

A. CÁLCULO DE TERMINOS Y DEL TÉRMINO GENERAL DE UNA SUCESIÓN. CRECIMIENTO Y DECREMENTO. INTRODUCCIÓN AL LÍMITE DE ALGUNAS SUCESIONES.

2.1. Escribe los primeros cinco términos de las siguientes sucesiones usando su término general y tanteando algunos términos más, clasifica las sucesiones en crecientes, decrecientes o constantes.

a) $a_n = 2n$

b) $b_n = 2 \cdot 5^n$

c) $c_n = 4 + n$

d) $d_n = (-2)^n$

e) $e_n = 3n + 2$

f) $f_n = -5$

g) $g_n = \frac{1 + 2n}{3}$

h) $h_n = 3^{n-1}$

i) $i_n = 2 \cdot 4^{n-1}$

2.2. Dados los términos generales de nueve sucesiones, comprueba si el valor 32 es término de cada una de ellas. En caso afirmativo, determina su posición en la sucesión.

a) $a_n = 8n$

b) $b_n = 5^n + 7$

c) $c_n = 2n + 6$

d) $d_n = 6n - 5$

e) $e_n = 32 \cdot (-1)^n$

f) $f_n = 6n - 4$

g) $g_n = 4 + 8n$

h) $h_n = 2 \cdot 3^n$

i) $i_n = 2^{n-1}$

2.3. Trata de dar un término general de formación de las siguientes sucesiones a partir del patrón que parece haber en sus primeros términos identificados. Definidas así las sucesiones, ¿puede existir más de un término general?

a) 1, 1, 1, 1, 1, ...

b) 2, 4, 6, 8, 10, ...

c) 3, 6, 9, 12, 15, ...

d) $-3'1, -3'1, -3'1, -3'1, -3'1, \dots$

e) $-3, -2, -1, 0, +1, \dots$

f) 13, 12, 11, 10, 9, ...

g) $-4, -8, -12, -16, -32, \dots$

h) 36, 18, 12, 9, 7'2, ...

2.4. Trata de un término general de formación de las siguientes sucesiones a partir del patrón que parece haber en sus primeros términos identificados. Definidas así las sucesiones, ¿puede existir más de un término general?

a) $2, 4, 8, 16, 32, \dots$

b) $3, -9, 27, -81, 243, \dots$

c) $-1, +1, -1, +1, -1, \dots$

d) $5, 25, 125, 625, \dots$

e) $2, 6, 18, 54, 162, \dots$

f) $120, -60, 30, -15, 7,5, \dots$

g) $3, 6, 12, 18, 36, \dots$

h) $-4, +12, -36, +108, -324, \dots$

2.5. Dada la sucesión definida por su término general:

$$a_n = 3n + 2$$

a) Escribe los cinco primeros términos de la sucesión. Calcula a_{10} y a_{42} .

b) Investiga si la sucesión es creciente, decreciente o constante sus términos

2.6. Observa la siguiente sucesión con término general b_n desconocido y de la que sabemos sus primeros cinco términos,

$$5, 8, 11, 14, 17, \dots$$

a) Si esta sucesión sigue un patrón aritmético, escribe los siguientes cinco primeros términos de la sucesión.

b) ¿Cuál es el término número 14 de la sucesión b_n que sigue el patrón aritmético?, Calcula también b_{23} .

c) Da el término general de la sucesión que sigue el patrón aritmético.

d) Argumenta la sucesión definida por el término general anterior es creciente, decreciente o constante a tenor del estudio de algunos de sus términos

B. CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO. INTRODUCCIÓN AL LÍMITE DE ALGUNAS SUCESIONES.

2.11. Dada la sucesión definida por su término general:

$$a_n = \frac{1}{n}$$

- a) Escribe los cinco primeros términos de la sucesión.
- b) ¿Cuál es el término número 10?, Calcula a_{1000}
- c) Investiga si la sucesión es creciente, decreciente o constante.
- d) Mediante una calculadora u ordenador, intenta ver qué pasa con los términos de la sucesión cuando n se hace muy grande, es decir, calcula,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$$

