

A. DEFINICIÓN Y CÁLCULO DE POTENCIAS DE EXPONENTE NATURAL

3.1. Observa los ejemplos e indica cuáles son los **términos de las potencias** siguientes.

- a) 3^2 : La **base** es 3 y el **exponente** es 2.
- b) 5^4 : La base es ____ y el exponente es ____
- c) 6^2 : La base es ____ y el exponente es ____
- d) 13^2 : La base es ____ y el exponente es ____
- e) ____: La base es 7 y el exponente es 3
- f) ____: La base es 4 y el exponente es 1

- g) ____: La base es 4 y el exponente es 5
- h) ____: La base es 2 y el exponente es 6

3.2. Calcula las potencias del ejercicio anterior escribiendo la operación que realizas.

3.3. Calcula las siguientes potencias,

a) $4^2 = 4 \cdot 4 = 16$

b) $3^4 =$

c) $5^3 =$

d) $4^3 =$

e) $7^2 =$

f) $8^2 =$

g) $2^5 =$

h) $3^3 =$

i) $6^3 =$

j) $1^{153} =$

3.4. Calcula correctamente las siguientes potencias de diez,

a) $10^1 =$

b) $10^2 =$

c) $10^3 =$

d) $10^4 =$

e) $10^5 =$

f) $10^6 =$

3.5. Inventa un truco válido para elevar rápidamente la base 10 a cualquier exponente natural.

3.6. Siguiendo el ejemplo, escribe la descomposición polinómica de los siguientes números naturales,

a) $46\,347 = 4 \cdot 10\,000 + 6 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 40 \cdot 10 + 7 =$

$$= 4 \cdot 10^4 + 6 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$$

b) $98\,726 =$

c) $1\,463\,470 =$

d) $5\,904\,007 =$

e) $20\,340\,543 =$

3.7. Calcula las siguientes potencias,

a) $10^0 =$

b) $5^0 =$

c) $2^0 =$

d) $3^0 =$

e) $23^0 =$

f) $13^0 =$

g) $\sqrt{2}^0 =$

h) $2 \cdot 1^0 =$

3.8. Calcula correctamente las siguientes potencias de diez,

a) $6^1 =$

b) $3^1 =$

c) $5^1 =$

d) $15^1 =$

e) $\sqrt{2}^1 =$

f) $4 \cdot 3^1 =$

3.9. Determina el exponente que falta en las siguientes potencias para que la igualdad sea válida,

a) $5^{--} = 1$

b) $8^{--} = 8$

c) $9^{--} = 9$

d) $4^{--} = 1$

e) $\sqrt{5}^{--} = 1$

f) $5'75^{--} = 5'75$

3.10. Inventa un truco válido para elevar rápidamente cualquier base a exponente 1 y escríbelo con letras.

3.11. Calcula, escribiendo la operación que realizas,

a) $-7^2 =$	b) $-4^2 =$	c) $(-2)^5 =$	d) $(-7)^2 =$
e) $(-2)^5 =$	f) $(-4)^2 =$	g) $-9^2 =$	h) $(-9)^2 =$
i) $(-5)^2 =$	j) $(+3)^3 =$	k) $-2^6 =$	l) $(-4)^3 =$
m) $-5^2 =$	n) $3^3 =$	o) $(-2)^6 =$	p) $-4^3 =$
q) $-1^{102} =$	r) $-2^3 =$	s) $(-2)^3 =$	t) $(-1)^{102} =$

3.11. Calcula:

a) $-3^2 + (-5)^2 =$	d) $-1^{85} + (-1)^{40} - (-1)^2 =$
b) $(-2)^2 - (-3)^3 =$	e) $(+3)^2 - (-2)^6 =$
c) $-(-4)^2 + (+3)^2 =$	f) $(-4)^3 - (+7)^2 =$

