

A. IDENTIFICACIÓN DEL TIPO DE PROPORCIONALIDAD ENTRE MAGNITUDES Y CÁLCULO DE VALORES EN UNA PROPORCIÓN

- 3.1.** Si duplicamos el número de botellas, también se duplica el precio. ¿Las magnitudes son proporcionales? ¿Directa o inversamente?
- 3.2.** En la siguiente tabla de datos se registran el tiempo, medido en horas y el trabajo por unidades de realización.

Tiempo (h)	2	4	6	8
Trabajo (unidades):	10	20	30	40

¿Las magnitudes son proporcionales? ¿Por qué?

- 3.3.** En la siguiente tabla presentamos los días necesarios para que el número de operarios que se indica en cada columna terminen un mismo trabajo. ¿Son proporcionales las dos magnitudes medidas? En tal caso, ¿presentan proporcionalidad directa o inversa?

Nº Operarios	2	3	6	10
Tiempo (días)	12	8	4	2,4



- 3.4.** Una persona compra gasolina. A más litros, más precio. ¿Qué tipo de relación hay?
- 3.5.** Un grifo vierte agua en un depósito. A más caudal, menos tiempo tarda en llenarse. ¿Tipo de proporcionalidad?

- 3.6.** Una fábrica necesita 4 máquinas para producir 800 piezas en un día. Con 8 máquinas, ¿en cuánto tiempo producirán lo mismo?

- 3.7.** Queremos comprar billetes de metro en París. En esta tabla vienen determinados importes según el número de billetes que compramos. ¿Qué tipo de proporcionalidad hay?, ¿Cuánto cuesta un billete?

Nº Billetes	4	8	12
Importe total (€)	10	20	30



- 3.8.** Sen un comercio si compramos dos refrescos de la misma marca y tamaño, pagamos 2 €. Si compramos cuatro, pagamos 3,5 €. ¿Hay relación proporcionalidad entre el número de refrescos y la cantidad pagada? Si es así, ¿qué tipo de proporcionalidad presentan?



- 3.9.** La siguiente tabla muestra en cuatro días consecutivos, el número de repartidores (raiders) operativos de una empresa de comida a domicilio y el tiempo total que emplean, entre todos, en realizar todos los repartos. Según los datos, ¿existe una relación de proporcionalidad entre el número de repartidores y el tiempo total empleado? En caso afirmativo, ¿se trata de una proporcionalidad directa o inversa?



Nº repartidores	3	6	10	2
Tiempo (horas)	4	2	1,2	7

- 3.10.** Se pagan 300 € de alquiler entre 3 personas. Si fueran 6 personas, pagarían 150 € cada una. ¿Hay relación de proporcionalidad entre número de personas y cantidad pagada? Si es así, ¿qué tipo de proporcionalidad presentan?

- 3.11.** En una receta, al duplicar las cantidades de ingredientes se dobla el número de raciones. ¿Hay proporcionalidad entre las cantidades de los ingredientes y el número de raciones? Si es así, ¿qué tipo de proporcionalidad presentan?

- 3.12.** Las siguientes razones forman una proporción. Calcula el valor de la incógnita

a) $\frac{4}{5} y \frac{x}{10}$ b) $\frac{x}{7} y \frac{12}{14}$ c) $\frac{3}{x} y \frac{6}{8}$ d) $\frac{9}{12} y \frac{6}{x}$
e) $\frac{x}{40} y \frac{9}{x}$ f) $\frac{x}{15} y \frac{10}{25}$ g) $\frac{5}{x} y \frac{x}{20}$ h) $\frac{4}{x} y \frac{6}{9}$

- 3.13.** Una receta usa 3 huevos para 12 galletas. ¿Cuántos huevos habrá que emplear para hacer la misma receta si tenemos 32 galletas y queremos utilizarlas todas?

