CONTROL 11

Análisis y enfoques
Matemáticas I y II

Fecha: **VIERNES, 17 de MAYO de 2024**

NOMBRE: ____

APELLIDOS:____

Instrucciones para los/as alumnos/as

- Escriba su nombre y apellidos en las casillas de arriba.
- En esta prueba se permite el uso de calculadora no programable.
- Conteste a **TODOS los ejercicios y problemas** que se presentan en el cuadernillo.
- Escriba sus respuestas en las hojas provistas a tal efecto.
- Salvo que se indique lo contrario en cada pregunta todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Si lo necesita, puede añadir hojas para la realización de cuentas.
- Si observa que el espacio de respuesta le impide contestar completamente a alguna pregunta puede anexar una hoja adicional a este cuadernillo, que el examinador grapará al mismo. En esta hoja anexa, ponga su nombre y apellidos y el número y letra del ejercicio que extiende.
- La puntuación máxima para esta prueba es de 10,5 puntos.

No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse alguna puntuación, a interpretación del corrector, si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

SECCIÓN ÚNICA

[Puntuación máxima: 2,5 puntos]

1. (a) Resuelve las siguientes cuestiones de modo algebraico, (0,25 + 0,25 + 0,5+ 0,5 puntos)

$i)\ \lim_{x \to +\infty} \frac{3x^4 - 5x + 1}{2 - 3x - 4x^4}$

$ii)\ \lim_{x \to 3^+} \frac{2}{9 - x^2}$

$iii)\ \lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt[3]{27x^3 - 1} + x}{\sqrt[4]{16x^4 + 1} + \sqrt{9x^2 + x}}$

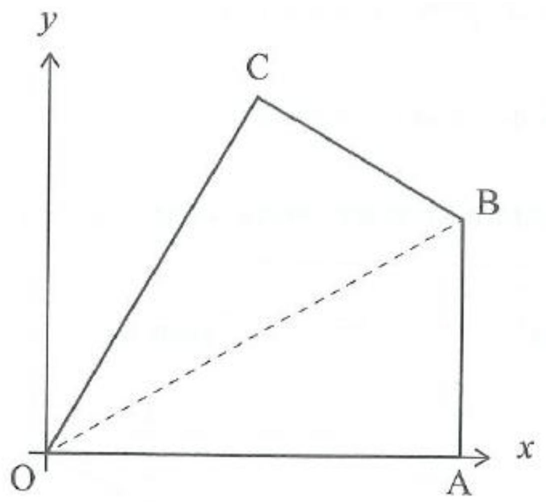
$iv)\ \lim_{x \to 2} \frac{x^2 - 2x}{2x^2 - 8}$

(b) Calcula los puntos la recta $r \equiv x + 2y = 1$, que distan $\sqrt{20}$ unidades del punto $A(3,2)$.

(1 punto)

[Puntuación máxima: 2,5 puntos] **(Matemáticas NS, Mayo 2024, P1, ej.3)**

2. El cuadrilátero $OABC$ se muestra en los siguientes ejes de coordenadas.



$OABC$es simétrico respecto a $[OB]$, A tiene por coordenadas $(6,0)$ y C tiene por coordenadas$\left(3,3\sqrt{3}\right)$.

(a) (i) Escriba las coordenadas del punto medio de $[AC]$. (0,25 puntos)

(ii) A partir de lo anterior o de cualquier otro modo, halle la ecuación cartesiana de la recta que pasa por los puntos O y B. (0,5 puntos)

(b) Sabiendo que $[OA]$es perpendicular a$[AB]$, halle el área del cuadrilátero $OABC$. (0,75 puntos)

(c) Calcule la amplitud del ángulo CBA. (0,75 puntos)

[Puntuación máxima: 2,75 puntos]

3. (a) La función f se define mediante la expresión $f(x) = \frac{x^4+2x^3}{x^3-4x}$

(i) Calcule el dominio de f. (0,5 puntos)

(ii) Calcule algebraicamente la ecuación de todas las asíntotas de f. (0,75 puntos)

(b) Sea la función $g(x) = x^2 - 2x$

(i) Calcule el **punto** de mínimo de la función g. (0,5 puntos)

(ii) Calcule **los puntos** de corte de la función g con la función f del apartado anterior.