B. PROPIEDADES DE LAS POTENCIAS

3.21. Aplica la propiedad de la multiplicación de las potencias y da la solución como una potencia,

a) $5^2 \cdot 5^3 = (5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5 \cdot 5) = 5^{2+3} = 5^5$	b) $6^7 \cdot 6^4 =$
c) $2^8 \cdot 2^6 =$	d) $8^9 \cdot 8^5 =$
e) $3^5 \cdot 3 =$	f) $9 \cdot 9^8 =$
g) $13 \cdot 13^6 =$	h) $3^3 \cdot 3 =$
i) $7^3 \cdot 7 \cdot 7^2 =$	j) $4^2 \cdot 4 \cdot 4^5 =$
k) $10^4 \cdot 10^3 \cdot 10^2 \cdot 10 =$	l) $2^9 \cdot 2^5 \cdot 2 \cdot 2^3 =$
m) $a^3 \cdot a^9 =$	n) $x^5 \cdot x =$
o) $t^5 \cdot t^2 \cdot t =$	p) $y^3 \cdot y^2 \cdot y =$

3.22. Escribe el número que falta en el exponente de cada igualdad para que sea correcta,

a) $7^6 \cdot 7^{--} = 7^{14}$

b) $9^{--} \cdot 9^3 = 9^8$

c) $8^{--} \cdot 8^{13} = 8^{20}$

d) $5^2 \cdot 5^{--} = 5^9$

e) $3 \cdot 3^{--} = 3^4$

f) $6^{--} \cdot 6^4 = 6^5$

g) $5^{--} \cdot 5^2 \cdot 5^3 = 5^9$

h) $10^5 \cdot 10^{--} \cdot 10^3 = 10^9$

i) $3^4 \cdot 3^3 \cdot 3^{--} = 3^{11}$

j) $2^3 \cdot 2^6 \cdot 2 \cdot 2^{--} = 2^{17}$

k) $a^{13} \cdot a^{--} = a^{14}$

l) $x^{--} \cdot x^6 = x^{15}$

3.23. Aplica la propiedad de la división de las potencias y da la solución como una potencia,

a) $3^5 : 3^2 = (3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) : (3 \cdot 3) = 3^{5-2} = 3^3$

b) $2^{12} : 2^7 =$

c) $42^{21} : 42^{18} =$

d) $4^{12} : 4^5 =$

e) $5^6 : 5 =$

f) $31^4 : 31 =$

g) $10^{14} : 10^4 =$

h) $5^9 : 5 =$

i) $a^8 : a^5 =$

j) $x^{15} : x^6 =$

k) $y^{33} : y^6 =$

l) $t^{15} : t^{15} =$

3.24. Escribe el exponente que falta para que cada igualdad sea correcta,

a) $9^{13} : 9^{--} = 9^7$

b) $2^{--} : 2^6 = 2^{13}$

c) $3^{--} : 3^4 = 3^9$

d) $4^{19} : 4^{--} = 4^8$

e) $8^6 : 8^{--} = 8^4$

f) $5^{--} : 5^3 = 1$

g) $7^{--} : 7^9 = 1$

h) $6^{16} : 6^{--} = 6^9$

i) $a^{11} : a^{--} = a^5$

j) $x^{--} : x^3 = x^8$

k) $t^{--} : t^4 = 1$

l) $z^{16} : z^{--} = z^9$

3.25. Aplica la propiedad de la división de potencias con bases iguales y da la solución como una potencia,

$$\begin{array}{lll} a) \frac{7^5}{7^2} = \frac{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7}{7 \cdot 7} = \frac{7 \cdot 7 \cdot 7}{1} = 7^3 & b) \frac{8^{12}}{8^9} = & c) \frac{9^5}{9^5} = \\ d) \frac{3^{21}}{3^{13}} = & e) \frac{4^{18}}{4^{13}} = & f) \frac{a^5}{a^2} = \\ g) \frac{a^5}{a^2} = & h) \frac{y^{27}}{y^{27}} = & i) \frac{x^{13}}{x^7} = \end{array}$$

3.26. Escribe el exponente que falta para que cada igualdad sea correcta,

$$a) \frac{5^{--}}{5^4} = 5^6 \qquad b) \frac{9^7}{9^{--}} = 9^2$$

$$\begin{array}{ll} c) \frac{8^9}{8^{--}} = 8^4 & d) \frac{6^{--}}{6^8} = 1 \\ e) \frac{10^{--} \cdot 10^2}{10^9} = 10^{12} & f) \frac{7^{16} \cdot 7}{7^{--}} = 7^9 \\ g) \frac{2^{--}}{2^3} = 1 & h) \frac{5^3}{5^{--}} = 5^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} i) \frac{a^{--}}{a^5} = a^2 & j) \frac{x^4}{x^{--}} = x^3 \\ k) \frac{v^{--}}{v^6} = 1 & l) \frac{y^{11}}{y^{--}} = y^5 \end{array}$$