B. PROBLEMAS SOBRE MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES. REGLA DE TRES DIRECTA.

- 3.21.** En una determinada papelería vendieron a mi amiga Sara 3 cuadernos de la misma marca y modelo por 6 €. Si yo quiero 7 cuadernos iguales a los que ha comprado Sara, ¿cuánto me costarán 7?



- 3.22.** Un coche consume 8 litros para recorrer 100 km a velocidad constante ¿Cuántos litros consumirá en 250 km si mantiene la misma velocidad constante que antes?

- 3.23.** En el cine **CINECITO**, el miércoles 40 entradas de cine cuestan 280 €, ¿cuánto cuestan 9 entradas?



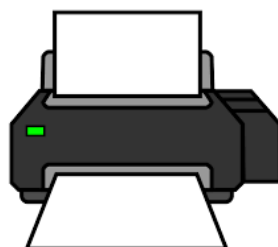
- 3.24.** Para pintar una pared se usan 2 litros de pintura. ¿Cuánta pintura necesito para 12 paredes iguales?

- 3.25.** Un tren recorre 300 km en 5 horas. ¿Cuántos recorrerá en 8 horas a la misma velocidad?



- 3.26.** Si una fábrica produce 120 piezas en 6 horas, ¿cuántas producirá en 10 horas?

- 3.27.** Una fotocopidora hace 90 copias de un original en 3 minutos. ¿Cuántas copias hará en 10 minutos del mismo original?



- 3.28.** Una receta necesita 250 g de harina para 4 personas. ¿Cuánta harina necesitaré para 10 personas?

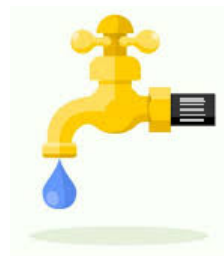
- 3.29.** Un coche transita a una velocidad constante de 50 km/h. ¿Cuántos km recorrerá ese mismo coche en 3 horas?

- 3.30.** En una tienda compramos 5 kg de manzanas por 6,75 €. ¿Cuál es el precio por kg?

C. PROBLEMAS SOBRE MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES. REGLA DE TRES INVERSA. REDUCCIÓN A LA UNIDAD.

3.31. Si 4 trabajadores tardan 12 días en terminar una obra, ¿cuántos días tardarán 6 trabajadores?

3.32. 3 grifos que manan igual y a velocidad constante llenan una piscina en 8 horas. ¿Cuánto tardarán 6 grifos iguales que manan de igual modo y con la misma velocidad constante?



3.33. Un coche tarda 4 horas en recorrer un trayecto. ¿Cuánto tardará otro coche que va al doble de velocidad?

3.34. Si se tardan 15 días en consumir 90 litros de agua con 3 personas, bebiendo todos por turnos establecidos y la misma cantidad de agua siempre, ¿cuántos días durará el agua con 5 personas siguiendo las mismas pautas?

3.35. Una impresora tarda 10 minutos en imprimir 200 páginas. ¿Cuánto tardará si imprime el doble de rápido?

3.36. Si 6 máquinas hacen una producción en 9 horas, ¿cuántas horas necesitan 9 máquinas?

3.37. Si un ciclista recorre un trayecto a 20 km/h en 3 horas, ¿en cuánto tiempo lo hará a 30 km/h?



3.38. Un depósito se vacía con 2 válvulas abiertas en 6 horas. ¿Cuánto tardará con solo una válvula?, ¿Y cuánto con 4 válvulas?

3.39. Si 12 obreros terminan un trabajo en 20 días, ¿cuántos obreros hacen falta para terminarlo en 10 días?



3.40. Una tarea se hace en 18 minutos con 6 personas. ¿Cuánto tiempo llevará con 4 personas siguiendo el mismo ritmo que las anteriores personas?

D.PROBLEMAS SOBRE VARIAS MAGNITUDES PROPORCIONALES.
PROPORCIONALIDAD COMPUESTA.