2.12. Dada la sucesión definida por su término general:

$$b_n = 3n + 1$$

- a) Escribe los cinco primeros términos de la sucesión.
- b) ¿Cuál es el término número 10?, Calcula b_{100}
- c) Investiga si la sucesión es creciente, decreciente o constante.
- d) Mediante una calculadora u ordenador, intenta ver qué pasa con los términos de la sucesión cuando n se hace muy grande, es decir, calcula,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$$

2.13. Dada la sucesión definida por su término general:

$$c_n = 2^{-n}$$

- a) Escribe los cinco primeros términos de la sucesión.
- b) ¿Cuál es el término número 10?, Calcula c_{10}
- c) Investiga si la sucesión es creciente, decreciente o constante.
- d) Mediante una calculadora u ordenador, intenta ver qué pasa con los términos de la sucesión cuando n se hace muy grande, es decir, calcula,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} c_n$$

2.14. Dada la sucesión definida por su término general:

$$d_n = \frac{6n - 1}{3n + 2}$$

- Escribe los cinco primeros términos de la sucesión.
- ¿Cuál es el término número 10?, Calcula d_{1000}
- Investiga si la sucesión es creciente, decreciente o constante.
- Mediante una calculadora u ordenador, intenta ver qué pasa con los términos de la sucesión cuando n se hace muy grande, es decir, calcula,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} d_n$$

2.15. Dada la sucesión definida por su término general:

$$e_n = \frac{2n}{1 + n^2}$$

- Escribe los cinco primeros términos de la sucesión.
- ¿Cuál es el término número 10?, Calcula e_{1000}
- Investiga si la sucesión es creciente, decreciente o constante.
- Mediante una calculadora u ordenador, intenta ver qué pasa con los términos de la sucesión cuando n se hace muy grande, es decir, calcula,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} e_n$$

2.16. Dada la sucesión definida por su término general:

$$x_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

- Escribe los cinco primeros términos de la sucesión.
- ¿Cuál es el término número 8?, Calcula x_{42}
- Investiga si la sucesión es creciente, decreciente o constante.
- Mediante una calculadora u ordenador, intenta ver qué pasa con los términos de la sucesión cuando n se hace muy grande, es decir, calcula,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$$

C. SUCESIONES RECURRENTE.

2.21. Una sucesión está definida de forma **recurrente** por:

$$y_1 = 4, \quad y_{n+1} = y_n + 5$$

- a) Calcula los primeros 5 términos de la sucesión.
- b) ¿La sucesión es creciente, decreciente o constante? ¿Por qué?
- c) ¿Crees que hay una fórmula explícita (término general)? Escríbelo.

2.22. Una sucesión está definida de forma **recurrente** por:

$$w_1 = 2, \quad w_{n+1} = 3 \cdot w_n$$

- a) Calcula los primeros 5 términos de la sucesión.
- b) ¿La sucesión es creciente, decreciente o constante? ¿Por qué?
- c) ¿Crees que hay una fórmula explícita (término general)? Escríbelo.

2.23. Una sucesión está definida de forma recurrente por:

$$z_1 = 1, \quad z_n = n \cdot z_{n-1}$$

- a) Calcula los primeros 5 términos de la sucesión.
- b) ¿La sucesión es creciente, decreciente o constante? ¿Por qué?
- c) ¿Crees que hay una fórmula explícita (término general)? Búscalo en la red.

2.24. Una sucesión está definida de forma recurrente por:

$$f_1 = f_2 = 1, \quad f_{n+2} = f_{n+1} + f_n$$

- a) Calcula los primeros 5 términos de la sucesión.
- b) ¿La sucesión es creciente, decreciente o constante? ¿Por qué?

D. PROGRESIONES ARITMÉTICAS. TÉRMINO GENERAL, TÉRMINOS Y DIFERENCIA.

2.31. Dada la progresión aritmética cuyos primeros cinco términos son,

$$-2, 1, 4, 7, 10, \dots$$

- a) Identifica el primer término a_1 y la diferencia d .
- b) Halla el término general a_n .
- c) Calcula a_{15} y el término vigesimoquinto.