3.27. Aplica la propiedad de la potencia de las potencia y da la solución como una potencia,

$$\begin{array}{ll} a) (5^2)^4 = 5^2 \cdot 5^2 \cdot 5^2 \cdot 5^2 = 5^{2 \cdot 4} = 5^8 & b) (7^{13})^2 = \\ c) (17^8)^5 = & d) (14^7)^6 = \\ e) (9^6)^0 = & f) (8^0)^6 = \end{array}$$

$$g) ((2^3)^3)^6 =$$

$$h) ((6^4)^2)^5 =$$

$$i) ((21^2)^9)^3 =$$

$$j) ((4^9)^{10})^4 =$$

$$k) (a^8)^5 =$$

$$l) (x^7)^9 =$$

$$m) (b^5)^5 =$$

$$n) (y^3)^0 =$$

$$o) ((t^2)^7)^3 =$$

$$p) ((t^3)^4)^2 =$$

3.28. Escribe el exponente que falta para que cada igualdad sea correcta,

$$a) (7^3)^{--} = 7^{12}$$

$$b) (8^{--})^5 = 8^{35}$$

$$c) (4^{--})^3 = 4^{39}$$

$$d) (7^3)^{--} = 7^{12}$$

$$e) (5^8)^{--} = 5^{72}$$

$$f) (3^{--})^{12} = 1$$

$$g) (a^{--})^4 = a^{48}$$

$$h) (x^7)^{--} = x^{21}$$

$$i) (t^{12})^{--} = t^{36}$$

$$j) (b^{--})^3 = b^{15}$$

$$k) ((a^{--})^6)^3 = a^{54}$$

$$l) ((x^3)^4)^{--} = 1$$

$$o) ((t^2)^{--})^3 = t^{24}$$

$$p) ((m^3)^4)^{--} = m^{60}$$

3.29. Aplica las propiedades de las potencias y calcula,

$$a) 2^2 \cdot (2^4 : 2^3) =$$

$$b) \frac{8^{11}}{8^9} =$$

$$c) 7 \cdot (7^{10} : 7^5) =$$

$$d) \frac{5^{29}}{5^{26}} =$$

$$e) 6 : (6^4 : 6^3) =$$

$$f) (11^{12} : 11^7) : 11^3 =$$

$$g) (3^3)^4 : (3^2)^6 =$$

$$g) (2^3)^7 : (2^9 \cdot 2^{11}) =$$

$$i) (7^2)^3 : 7^5 =$$

3.30. Aplica la propiedad de la multiplicación de potencias con el mismo exponente y da la solución como una potencia,

a) $5^2 \cdot 2^2 = (5 \cdot 2)^2 = 10^2$

b) $9^{20} \cdot 4^{20} =$

c) $4^5 \cdot 11^5 =$

d) $6^9 \cdot 7^9 =$

e) $6^7 \cdot 9^7 =$

f) $2^3 \cdot 8^3 =$

g) $7^4 \cdot 3^4 =$

h) $3^6 \cdot 13^6 =$

3.31. Calcula haciendo el paréntesis primero:

a) $(5 \cdot 3)^3 =$

b) $(9 \cdot 5)^0 =$

c) $(4 \cdot 5)^2 =$

d) $(3 \cdot 2)^3 =$

e) $(3 \cdot 4)^2 =$

f) $(7 \cdot 6)^2 =$

g) $(2 \cdot 5)^4 =$

h) $(9 \cdot 12)^0 =$

3.32. Calcula elevando primero

a) $(5 \cdot 3)^3 =$

b) $(9 \cdot 5)^0 =$

c) $(4 \cdot 5)^2 =$

d) $(3 \cdot 2)^3 =$

e) $(3 \cdot 4)^2 =$

f) $(7 \cdot 6)^2 =$

g) $(2 \cdot 5)^4 =$

h) $(9 \cdot 12)^0 =$

3.33. Calcula dividiendo primero y da la solución como una potencia,

a) $15^6 : 3^6 = (15 : 3)^6 = 5^6$

b) $20^{11} : 4^{11} =$