3.41. Si 4 hombres hacen un trabajo en 6 días trabajando 8 horas, ¿cuántos días necesitarán 6 hombres trabajando 10 horas?

3.42. 3 coches recorren 200 km en 5 horas. ¿Cuánto tardarán 5 coches en recorrer 300 km?

3.43. Para alimentar a 12 animales durante 20 días hacen falta 240 kg de pienso. ¿Cuánto necesito para 15 animales durante 25 días?



3.44. 4 pintores pintan una casa en 10 días trabajando 6 horas al día. ¿Cuánto tardarán 6 pintores trabajando 8 horas?

3.45. Un grifo llena un depósito en 5 horas y otro en 8. ¿Cuánto tardan si trabajan juntos?

3.46. 8 operarios tardan 15 días trabajando 6 horas. ¿Cuántos días tardan 10 operarios a 5 horas diarias?

3.47. 5 camiones transportan 100 toneladas en 4 viajes. ¿Cuántos viajes necesita 4 camiones?



3.48. Si 3 obreros hacen una tarea en 4 días trabajando 6 horas, ¿cuánto tiempo necesitan 5 obreros a 4 horas?

3.49. 2 máquinas hacen 300 piezas en 5 días. ¿Cuántas piezas harán 4 máquinas en 3 días?

3.50. Un coche a 80 km/h recorre una distancia en 5 horas. ¿Cuánto tardará si va a 100 km/h?

D. PROBLEMAS SOBRE REPARTOS PROPORCIONALES.

3.51. Tres chicas han repartido 500 folletos publicitarios de una pizzería cada día. Daniela ha repartido durante 2 días; Salma lo ha hecho 3 días; y Ainhoa lo ha hecho 5 días. Si les dan 120 € para repartirse entre ellas, ¿cómo deberán hacerlo proporcionalmente a los días que cada una ha trabajado?



3.52. Se alicataron los baños de un centro comercial, tanto de mujeres como de hombres. Para ello, tres trabajadores trabajaron por turnos individuales. Mohamed trabajó 10 turnos, Joel trabajó 6 turnos y Carlos trabajó 5 turnos. Si el jefe les ha dado en total 600 € para repartirse, ¿cómo deberán hacerlo proporcionalmente al número de turnos trabajados?

3.53. Una empresa reparte 400 kg de arroz entre 4 arrocerías en proporción directa al número de clientes que cada una tiene al día. La arrocería ARRA tiene 20 clientes diarios; la arrocería ARRE tiene 30 clientes diarios; la arrocería ARRI tiene 50 clientes diarios; y la arrocería ARRO tiene 100 clientes diarios. ¿Cómo han de repartirse los 400 kg de arroz entre las arrocerías?



3.54. Repartir 100 € entre 4 personas inversamente a sus edades: 20, 25, 40 y 50 años.

3.55. Repartir 720 € entre 3 personas directamente a las horas trabajadas: 8, 10, 12.

3.56. Una empresa que fabrica harina debe repartir 360 kg de harina entre 3 panaderías de la zona según el número de barras de pan que hace cada día. La panadería PANA hace 50 barras de pan; la panadería PANE hace 100 barras de pan al día; la panadería PANI hace 150 barras de pan al día. ¿Cómo debe repartir la empresa la harina a las tres panaderías?



3.57. Dos empresarios han invertido en un negocio. Ahmed invirtió 300 € y Mayra invirtió 500 €. Desgraciadamente hay unas pérdidas de 1000 € y, como hay que disolver el negocio, cada uno debe asumir sus pérdidas proporcionalmente a lo que ha puesto. ¿Qué le corresponde pagar a cada uno?

3.58. Tres socios han invertido distintas cantidades en un negocio. Al finalizar el mes, deben repartirse un beneficio total de 800 € en proporción directa al dinero que ha aportado cada uno. Si los socios han invertido respectivamente 1000 €, 1500 € y 2000 €, ¿cuánto corresponde a cada uno?