2.32. En cada apartado, se exponen los primeros términos de una progresión aritmética, determina su primer término, su diferencia y su término general

a) $2, 6, 10, 14, 18, \dots$

b) $4, -2, -8, -14, -20, \dots$

c) $0,5, 3, 5,5, 8, 10,5, \dots$

d) $10, 20, 30, 40, 50, \dots$

e) $-2,5, -2, -1,5, -1, -0,5, \dots$

f) $-5, -2, +1, +4, +7, \dots$

2.33. En cada apartado, se exponen los términos generales de algunas sucesiones. Señala cuáles de ellas son progresiones aritméticas y determina su primer término y su diferencia.

a) $a_n = 6n + 3$

b) $b_n = 3 \cdot 2^n$

c) $c_n = 2 - 4n$

d) $d_n = 3 - n$

e) $e_n = \frac{1+n}{3}$

f) $f_n = \frac{2n+3}{5}$

2.34. Una progresión aritmética con término general a_n tiene primer término 7 y su diferencia es 5.

- a) Escribe el término general a_n .
- b) Calcula el término número 20.

2.35. En una progresión aritmética se cumple que: $b_4 = 10$ y $b_9 = 25$.

- a) Halla la diferencia d .
- b) Escribe el término general b_n .

2.36. Una sucesión con término general c_n comienza en 8 y cada término aumenta 7 unidades respecto al anterior.

- a) Escribe los cinco primeros términos.
- b) Encuentra la expresión del término general c_n .

2.37. En una progresión aritmética con término general d_n se sabe que el duodécimo término es 40 y su diferencia es 3.

- a) Calcula el primer término de la progresión.
- b) Escribe el término general a_n .

2.38. Encontrar los cinco primeros términos de una progresión aritmética sabiendo que el décimo término vale 60 y la diferencia vale 3.

2.39. Calcula el término general de las progresiones aritméticas de las que sabemos los siguientes datos,

a) $a_8 = 5$ y $a_{11} = -4$

b) $b_{17} = -2$ y $b_{23} = -20$

c) $a_{30} = 34$ y $a_{34} = 46$

d) $d_5 = 3$ y $d_{12} = -24$

e) $a_7 = 2$ y $a_{15} = -6$

f) $f_5 = 15$ y $f_{10} = 25$

E. PROGRESIONES ARITMÉTICAS. SUMA DE LOS N PRIMEROS TÉRMINOS.

2.41. Queremos sumar los primeros 100 términos de la progresión aritmética siguiente,

$$a_1 = n$$

- a) Escribe la suma escribiendo los tres primeros sumandos y los tres últimos, utilizando puntos suspensivos entre estos dos grupos de sumandos.
- b) Suma $a_1 + a_{100}$, $a_2 + a_{99}$ y $a_3 + a_{98}$. ¿Hay algún tipo de patrón que se pueda extender. ¿Cuál?.
- c) A partir de lo concluido en el anterior apartado, podrías dar la suma de los primeros 100 términos de la progresión aritmética?,

2.42. Calcula las siguientes sumas de progresiones aritméticas mediante el método comprobado anteriormente.

a) $4 + 9 + 14 + \dots + 44 + 49 + 54$

b) $8 + 2 - 4 - \dots - 40 - 46 - 52$

c) $-2 - 5 - 8 + \dots - 35 - 38 - 41$

d) $3 + 14 + 25 + \dots + 69 + 80 + 91$

e) $1 + 5 + 9 + 13 + \dots + 41 + 45 + 49$

f) $-4 - 7 - 10 - \dots - 61 - 64 - 67$

2.43. ¿Podrías dar una fórmula para la suma de los n términos de una progresión aritmética cualquiera en función de su primer término a_1 , su último término a_n y diferencia d ? Comprueba dicha fórmula en las sumas del apartado anterior.

2.44. ¿Halla la suma de los veinte primeros múltiplos de 3.

2.45. ¿Halla la suma de todos los números pares comprendidos entre 98 y 1002.

2.46. Halla la suma de todos los números impares comprendidos entre 100 y 200.

2.47. ¿Halla la suma de todos los múltiplos de 5 comprendidos entre 1 y 1000 (incluido).

2.48. ¿Calcula la suma de todos los múltiplos de 13 comprendidos entre 500 y 7800.

2.49. ¿Cuántos números impares consecutivos, después del 7, suman 153?

2.50. ¿En una progresión aritmética de 6 términos, el primero vale 2 y la suma de todos ellos es igual a la mitad del cuadrado del número de términos. Formar la progresión.