c) $66^7 : 6^7 =$

d) $56^5 : 8^5 =$

e) $63^5 : 7^5 =$

f) $24^4 : 3^4 =$

g) $72^2 : 9^2 =$

h) $100^7 : 4^7 =$

3.34. Calcula elevando primero:

a) $(8 : 2)^2 =$

b) $(10 : 5)^3 =$

c) $(9 : 3)^2 =$

d) $(20 : 4)^3 =$

e) $(4 : 2)^4 =$

f) $(16 : 4)^2 =$

g) $(15 : 3)^2 =$

h) $(24 : 3)^0 =$

3.35. Calcula dividiendo primero:

$$\begin{array}{llll} a) (8 : 2)^2 = & b) (10 : 5)^3 = & c) (9 : 3)^2 = & d) (20 : 4)^3 = \\ e) (4 : 2)^4 = & f) (16 : 4)^2 = & g) (15 : 3)^2 = & h) (24 : 3)^0 = \end{array}$$

3.36. Calcula elevando primero:

$$a) \left(\frac{6}{2}\right)^2 = \quad b) \left(\frac{18}{6}\right)^2 = \quad c) \left(\frac{8}{4}\right)^3 = \quad d) \left(\frac{10}{5}\right)^3 =$$

3.37. Calcula dividiendo primero:

$$a) \left(\frac{6}{2}\right)^2 = \quad b) \left(\frac{18}{6}\right)^2 = \quad c) \left(\frac{8}{4}\right)^3 = \quad d) \left(\frac{10}{5}\right)^3 =$$

3.38. Escribe el número que debe ir en la letra para que las igualdades sean correctas:

$$a) 7^a \cdot 7^2 = 7^5 \quad b) \frac{5^{13}}{5^b} = 5^6 \quad c) (8^c)^4 = 8^{28}$$

$$d) 3^{21} : 3^d = 3^5 \quad e) \frac{2^6}{2^e} = 2^4 \quad f) (4^8)^f = 4^{56}$$

$$g) 11^3 \cdot 11^6 = 11^g \quad h) \frac{10^{27}}{10^{14}} = 10^h \quad i) (9^3)^i = 1$$

$$j) (3 \cdot 5)^4 = 15^j \quad k) (k \cdot 3)^7 = 36^7 \quad l) (2 \cdot 9)^8 = l^8$$

3.39. Aplica las propiedades de las potencias y expresa la solución con una potencia,

$$a) 3^2 \cdot (6^5 : 2^5) = \quad b) \frac{3^4 \cdot 2^4}{6^4} = \quad c) 3 \cdot (9^{11} : 3^6) =$$

$$d) \frac{6^2 \cdot 7^2}{42^2} = \quad e) 6^5 : (2^4 \cdot 3^4) = \quad f) (6^9 : 3^9) : 2^6 =$$

$$g) (20^3)^5 : (4^{12} \cdot 5^{12}) = \quad h) (6^2)^3 : (3^5 \cdot 2^5) = \quad i) \frac{3^6 \cdot 8^6}{4^5 \cdot 6^5} =$$

C. DEFINICIÓN Y CÁLCULO DE RAÍCES CUADRADAS PRINCIPALES

La **raíz cuadrada principal** de un número real no negativo $a \geq 0$ es el número real no negativo $x \geq 0$ tal que $x^2 = a$. Se denota por $\sqrt{a} = x$

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow x^2 = a$$

La raíz cuadrada principal \sqrt{a} **solo está definida** en los reales para números **mayores o iguales a cero**. Si $a < 0$, entonces \sqrt{a} no existe.