(1 punto)

[Puntuación máxima: 2,25 puntos]

4. La función $h(z)$ se define así: $h(z) = z^2 + 3z + c$ con $c \in \mathbb{R}$. Se sabe que el número complejo $z = p + 3i$ con $p \in \mathbb{R}$ satisface la ecuación $h(z) = 0$.

a) Calcule algebraicamente el valor de p. (0,75 puntos)

b) Calcule algebraicamente el valor de c. (0,5 puntos)

Ahora queremos resolver la ecuación $z^3 - 1 = i$

c) Obtener sus tres raíces en el plano complejo **en forma POLAR**. (1 punto)

SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS Y EJERCICIOS DEL CONTROL Nº 11 DE MATEMÁTICAS I / ANÁLISIS Y ENFOQUES

[Puntuación máxima: 2,5 puntos]

1. (a) Resuelve las siguientes cuestiones de modo algebraico, (0,25 + 0,25 + 0,5+ 0,5 puntos)

$i)\ \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x^4-5x+1}{2-3x-4x^4}$

$ii)\ \lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{2}{9-x^2}$

$iii)\ \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt[3]{27x^3-1}+x}{\sqrt[4]{16x^4+1}+\sqrt{9x^2+x}}$

$iv)\ \lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-2x}{2x^2-8}$

(b) Calcula los puntos la recta $r\equiv x+2y=1$, que distan $\sqrt{20}$ unidades del punto $A(3,2)$.

(1 punto)

(a) Resuelve las siguientes cuestiones de modo algebraico, (0,25 + 0,25 + + 0,5 + 0,5 puntos)

$$i)\ \lim_{x\to+\infty}\frac{3x^4-5x+1}{2-3x-4x^4}\overset{\infty/\infty}{=}\lim_{x\to+\infty}\frac{3x^4}{-4x^4}=\lim_{x\to+\infty}\frac{3}{-4}=-\frac{3}{4}$$

$$ii)\ \lim_{x\to3^+}\frac{2}{9-x^2}=\lim_{x\to3^+}\frac{2}{-x^2}=-\infty$$

$$iii)\ \lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt[3]{27x^3-1}+x}{\sqrt[4]{16x^4+1}+\sqrt{9x^2+x}}\overset{\infty/\infty}{=}\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt[3]{27x^3}+x}{\sqrt[4]{16x^4}+\sqrt{9x^2}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{3x+x}{2x+3x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{4}{5}=\frac{4}{5}$$

$$iv)\ \lim_{x\to2}\frac{x^2-2x}{2x^2-8}\overset{0/0}{=}\lim_{x\to2}\frac{x\cdot(x-2)}{2\cdot(x+2)\cdot(x-2)}=\lim_{x\to2}\frac{x}{2\cdot(x+2)}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$$

(b) Calcula los puntos la recta $r\equiv x+2y=1$, que distan $\sqrt{20}$ unidades del punto $A(3,2)$.

(1 punto)

Unas paramétricas de la recta r son,

$$r\equiv\begin{cases}x=1-2t\\ y=0+\ \ t\end{cases},\quad \forall\, t\in\mathbb{R}$$

Por lo que un punto P_t cualquiera de la recta r vendrá dado por,

$$P_t(1-2t,t)$$

Calculamos las coordenadas libres del vector $\overrightarrow{AP_t}$

$$\overrightarrow{AP_t} = P_t - A = (1-2t, t) - (3,2) = (-2-2t, t-2)$$

El módulo de este vector es

$$\left|\overrightarrow{AP_t}\right| = \sqrt{(-2-2t)^2 + (t-2)^2} = \sqrt{4+4t^2+8t+t^2+4-4t} = \sqrt{5t^2+4t+8}$$

Forzamos a que el módulo del vector sea la distancia que dista del punto $P_t \in r$ al punto A,

$$\left|\overrightarrow{AP_t}\right| = \sqrt{20} \quad \Leftrightarrow \quad \sqrt{5t^2+4t+8} = \sqrt{20} \quad \Leftrightarrow \quad 5t^2+4t+8 = 20 \quad \Leftrightarrow \quad t = \pm 2$$

$$5x^2+4x-12 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4\cdot 5\cdot(-12)}}{2\cdot 5} = \frac{-4 \pm \sqrt{16+240}}{10} =$$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{256}}{10} = \frac{-4 \pm 16}{10} = \begin{cases} x = \dfrac{-4+16}{10} = \dfrac{12}{10} = \dfrac{6}{5} = 1{,}2 \\ x = \dfrac{-4-16}{10} = -2 \end{cases}$$