- 3.59.** Cuatro estudiantes han completado un trabajo en grupo, pero cada uno ha tardado un tiempo distinto en hacer su parte. Como se quiere **premiar la eficiencia**, el profesor decide repartir un bono de 120 € inversamente proporcional al tiempo que cada uno ha tardado. Los tiempos empleados fueron 2, 3, 4 y 6 horas respectivamente. ¿Cuánto recibe cada estudiante?
- 3.60.** Tres empleados realizan la misma tarea, pero a ritmos distintos. La empresa ha detectado retrasos y decide aplicar una penalización total de 360 €, que se reparte inversamente proporcional a la rapidez de cada uno (es decir, proporcional al tiempo que tarda cada uno en completar una unidad de trabajo). Los tiempos por unidad son 2, 4 y 6 minutos respectivamente. ¿Cuánto debe pagar cada uno?
- 3.61.** Una viga debe colgarse del techo mediante tres cuerdas con resistencias distintas. Para evitar que se rompan, se reparte el peso inversamente proporcional a la resistencia de cada cuerda: la cuerda más resistente soporta menos proporción del peso.
Si las resistencias máximas son 200 kg, 300 kg y 500 kg, y el peso total de la viga es 1000 kg, ¿qué peso soporta cada cuerda?
- 3.62.** Tres máquinas realizan la misma tarea, pero con distintas velocidades. La primera necesita 3 horas para hacer una unidad de producto, la segunda 6 horas y la tercera 9 horas. Se reparten 108 unidades de producto en proporción inversa al tiempo que tarda cada máquina, es decir, la más rápida hace más trabajo. ¿Cuántas unidades realiza cada máquina?

E. PROBLEMAS SOBRE VELOCIDADES Y GRIFOS.

- 3.71.** Dos trenes salen a la vez desde dos ciudades separadas por 300 km. Uno va a 80 km/h y el otro a 100 km/h. ¿Cuándo se encuentran?
- 3.72.** Un coche sale de A hacia B a 90 km/h. Media hora después sale otro a 110 km/h. ¿Cuándo lo alcanza?
- 3.73.** Dos ciclistas salen de ciudades separadas 150 km. Van uno hacia otro a 25 y 20 km/h. ¿Cuándo se cruzan?



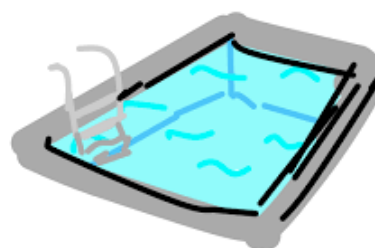
- 3.74.** Un autobús parte a las 8 h y otro a las 9 h. ¿A qué hora se alcanzan si van a 70 y 90 km/h?

- 3.75.** Dos coches salen del mismo punto en sentidos opuestos a 100 y 80 km/h. ¿Qué distancia los separa tras 2 horas?
- 3.76.** Dos trenes van en la misma dirección. Uno a 120 km/h y otro a 150 km/h. Si el más lento sale a las 9 h y el otro a las 10 h, ¿a qué hora se alcanzan?
- 3.77.** Andrea quiere ir con una moto acuática de un embarcadero a otro navegando por el río Guadalquivir en Sevilla. Sale con su moto acuática desde el primero y se dirige al segundo a favor de la corriente, alcanzando una velocidad de 24 km/h.



En el trayecto de vuelta, contra la corriente, su velocidad disminuye a 16 km/h. El trayecto completo (ida y vuelta) ha durado 5 horas. ¿Cuál es la distancia entre los dos embarcaderos?