3.41. Calcula la ÚNICA solución de las siguientes raíces cuadradas principales explicando por qué:

$$\sqrt{16} = +4 \text{ porque } (+4)^2 = +16$$

a) $\sqrt{25} =$

b) $\sqrt{-4} =$

c) $\sqrt{49} =$

d) $\sqrt{36} =$

e) $\sqrt{81} =$

f) $\sqrt{-100} =$

g) $\sqrt{121} =$

h) $\sqrt{169} =$

i) $\sqrt{225} =$

j) $\sqrt{-256} =$

k) $\sqrt{1\,000\,000} =$

l) $\sqrt{729} =$

3.42. Calcula la ÚNICA solución de las siguientes raíces cuadradas principales explicando por qué:

$$\sqrt{3\,600} = +60 \text{ porque } (+60)^2 = 3600$$

a) $\sqrt{400} =$

b) $\sqrt{900} =$

c) $\sqrt{1\,600} =$

d) $\sqrt{64\,00} =$

e) $\sqrt{2\,500} =$

f) $\sqrt{4\,900} =$

g) $\sqrt{1\,600} =$

h) $\sqrt{14\,400} =$

i) $\sqrt{10\,000} =$

j) $\sqrt{22\,500} =$

k) $\sqrt{1\,000\,000} =$

l) $\sqrt{250\,000} =$

3.43. Calcula la parte entera positiva de las siguientes raíces cuadradas principales explicando el por qué:

$$\sqrt{67} \approx 8 \text{ porque } 8^2 = 64 < 67 \text{ y } 9^2 = 81 > 67$$

a) $\sqrt{30} =$

b) $\sqrt{52} =$

c) $\sqrt{74} =$

d) $\sqrt{85} =$

e) $\sqrt{43} =$

f) $\sqrt{153} =$

g) $\sqrt{104} =$

h) $\sqrt{218} =$

i) $\sqrt{374} =$

3.44. Calcula el resultado hasta las décimas de las siguientes raíces cuadradas principales, explicando el por qué:

$$\sqrt{45} \approx 6,7 \text{ porque } 6,7^2 = 44,89 < 45 \text{ y } 6,8^2 = 46,24 > 45$$

a) $\sqrt{30} =$

b) $\sqrt{52} =$

c) $\sqrt{74} =$

d) $\sqrt{85} =$

e) $\sqrt{43} =$

f) $\sqrt{153} =$

g) $\sqrt{104} =$

h) $\sqrt{218} =$

i) $\sqrt{374} =$

D. DEFINICIÓN Y CÁLCULO DE RAÍCES CÚBICAS PRINCIPALES

La **raíz cúbica principal** de un número real no negativo $a \geq 0$ es el número real no negativo $x \geq 0$ tal que $x^3 = a$. Se denota por $\sqrt[3]{a} = x$

$$\sqrt[3]{a} = x \Leftrightarrow x^3 = a$$

La raíz cúbica principal $\sqrt[3]{a}$ **está definida** en todos los reales

3.51. Calcula todas las soluciones de las siguientes raíces cúbicas explicando el por qué:

$$\sqrt[3]{8} = +2 \text{ porque } (+2)^3 = +8$$

a) $\sqrt[3]{27} =$

b) $\sqrt[3]{1000} =$

c) $\sqrt[3]{125} =$

d) $\sqrt[3]{64} =$

e) $\sqrt[3]{216} =$

f) $\sqrt[3]{343} =$

3.52. Calcula la solución de las siguientes raíces cúbicas principales explicando el por qué:

$$\sqrt[3]{-27} = -3 \text{ porque } (+3)^3 = +27 \neq -27 \text{ y } (-3)^3 = -27$$

