las mismas sobre el presente documento en el caso de que haya sido descargado y publicado en otro lugar de internet y, por tanto, hayamos perdido la protección y control sobre el mismo.

Este documento se distribuye bajo una licencia [Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/).

