A. APLICACIÓN DE LOS CRITERIOS PARA CONOCER SI UNA SERIE ES CONVERGENTE O DIVERGENTE

16.1. Determinar por el criterio de comparación de series cuáles de las siguientes series convergen y cuáles divergen.

$a)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\cdot 7^n}$ $\quad b)\ \sum_{n=2}^{\infty}\frac{3}{\sqrt{n}-1}$ $\quad c)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n+3}$

$d)\ \sum_{n=3}^{\infty}\frac{3}{n^2+4}$ $\quad e)\ \sum_{n=3}^{\infty}\frac{1}{n-2}$ $\quad f)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}}{n^2+1}$

$g)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3n^3+n+1}$ $\quad h)\ \sum_{n=4}^{\infty}\frac{1}{n!}$ $\quad i)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^{n-1}}{3^n}$

$j)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{5n}{3+n\cdot\sqrt{n}}$ $\quad k)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^{n-1}}{3^n}$ $\quad l)\ \sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{\ln(n)}$

16.2. Determinar por el criterio del cociente cuáles de las siguientes series convergen y cuáles divergen.

$a)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{n!}$ $\quad b)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{4^n}{n^2}$ $\quad c)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^3}{2^n}$

$d)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{e^n}$ $\quad e)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n-1}{\left(\sqrt{2}\right)^n}$ $\quad f)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{n!}$

16.3. Determinar por el criterio de la raíz cuáles de las siguientes series convergen y cuáles divergen.

$a)\ \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{3n+1}\right)^n$ $\quad b)\ \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n-2}{n-1}\right)^n$ $\quad c)\ \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{3n-1}\right)^{2n-1}$

$d)\ \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{n}\right)^{-n^2}$ $\quad e)\ \sum_{n=3}^{\infty}\frac{2^{2n}}{\pi^{2n+1}}$ $\quad f)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^{3n+1}}{n^n}$

16.4. Determinar por el criterio de comparación por límites, cuáles de las siguientes series convergen y cuáles divergen.

$a)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{3n^2+2}$ $\quad b)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+2n+1}{2n^5-1}$ $\quad c)\ \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^3+n-1}{n^2+2n}$

$d)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n+3}$ $\quad e)\ \sum_{n=3}^{\infty} \frac{0{,}1^n}{n^2-1}$ $\quad f)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{7}{3}\right)^n$

B. SERIES ALTERNADAS

16.11. Determinar por el criterio de Leibniz, cuáles de las siguientes series convergen y cuáles divergen.

$a)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{3n+1}$ $\quad b)\ \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{3n-1}{2n+1}$ $\quad c)\ \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2+1}$

$d)\ \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^3+2}}$ $\quad e)\ \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{10^n}$ $\quad f)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\ln(n+5)}$

16.12. Determinar por el criterio de Leibniz, cuáles de las siguientes series convergen y cuáles divergen.

$a)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n^2}{2^n}$ $\quad b)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!}$ $\quad c)\ \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2+n}$

$d)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot \ln(n)}{n}$ $\quad e)\ \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n!}{3^n}$ $\quad f)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \cdot \ln(n)}$

C. SUMA DE SERIES APLICANDO EL TEOREMA DE TAYLOR. SERIES GEOMÉTRICAS Y TELESCÓPICAS

16.21. Determina la razón de las siguientes sumas de series geométricas y, si es que se puede, calcula dicha suma,

$a)\ \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4}{5}\right)^{n-2}$ $\quad b)\ \sum_{n=2}^{\infty} \frac{3}{7^{n+2}}$ $\quad c)\ \sum_{n=5}^{\infty} 0{,}2^{2n}$

$d)\ \sum_{n=3}^{\infty} \frac{0{,}4^n}{6}$ $\quad e)\ \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\pi}\right)^{3n+1}$ $\quad f)\ \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{3}{2}\right)^{1-n}$

16.22. Ayudándote de la serie de Taylor de las funciones exponencial en $x = 0$ y de la función logarítmica en $x = 1$ y la función seno en $x = 1$, calcula,

$a)\ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!}$ $\qquad b)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ $\qquad c)\ \sum_{n=5}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!}$

16.23. Ayudándote de la series de Taylor escribe una serie que tenga por suma,

$a)\ e^2$ $\qquad b)\ \ln(3)$ $\qquad c)\ \cos(2)$

$d)\ e^{-1/2}$ $\qquad b)\ \ln(0{,}5)$ $\qquad c)\ \operatorname{sen}(-3)$

16.24. Muestra que las siguientes series son telescópicas y súmalas cuando se pueda,

$a)\ \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$ $\qquad b)\ \sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{2}{n+1} - \frac{2}{n-1}\right)$ $\qquad c)\ \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+3}\right)$

$b)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+2n}$ $\qquad e)\ \sum_{n=3}^{\infty} \frac{2}{4n^2-1}$ $\qquad f)\ \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2+9n+20}$

$g)\ \sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{9n^2+3n-2}$ $\qquad h)\ \sum_{n=4}^{\infty} \left(\arctan\left(\frac{1}{n}\right) - \arctan\left(\frac{1}{n+1}\right)\right)$ $\qquad i)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\cdot(n+2)}$

16.25. Muestra si las siguientes series telescópicas convergen. En caso afirmativo, calcula su suma,

$a)\ \sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln\left(\frac{1}{n}\right) - \ln\left(\frac{1}{n+1}\right)\right)$ $\qquad b)\ \sum_{n=1}^{\infty} \left(sen\left(\frac{n\pi}{2}\right) - sen\left(sen\frac{(n-1)\pi}{2}\right)\right)$

$c)\ \sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln\left(\frac{n}{n+1}\right)\right)$ $\qquad d)\ \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n!} - \frac{1}{(n-1)!}\right)$