2.51. ¿La suma de los cuatro términos de una progresión aritmética es 3 y el último término es 1. Halla los otros tres términos.

2.52. ¿La suma de los primeros diez términos de una progresión aritmética es 120. Si el primer término es $a_1 = 2$, calcula el décimo término.

2.53. ¿La suma de los tres primeros términos de una progresión aritmética es 12 y la diferencia es 16. Calcula el primer término.

2.54. El último término de una progresión aritmética de 10 términos vale 16. La suma de todos sus términos vale 70. Calcula el primer término y la diferencia.

2.55. El primer término de una progresión aritmética es 17, el último 12 y la diferencia $-1/2$. Averigua cuántos términos tiene esta progresión y cuánto vale su suma.

- 2.56.** El primer término de una progresión aritmética de 8 términos es $\frac{4}{25}$ y el último $\frac{1}{4}$. Halla la suma de los 8 términos.
- 2.57.** El primer término de una progresión aritmética es 1, el segundo 2 y la suma de todos sus términos 210. Averigua cuántos términos tiene esta progresión.
- 2.58.** En una progresión aritmética el primer término vale 3 y la diferencia es 2. Averigua cuántos términos de esta sucesión hay que sumar para que el resultado sea 10200.
- 2.59.** Calcula el primer término y la diferencia de una progresión aritmética de 100 términos, sabiendo que el último de los términos vale 199 y la suma de todos ellos vale 10000.
- 2.60.** Hallar el cuarto término de una progresión aritmética de la que se sabe que la suma de sus 2 primeros términos es 4 y la suma de sus 3 primeros términos es 3.
- 2.61.** El primer término de una progresión aritmética es 117; el último es -30 y la suma de todos los términos es 2175. Averigua el número de términos de la progresión y la diferencia.
- 2.62.** Calcula las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo sabiendo que están en progresión aritmética y que el menor de ellos mide 8 cm.
- 2.63.** Al preguntar a un empleada cuánto tiempo llevaba trabajando en una empresa, contestó: "No lo sé; sólo puedo decir que llevo cobrados 174 000 €, que este año me han dado 14 400 € y que cada año he tenido un aumento de salario, respecto al anterior de 600 €." ¿Cuántos años lleva trabajando en esa empresa?



- 2.64.** A las nueve de la noche terminó una de las sesiones del Ayuntamiento, y en el tiempo que duró la sesión dio el reloj 48 campanadas. ¿A qué hora empezó la sesión si el reloj da las horas y las medias horas (éstas con una sola campanada)?
- 2.65.** Una persona, no pudiendo pagar de una vez una deuda de 12 950 €, propone a su acreedor pagarle 600 € al final del primer mes y cada mes 50 € más que el mes anterior. ¿En cuántos meses se cancelará la deuda y cuál será el importe del último pago?

- 2.66.** Calcular cuántos días estuvo trabajando un camarero en un establecimiento sabiendo que el primer día recibió una gratificación de 10 €, y que cada día que pasaba recibía 3 € más de gratificación, llegando a cobrar el último día 55 €.



- 2.67.** Encontrar los 6 términos de una progresión aritmética de la que se sabe que la suma de los 3 primeros vale 3 y la suma de los tres últimos vale 39.
- 2.68.** La suma de los términos de una progresión aritmética es 169 y su término central vale 13. Averigua cuántos términos tiene esta progresión.

F. PROGRESIONES GEOMÉTRICAS. TÉRMINO GENERAL, TÉRMINOS Y RAZÓN.

- 2.71.** Dada la progresión geométrica cuyos primeros cinco términos son,

6, 12, 24, 48, 96, ...

- a) Identifica el primer término a_1 y la razón r .
- b) Halla el término general a_n .
- c) Calcula a_6 y el término undécimo.

- 2.72.** En cada apartado, se exponen los primeros términos de una progresión geométrica, determina su primer término, su diferencia y su término general

- | | |
|----------------------------|--------------------------|
| a) 2, 8, 32, 128, 512, ... | b) 4, 6, 9, 13.5, ... |
| c) 16, 8, 4, 2, 1, ... | d) 5, -10, +20, -40, ... |
| e) -81, 27, -9, 3, -1, ... | f) 16, -4, 1, -0.25, ... |

- 2.73.** En cada apartado, se exponen los términos generales de algunas sucesiones. Señala cuáles de ellas son progresiones geométricas y determina su primer término y su razón.