a) $\sqrt[3]{-1} =$

b) $\sqrt[3]{-64} =$

c) $\sqrt[3]{-125} =$

d) $\sqrt[3]{-1\,000} =$

e) $\sqrt[3]{-216} =$

f) $\sqrt[3]{-729} =$

3.53. Calcula la solución de las siguientes raíces cúbicas principales explicando el por qué:

a) $\sqrt{16} =$

b) $\sqrt[3]{-8} =$

c) $\sqrt{256} =$

d) $\sqrt{+289} =$

e) $\sqrt[3]{-27} =$

f) $\sqrt[3]{+125} =$

g) $\sqrt[4]{81} =$

h) $\sqrt[5]{-32} =$

i) $\sqrt[4]{1} =$

3.54. Calcula la solución de las siguientes raíces cúbicas principales hasta las décimas explicando el por qué:

$$\sqrt[3]{-413} \approx -7,4 \text{ porque}$$

$$(-7,4)^3 = -405,225 > -413 \text{ y } (-7,5)^3 = -421,875 < -413$$

a) $\sqrt[3]{-6} =$

b) $\sqrt[3]{50} =$

c) $\sqrt[3]{-35} =$

d) $\sqrt[3]{72} =$

e) $\sqrt[3]{-164} =$

f) $\sqrt[3]{-350} =$

3.55. Calcula el valor de “x” en cada caso:

a) $\sqrt[3]{x} = 2$

b) $\sqrt{x} = 4$

c) $\sqrt[3]{x} = 8$

d) $\sqrt{x} = 15$

e) $\sqrt[3]{1\,000\,000} = x$

f) $\sqrt{x} = 13$

g) $\sqrt[3]{-1000} = x$

h) $\sqrt{x} = 25$


i) $\sqrt[3]{x} = 10$

E. APLICACIÓN DE POTENCIAS Y DE LAS RAÍCES CUADRADAS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

3.61. Mi madre tiene el cuadrado de mi edad y mi abuela tiene el cubo de la edad de mi hermana pequeña. Si mi madre tiene 36 años y mi hermana tiene 3 años, ¿cuántos años tengo yo y cuántos años tiene mi abuela?



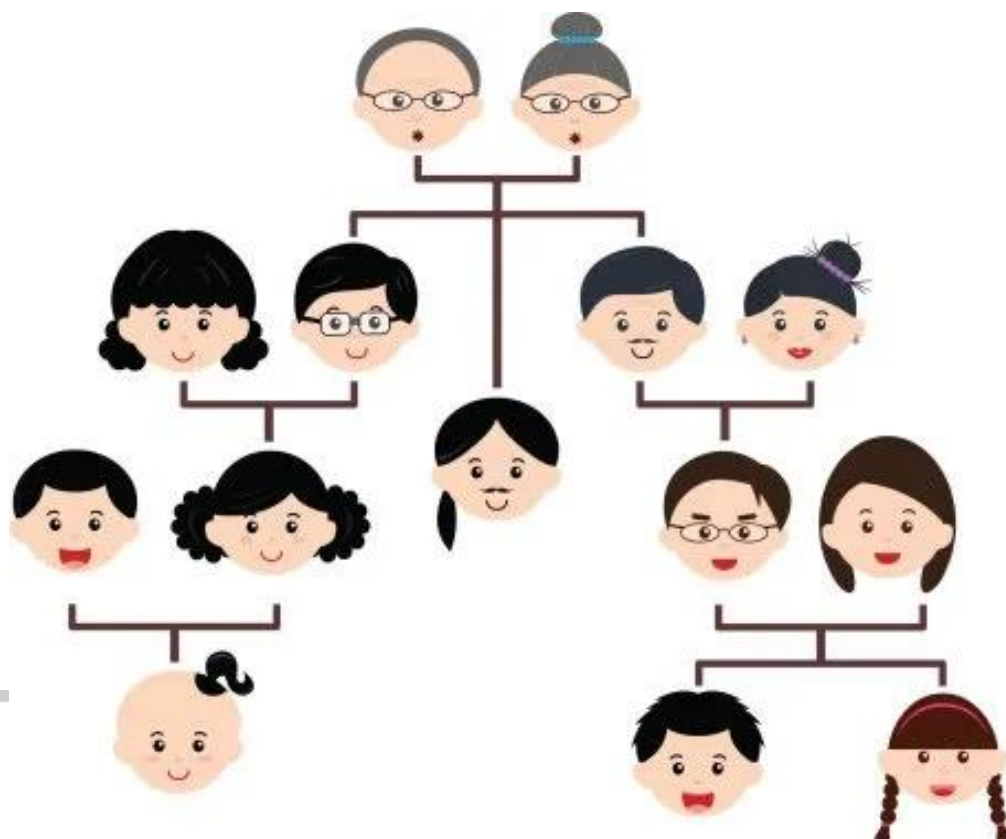
3.62. Supongamos que estos son los valores promedio con los que se reproduce la enfermedad por cada persona infectada en las siguientes cuatro enfermedades graves:

Variantes COVID 19	Gripe	Ébola	Dengue	
2 a 9	1,2 a 1,8	1,5 a 2,5	2 a 4	

Ayúdate de la calculadora para resolver el siguiente problema:

Tenemos una población de 10 personas infectadas en un instituto de enseñanza secundaria con una de estas enfermedades y el total de personas, entre alumnado, profesorado y personal no docente, de este instituto es de 1000 personas. Si no se toman medidas sanitarias, ¿cuál es el número generaciones mínimo y máximo de contagios que cómo mínimo tiene que ocurrir para que una población de 1000 habitantes quede totalmente infectada.