- 3.78.** Una ciclista parte de un pueblo a velocidad constante. Otra ciclista, parte del mismo lugar 20 minutos después pero con una velocidad constante que es 5 km/h mayor que la que lleva la anterior, ¿cuándo la alcanza?
- 3.81.** Tres grifos vierten agua en un mismo depósito. Si se abre solo el primero, tarda 6 horas en llenarlo; si se abre solo el segundo, tarda 4 horas; y el tercero, 3 horas. Si los tres se abren a la vez, trabajando al mismo ritmo, ¿en qué tiempo se llenará el depósito?
(Suponiendo que el volumen total de agua que aporta cada uno es inversamente proporcional al tiempo que tardaría en llenarlo solo).
- 3.82.** Tres operarios pueden montar una estructura metálica por separado en 8, 6 y 4 horas respectivamente. Si los tres trabajan juntos, cada uno con su propio ritmo, ¿cuánto tiempo tardarán en terminar la estructura?
- 3.83.** Una piscina se llena con tres tuberías. Si se abre solo la primera, tarda 12 horas; la segunda, 8 horas; y la tercera, 6 horas. ¿Cuánto tiempo se necesita para llenar la piscina si se abren las tres tuberías al mismo tiempo?
- 3.84.** Tres trabajadores están encargados de embalar cajas. El primero puede embalar todas las cajas en 5 horas, el segundo en 7 horas y el tercero en 10 horas. Si trabajan los tres a la vez sin cambiar su ritmo, ¿cuánto tardarán en embalar todas las cajas?



- 3.85.** Un grupo de estudiantes limpia un parque. Si Pedro trabaja solo, tarda 9 horas; si Marta trabaja sola, tarda 6 horas; y si Julia trabaja sola, tarda 3 horas. Si los tres limpian juntos, ¿cuánto tiempo tardarán en terminar el trabajo?
- 3.86.** Una fábrica dispone de tres máquinas para producir lotes de piezas. La máquina A tarda 10 horas para un lote, la B tarda 5 horas y la C tarda 4 horas. Si las tres funcionan al mismo tiempo, ¿en cuántas horas se completará un lote?
- 3.87.** Tres fuentes llenan un estanque. La primera lo llena en 15 horas, la segunda en 10 horas y la tercera en 5 horas. Si las tres se abren simultáneamente, ¿en cuánto tiempo se llenará el estanque por completo?

F. PROBLEMAS CON PORCENTAJES

- 3.91.** Unos auriculares inalámbricos cuestan 150 €, pero están en promoción con un 20 % de descuento. ¿Cuánto ahorrarás si los compras con la oferta?
- 3.92.** Luis ha gastado 45 € en un regalo. Si su presupuesto total era de 180 €, ¿qué porcentaje de su presupuesto ha usado?
- 3.93.** El litro de gasolina costaba 200 € por tonelada (precio mayorista). Tras una subida del 15 %, ¿cuál será el nuevo precio?
- 3.94.** Un top cuesta 5 € tras aplicarle un descuento del 20 %. ¿Cuál era su precio original sin descuento?
- 3.95.** En una tienda, unas determinadas zapatillas blancas tiene ahora un precio de 40,25 €, después de que se le haya aplicado una subida del 15 %. ¿Cuál era su precio antes de la subida?
- 3.96.** Tras unas obras donde se ha aumentado un 25 %, el número de habitaciones de un hotel, ha pasado a tener valer 150 habitaciones. ¿Cuál era la cantidad inicial de habitaciones antes del aumento?



- 3.97.** Unos jeans anchos cuestan 38,25 € después de aplicarle una rebaja del 15 % en las rebajas de invierno. ¿Cuál era su precio antes del descuento?
- 3.98.** Una inversión ha aumentado un 12 % y ahora vale 5600 €. ¿Cuál era el valor de la inversión antes de la subida?
- 3.99.** Un objeto ha bajado de precio un 30 % y ahora cuesta 350 €. ¿Cuál era su precio original antes de la bajada?
- 3.100.** Una batería externa tiene almacenados 8 Wh de energía, que corresponden al 12,5 % de su capacidad total. ¿Cuál es la capacidad total de la batería?