- | | |
|---|---|
| a) $a_n = 4^n$ | b) $b_n = 3 \cdot 2^n$ |
| c) $c_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ | d) $d_n = 3 + 4n$ |
| e) $e_n = 3 \cdot 2^{-n}$ | f) $f_n = 2 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^{n+1}$ |

2.74. Una progresión geométrica con término general a_n tiene primer término -2 y su diferencia es 3 .

- a) Escribe el término general a_n .
- b) Calcula el término número 6 .

2.76. En una progresión geométrica se cumple que: $b_4 = 4$ y $b_7 = 108$

- a) Halla la razón r .
- b) Escribe el término general b_n .

2.77. Calcula el término general de las progresiones geométricas cuyos primeros términos son:

- | | |
|-----------------------------|---|
| a) $3, 9, 27, 81, \dots$ | b) $6, 18, 54, 162, \dots$ |
| c) $-2, +4, -8, -16, \dots$ | d) $1, -1, 1, -1, 1, \dots$ |
| e) $2, 10, 50, 250, \dots$ | f) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots$ |

2.78. Calcula el término general de las progresiones geométricas de las que sabemos los siguientes datos,

- | | |
|------------------------------------|-----------------------------|
| a) $a_8 = 3$ y $a_{11} = 27$ | b) $b_3 = 2$ y $b_6 = -250$ |
| c) $c_5 = 32$ y $c_9 = 512$ | d) $d_4 = 81$ y $d_8 = 1$ |
| e) $e_7 = 2$ y $e_9 = \frac{1}{2}$ | f) $f_3 = 2$ y $f_5 = 32$ |

G. SUMA DE LOS PRIMEROS N TÉRMINOS DE UNA PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

2.81. Calcula las siguientes sumas de progresiones geométricas mediante la fórmula,

- | | |
|---|--|
| a) $4 + 8 + 16 + \dots + 128$ | b) $8 + 4 + 2 + \dots + \frac{1}{16}$ |
| c) $-\frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots - \frac{1}{128}$ | d) $3 - 1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{243}$ |
| e) $1 + 5 + 25 + \dots + 625$ | f) $-4 - 12 - 36 - \dots - 2916$ |

2.82. Hallar el número de términos y la razón de una progresión geométrica cuyo primer término es 4 , el último 62500 y la suma de todos sus términos 78124 .

2.83. La razón de una progresión geométrica es 2, el número de términos 11 y la suma de todos ellos 2047. Halla el primero y el último de los términos.

2.84. Halla la suma de las 12 primeras potencias de 2.

2.85. En una progresión geométrica de tres términos, la suma de ellos es 133 y el primero vale 1. ¿Cuál es la razón?

2.86. El primer término de una progresión geométrica es 1, el producto de todos sus términos es 32768 y el número de términos es 6. Calcula su suma.

2.87. El primer término de una progresión geométrica es 1 y la razón 3. Halla la suma de los términos comprendidos entre el segundo y el noveno.

2.88. El primer término de una progresión geométrica ilimitada de razón menor que 1 es $\frac{2}{3}$, y el límite de la suma de todos sus términos es 1. Calcula la razón de la progresión.

2.89. En una progresión geométrica la suma de los dos primeros términos es 12 y la suma del primero con el tercero es 30. Halla la suma de los cinco primeros términos.

2.80. Radio Macuto: A las 9 de la mañana una persona cuenta un secreto a tres amigos con la condición de que no se lo cuenten absolutamente a nadie. A las 9'30 horas de la mañana cada uno de esos tres "amigos" se lo ha contado a otros tres con la misma condición. A las 10 de la mañana cada uno de estos amigos se lo ha contado a otros tres y así sucesivamente cada media hora.

Suponiendo que se ha tenido la inmensa suerte de que a nadie se lo han contado por dos vías diferentes, ¿cuánta gente estaría enterada del "secreto" a las 4 de la tarde?



2.91. La población de una provincia ha aumentado durante 5 años en progresión geométrica, pasando de 200 000 a 322 102 habitantes. ¿Cuál ha sido la razón de la progresión? Exprésala en %.