3.63. Investiga y elabora un árbol genealógico de tu familia hasta tus tatarabuelos.

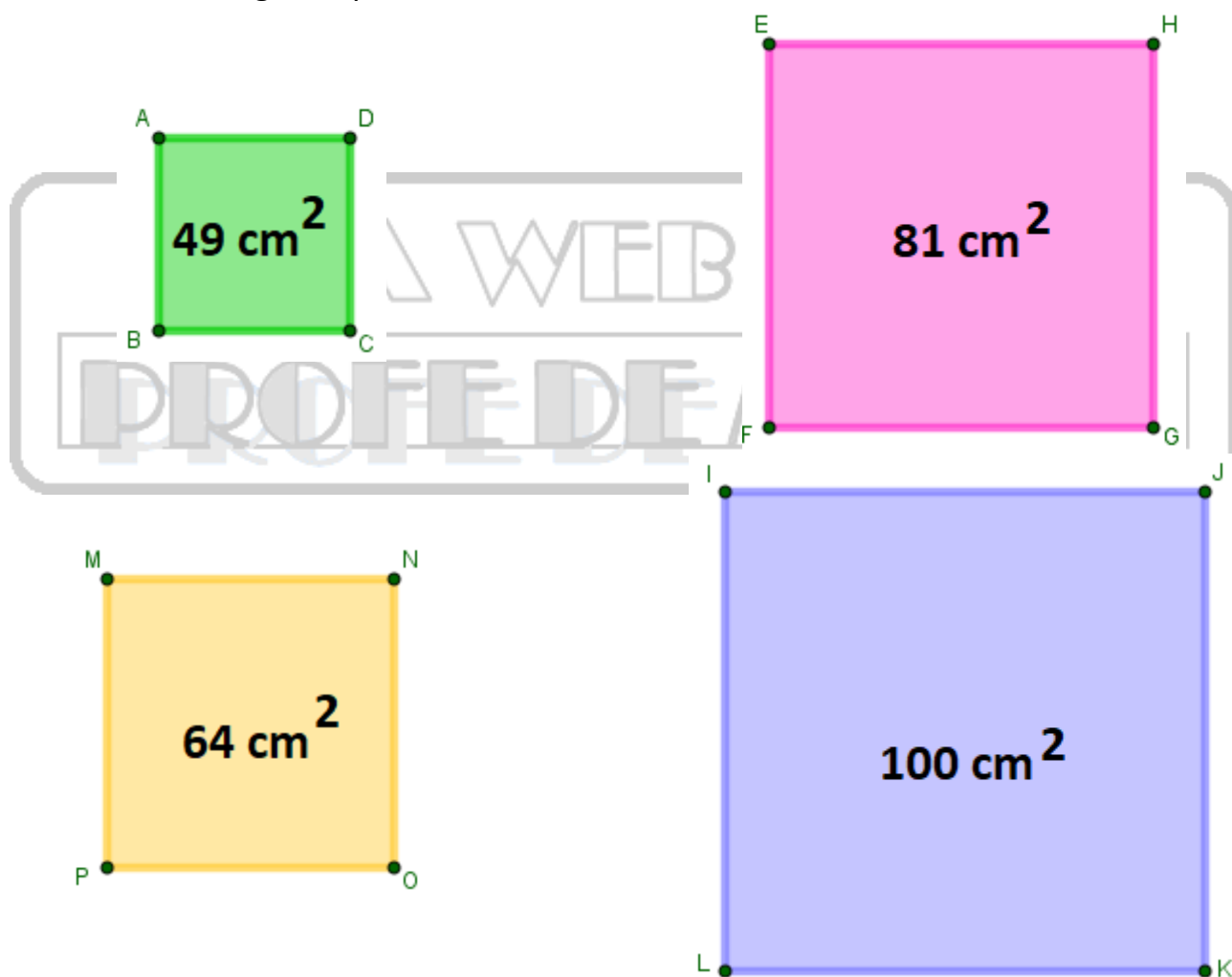


- Escribe el número de padres que tienes. Reescríbelo como una potencia.
- Escribe el número de abuelos que tienes. Reescríbelo como una potencia.
- Escribe el número de bisabuelos que tienes. Reescríbelo como una potencia.
- Escribe el número de tatarabuelos que tienes. Reescríbelo como una potencia.
- Qué conclusión sacas acerca de las potencias y del número de ascendientes que tienes tú y todos.
- Calcula el número de familiares directos (sin hermanos, primos, tíos, ...) que tienes en la quinta generación antes que tú.
- Calcula el número de familiares directos que tienes (sin hermanos, primos, tíos, ...) hasta la sexta generación relacionados directamente contigo.