G. PROBLEMAS CON PORCENTAJES ENCADENADOS

- 3.101.** Una consola de videojuegos experimenta un aumento del 10 % de precio debido a la alta demanda durante el Black Friday. Poco después, una tienda le aplica una rebaja del 20 % para liquidar existencias. ¿Cuál es el porcentaje total de variación sobre el precio inicial?



- 3.102.** El precio de un servicio de suscripción digital sube un 5 % en enero y otro 10 % en febrero debido a ajustes por inflación. Si en diciembre costaba 100 €, ¿cuál será su precio final tras ambas subidas?

3.103. Un frigorífico baja de precio un 25 % en una oferta de liquidación. Más tarde, debido a nueva demanda, sube un 10 %. ¿Cuál es el cambio total respecto al precio original?

3.104. Una lavadora cuesta 200 €. Durante la campaña de invierno sufre un encarecimiento del 15 %, pero luego le aplican una rebaja del 10 % para compensar. ¿Cuál es el precio final tras ambos cambios?



3.105. Un fabricante aumenta el precio de un artículo un 30 % en abril y otro 30 % en junio. ¿Es este doble aumento equivalente a un único aumento del 60 %? ¿Por qué?

3.106. Un proyecto recibe una ampliación del 20 % del presupuesto inicial por ajustes técnicos. Más adelante, por recortes, se le reduce un 25 % respecto al nuevo presupuesto. ¿Cuál es el porcentaje total de variación respecto al presupuesto original?

3.107. Un monopatín eléctrico tiene un precio inicial de 100 €. Durante una campaña promocional, la tienda le aplica un 10 % de descuento y, una semana después, otro 10 % adicional sobre el nuevo precio rebajado. ¿Cuál es el precio final de la bicicleta tras ambos descuentos?



3.108. Un cuadro de un artista emergente se revaloriza un 12 % anual según el mercado del arte. Si actualmente su valor es de 100 €, ¿cuánto valdrá dentro de dos años si mantiene el mismo ritmo de revalorización?



- 3.109.** Una tienda aplica un descuento del 20 % a un abrigo durante la primera semana de rebajas. La segunda semana, se le añade un 10 % adicional sobre el nuevo precio ya rebajado. ¿Cuál es el descuento total acumulado sobre el precio original del abrigo?
- 3.110.** Un horno tiene un precio inicial de 100 €. Se le aplica un descuento del 8 % en tienda y, sobre el precio rebajado, se añade el 21 % de IVA. ¿Cuál es el precio final que paga el cliente por el horno?

H. PROBLEMAS BÁSICOS SOBRE CÁLCULO DEL INTERÉS SIMPLE

- 3.111.** Voy a invertir 1 000 € en una cuenta remunerada en la que me dan un interés del 5 % anual. Tendré el dinero sin tocarlo durante 3 años en dicha cuenta. Al cabo de dichos años, ¿qué interés se habrá generado?, ¿cuánto tendré en la cuenta?

- 3.112.** Belén ha ahorrado 150 € y quiere ganar dinero con él a través de un interés simple al 6 % anual durante 5 años. ¿Cuál es el interés que obtendrá tras esos 5 años sin tocar el dinero?, ¿Cuánto dinero tendrá en ese momento?



- 3.113.** ¿Qué tanto por ciento de interés simple se ha aplicado si se obtienen 300 € de interés en 4 años sobre una cantidad inicial impuesta en el banco de 2 500 €?

- 3.114.** ¿Cuánto tiempo se necesita para obtener 200 € de interés al 4 % sobre 1000 €?



- 3.114.** Un banco paga 2 % anual. ¿Qué interés genera 1500 € en 2 años?

- 3.115.** Si un préstamo genera 600 € de interés al 10 % en 3 años, ¿cuál es el capital prestado?

- 3.116.** ¿Qué interés genera 2 500 € al 7 % durante 4 años?

- 3.117.** Un capital de 3 000 € produce un interés de 900 €. ¿Cuál es el tanto por ciento aplicado durante 5 años?