2.92. Un pueblo, que hace unos años tenía una población de 10000 habitantes, hoy sólo tiene 6561. Cada año la disminución ha sido del 10% de sus habitantes. ¿Cuántos años hace que la población era de 10000?



2.93. En una progresión geométrica de 14 términos la suma de los términos que ocupan lugar impar es 16383 y la suma de los términos que ocupan lugar par es 32766. Halla el primer término y la razón.

H. SUMA DE LOS TÉRMINOS DE UNA PROGRESIÓN GEOMÉTRICA CON RAZÓN ENTRE -1 Y 1.

2.101. Calcula la suma de las siguientes progresiones geométricas con razón entre -1 y 1 ,

a) $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \dots$

b) $0'1 + 0'01 + 0'001 + 0'0001 + \dots$

c) $-\frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \dots$

d) $5 + \frac{1}{5} + \frac{1}{25} + \frac{1}{125} + \dots$

e) $\frac{1}{4} + \frac{1}{12} + \frac{1}{36} + \frac{1}{108} + \dots$

f) $4 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \dots$

2.102. En una progresión geométrica ilimitada de razón menor que uno, el segundo término vale 16 y el límite de la suma de todos sus términos es 64. Calcula el primer término y la razón.

2.103. Una liebre da un primer salto de 1,5 m. El segundo de 0,75 m y así sucesivamente, haciendo, producto del cansancio, cada salto sea de longitud la mitad que el anterior. ¿Qué distancia mínima no podrá recorrer la liebre?



2.104. Un insecto camina hacia una flor. En el primer intento avanza 4 metros, luego avanza dos tercios del trayecto anterior, después dos tercios del siguiente, y así sucesivamente. ¿Cuál es la máxima distancia que puede recorrer el insecto?

2.105. Una pelota rebota perdiendo energía. Tras dejarla caer, rebota hasta $\frac{3}{4}$ de la altura anterior en cada bote. Si se deja caer desde 16 metros, ¿qué altura total recorre la pelota (subidas y bajadas) hasta que se detiene?



2.106. Un explorador se adentra en una cueva. Primero recorre 10 metros, luego $\frac{3}{5}$ del trayecto anterior, luego $\frac{3}{5}$ del siguiente, y así sucesivamente. ¿Qué distancia máxima podrá recorrer si continúa indefinidamente?

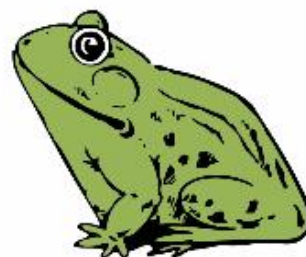
2.107. Una gota de tinta se esparce sobre una hoja. En el primer segundo se expande cubriendo 100 cm^2 , luego $\frac{4}{5}$ del área anterior en cada segundo siguiente. ¿Qué área total cubrirá la mancha si continúa este proceso indefinidamente?



2.108. Cuenta la leyenda que el inventor del juego del ajedrez pidió como recompensa a su rey un grano de arroz por la primera casilla, dos por la segunda, cuatro por la tercera, 8 por la cuarta y así sucesivamente hasta completar las 64 casillas que tiene el tablero. ¿Cuántos hectolitros de arroz pidió el inventor suponiendo que en un litro caben 20000 granos de arroz?



2.109. Una rana se encuentra en el borde de una charca circular cuyo diámetro es de 3 metros. Quiere llegar al centro de la charca, avanzando en línea recta por uno de los radios. En su primer salto recorre 1,2 metros, en el segundo 0,4 metros, y así sucesivamente: cada salto recorre una distancia que forma una progresión geométrica decreciente. ¿Logrará la rana llegar al centro de la charca? ¿Cuál es la distancia mínima que le faltará por recorrer?