3.65. Un estudiante comparte un rumor falso, enviándolo en sus redes sociales a cuatro amigos. Cada uno de sus cuatro amigos replica el envío a otras cuatro personas. ¿Cuál es el máximo de personas que conocerán el rumor falso y habrán sido desinformadas con la información recibida en su móvil, después de 4 renvíos del rumor falso?



3.66. Calcula la medida de uno de los lados de cada uno de los siguientes cuadrados mediante alguna operación vista en clase,



3.67. Si el lado de un cuadrado mide 5 cm , aplica una operación para calcular cuánto mide el área de ese cuadrado.

- 3.68.** La superficie de un cuadrado mide 25 cm^2 , aplica una operación para calcular cuánto mide el lado de ese cuadrado.
- 3.69.** Si el perímetro de un cuadrado mide 64 cm , razona y calcula cuánto mide el área de ese cuadrado.
- 3.70.** El área de un cuadrado mide 121 cm^2 , aplica una operación para calcular cuánto mide el lado de ese cuadrado.
- 3.71.** La superficie de un cuadrado mide 196 cm^2 , calcula cuánto mide el perímetro de ese cuadrado.
- 3.72.** El área de un cuadrado mide 225 cm^2 , calcula cuánto mide el perímetro de ese cuadrado.



AVISO LEGAL Y CRÉDITOS DE IMÁGENES

Este documento no tiene fines comerciales y su propósito es servir como material de apoyo para clases de matemáticas. Su finalidad es exclusivamente educativa y/o divulgativa, y se distribuye de forma totalmente gratuita para todo aquel docente o alumno/a que quiera utilizarlo para aprender matemáticas.

El responsable y legítimo autor de este documento no comercializa ni obtiene beneficio económico por creación y su difusión. Si este documento aparece publicado fuera de la web [lawebdelprofedemates.es](https://www.lawebdelprofedemates.es) o se solicita alguna donación o compensación económica por su descarga o uso, se advierte que dicha solicitud no cuenta con la autorización del autor. Este material ha sido publicado en internet sin ánimo de lucro y puede obtenerse gratuitamente en la web mencionada.

El documento incluye imágenes obtenidas de diferentes plataformas que, según su información pública en el momento de la descarga, ofrecían material de dominio público y/o bajo licencias que permiten su uso gratuito, incluyendo, entre otras:

VectorPortal: <https://vectorportal.com/>

PublicDomainPictures: <https://www.publicdomainpictures.net/>

LetsDraw.it: <https://letsdraw.it/>

Pixnio: <https://pixnio.com/>

Flickr: <https://www.flickr.com/>

PxHere: <https://pxhere.com/>

Pexels: <https://www.pexels.com/>

Wikipedia/Wikimedia Commons: <https://es.wikipedia.org/wiki/>

No obstante, debido a la gran cantidad de material gráfico utilizado, no siempre es posible identificar la fuente exacta de cada imagen. En todos los casos, se ha procurado cumplir con las condiciones de uso y atribución establecidas por cada plataforma o autor.

Si usted es titular de derechos sobre alguna de las imágenes aquí incluidas y considera que su uso vulnera sus derechos o no respeta los términos de su licencia, por favor, puede comunicarse con el responsable de este documento a partir la web [lawebdelprofedemates.es](https://www.lawebdelprofedemates.es) o del correo del autor lawebdelprofedemates@gmail.com.

Se procederá a su revisión inmediata para su modificación o retirada, siempre que el documento se encuentre alojado en un espacio web bajo la propiedad o administración del autor. No nos podemos hacer responsables de modificaciones o ausencia de las mismas sobre el presente documento en el caso de que haya sido descargado y publicado en otro lugar de internet y, por tanto, hayamos perdido la protección y control sobre el mismo.

Este documento se distribuye bajo una licencia [Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/).