- 3.118.** ¿Cuánto produce un capital de 5 000 € colocado en un producto financiero al 3 % de interés simple durante 6 años?

- 3.119.** Si se ha obtenido un interés simple de 1 200 € con un capital inicial de 4 000 € al 10 %, ¿cuánto tiempo ha pasado?

3.120. Si prestas 5.000 € a una tasa de interés simple del 6 % anual durante 9 meses, ¿cuánto interés ganarás?

3.121. Un capital de 8.000 € genera 480 € de interés en 8 meses. ¿Cuál es la tasa de interés anual?



3.122. ¿A qué tasa anual se debe prestar 10.000 € para obtener 600 € de interés después de 15 meses?

3.123. Un préstamo de 7.500 € genera 450 € de interés en 10 meses. ¿Cuál fue la tasa de interés anual aplicada?

3.124. Un capital de 3.000 € se presta a una tasa del 8 % anual durante 120 días. ¿Cuánto interés se genera?



3.125. Si un préstamo de 6.000 € produce 240 € de interés en 90 días, ¿cuál es la tasa anual?

3.126. ¿A qué tasa anual debe prestarse 15.000 € para ganar 375 € de interés en 45 días?

3.127. Una inversión de 9.000 € produce 270 € de interés en 60 días. ¿Cuál es la tasa de interés anual?, ¿Cuánto interés se obtiene?

AVISO LEGAL Y CRÉDITOS DE IMÁGENES

Este documento no tiene fines comerciales y su propósito es servir como material de apoyo para clases de matemáticas. Su finalidad es exclusivamente educativa y/o divulgativa, y se distribuye de forma totalmente gratuita para todo aquel docente o alumno/a que quiera utilizarlo para aprender matemáticas.

El responsable y legítimo autor de este documento no comercializa ni obtiene beneficio económico por creación y su difusión. Si este documento aparece publicado fuera de la web [lawebdelprofedemates.es](https://www.lawebdelprofedemates.es) o se solicita alguna donación o compensación económica por su descarga o uso, se advierte que dicha solicitud no cuenta con la autorización del autor. Este material ha sido publicado en internet sin ánimo de lucro y puede obtenerse gratuitamente en la web mencionada.

El documento incluye imágenes obtenidas de diferentes plataformas que, según su información pública en el momento de la descarga, ofrecían material de dominio público y/o bajo licencias que permiten su uso gratuito, incluyendo, entre otras:

VectorPortal: <https://vectorportal.com/>

PublicDomainPictures: <https://www.publicdomainpictures.net/>

LetsDraw.it: <https://letsdraw.it/>

Pixnio: <https://pixnio.com/>

Flickr: <https://www.flickr.com/>

PxHere: <https://pxhere.com/>

Pexels: <https://www.pexels.com/>

Wikipedia/Wikimedia Commons: <https://es.wikipedia.org/wiki/>

No obstante, debido a la gran cantidad de material gráfico utilizado, no siempre es posible identificar la fuente exacta de cada imagen. En todos los casos, se ha procurado cumplir con las condiciones de uso y atribución establecidas por cada plataforma o autor.

Si usted es titular de derechos sobre alguna de las imágenes aquí incluidas y considera que su uso vulnera sus derechos o no respeta los términos de su licencia, por favor, puede comunicarse con el responsable de este documento a partir la web [lawebdelprofedemates.es](https://www.lawebdelprofedemates.es) o del correo del autor lawebdelprofedemates@gmail.com. Se procederá a su revisión inmediata para su modificación o retirada, siempre que el documento se encuentre alojado en un espacio web bajo la propiedad o administración del autor. No nos podemos hacer responsables de modificaciones o ausencia de las mismas sobre el presente documento en el caso de que haya sido descargado y publicado en otro lugar de internet y, por tanto, hayamos perdido la protección y control sobre el mismo.

Este documento se distribuye bajo una licencia [Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/).