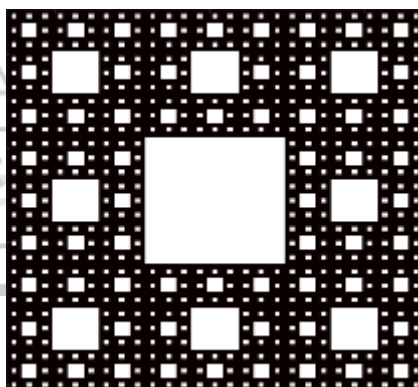


I. APLICACIÓN DE LA SUMA DE LOS TÉRMINOS DE UNA PROGRESIÓN GEOMÉTRICA CON RAZÓN ENTRE -1 Y 1 A LOS FRACTALES.

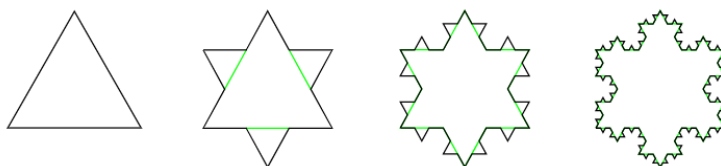
2.111. El triángulo de Sierpinski: A partir de un triángulo equilátero de área 1, se forma el triángulo de Sierpiński eliminando el triángulo central (que es $\frac{1}{4}$ del total) en cada paso. Luego, en cada subtriángulo restante, se repite el proceso eliminando $\frac{1}{4}$ del área de cada uno. ¿Qué área total se elimina después de infinitos pasos? ¿Qué área queda del triángulo original?



2.112. La alfombra de Sierpiński: Se parte de un cuadrado de área 1. En el primer paso, se quita el cuadrado central ($\frac{1}{9}$ del total). En el segundo paso, se quita el cuadrado central de cada uno de los 8 cuadrados restantes, y así sucesivamente. ¿Qué área queda del cuadrado original después de infinitos pasos?



2.113. Los copos de nieve: Se parte de un triángulo equilátero de perímetro 3 metros. En cada paso, se construye un triángulo menor sobre cada lado nuevo, añadiendo $\frac{1}{3}$ del lado original al perímetro en cada iteración. ¿Cuál es el perímetro final del copo de nieve después de infinitos pasos? ¿Existe un área finita encerrada?



AVISO LEGAL Y CRÉDITOS DE IMÁGENES

Este documento no tiene fines comerciales y su propósito es servir como material de apoyo para clases de matemáticas. Su finalidad es exclusivamente educativa y/o divulgativa, y se distribuye de forma totalmente gratuita para todo aquel docente o alumno/a que quiera utilizarlo para aprender matemáticas.

El responsable y legítimo autor de este documento no comercializa ni obtiene beneficio económico por creación y su difusión. Si este documento aparece publicado fuera de la web [lawebdelprofedemates.es](https://www.lawebdelprofedemates.es) o se solicita alguna donación o compensación económica por su descarga o uso, se advierte que dicha solicitud no cuenta con la autorización del autor. Este material ha sido publicado en internet sin ánimo de lucro y puede obtenerse gratuitamente en la web mencionada.

El documento incluye imágenes obtenidas de diferentes plataformas que, según su información pública en el momento de la descarga, ofrecían material de dominio público y/o bajo licencias que permiten su uso gratuito, incluyendo, entre otras:

VectorPortal: <https://vectorportal.com/>

PublicDomainPictures: <https://www.publicdomainpictures.net/>

LetsDraw.it: <https://letsdraw.it/>

Pixnio: <https://pixnio.com/>

Flickr: <https://www.flickr.com/>

PxHere: <https://pxhere.com/>

Pexels: <https://www.pexels.com/>

Wikipedia/Wikimedia Commons: <https://es.wikipedia.org/wiki/>

No obstante, debido a la gran cantidad de material gráfico utilizado, no siempre es posible identificar la fuente exacta de cada imagen. En todos los casos, se ha procurado cumplir con las condiciones de uso y atribución establecidas por cada plataforma o autor.

Si usted es titular de derechos sobre alguna de las imágenes aquí incluidas y considera que su uso vulnera sus derechos o no respeta los términos de su licencia, por favor, puede comunicarse con el responsable de este documento a partir la web [lawebdelprofedemates.es](https://www.lawebdelprofedemates.es) o del correo del autor lawebdelprofedemates@gmail.com. Se procederá a su revisión inmediata para su modificación o retirada, siempre que el documento se encuentre alojado en un espacio web bajo la propiedad o administración del autor. No nos podemos hacer responsables de modificaciones o ausencia de las mismas sobre el presente documento en el caso de que haya sido descargado y publicado en otro lugar de internet y, por tanto, hayamos perdido la protección y control sobre el mismo.

Este documento se distribuye bajo una licencia [Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/).