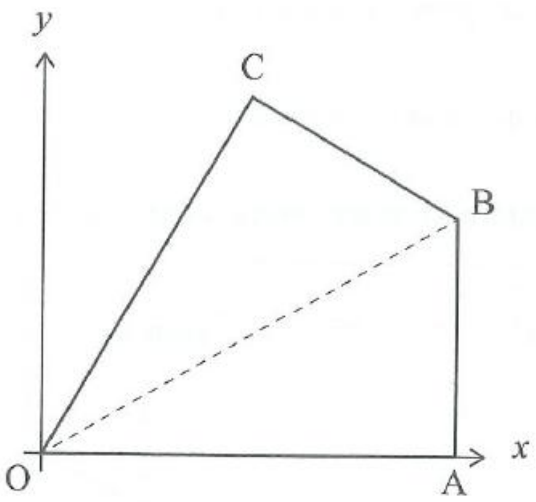
Por lo tanto, los puntos de la recta r que distan del punto A $\sqrt{20}$ unidades son,

$$P_{t=1,2}\left(1 - 2\cdot\frac{6}{5}, \frac{6}{5}\right) = \left(-\frac{7}{5}, \frac{6}{5}\right)$$

$$P_{t=-2}(1-2\cdot(-2), -2) = (5,-2)$$

[Puntuación máxima: 2,5 puntos] **(Matemáticas NS, Mayo 2024, P1, ej.3)**

2. El cuadrilátero $OABC$ se muestra en los siguientes ejes de coordenadas.



$OABC$ es simétrico respecto a $[OB]$, A tiene por coordenadas $(6,0)$ y C tiene por coordenadas$\left(3,3\sqrt{3}\right)$.

(b) (i) Escriba las coordenadas del punto medio de $[AC]$. (0,25 puntos)

(ii) A partir de lo anterior o de cualquier otro modo, halle la ecuación cartesiana de la recta que pasa por los puntos O y B. (0,5 puntos)

(b) Sabiendo que $[OA]$ es perpendicular a $[AB]$, halle el área del cuadrilátero $OABC$. (0,75 puntos)

(c) Calcule la amplitud del ángulo CBA. (0,75 puntos)

(a) (i) Escriba las coordenadas del punto medio de $[AC]$. **(0,25 puntos)**

El punto medio de $[A,C]$ viene dado por,

$$M = \frac{A + \ C}{2} = \frac{(6,0) + \left(3,3\sqrt{3}\right)}{2} = \left(\frac{9}{2},\frac{3\sqrt{3}}{2}\right) \approx (4´5,2´5981)$$

(ii) A partir de lo anterior o de cualquier otro modo, halle la ecuación cartesiana de la recta que pasa por los puntos O y B. **(0,75 puntos)**

Un vector de dirección de la recta que pasa por O y B será perpendicular a la recta que pasa por A y C. En ese caso, el vector director de la recta que pasa por O y B es el vector normal de la recta que pasa por A y C.

$$\vec{v}_{[OB]} = \vec{n}_{[OA]}$$

Como un vector director de la recta que pasa por A y C es,

$$\vec{v}_{[AC]} = \overrightarrow{AC} = C - A = \left(3,3\sqrt{3}\right) - (6,0) = \left(-3,3\sqrt{3}\right)$$

Entonces,

$$\vec{v}_{[OB]} = \vec{n}_{[OA]} = \left(3\sqrt{3}, 3\right)$$

En tal caso, unas ecuaciones continuas de la recta que pasa por $O\ y\ B$ son,

$$[OB] \equiv \ \frac{x-0}{3\sqrt{3}} = \frac{y-0}{3}$$

Por lo que una ecuación cartesiana de la recta que pasa por $O\ y\ B$ es,

$$[OB] \equiv \ \ x - \sqrt{3}y = 0$$

(b) Sabiendo que $[OA]$ es perpendicular a$[AB]$, halle el área del cuadrilátero $OABC$.
(0,75 puntos)

Calculamos el punto B para ello, como un vector director de la recta que pasa por $A\ y\ B$ es,

$$\vec{v}_{[AB]} = (0,1)$$

En ese caso, unas ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por $A\ y\ B$ son,

$$[A,B] \equiv \begin{cases} x = 6 \\ y = 0 + t \end{cases}, \qquad t \in \mathbb{R}$$

Intersecamos la recta que pasa por $A\ y\ B$ con la recta que pasa por $O\ y\ B$, sustituyendo las paramétricas de la primera en la ecuación de la segunda.

$$x - \sqrt{3}y = 0 \quad \Rightarrow \quad 6 - \sqrt{3}t = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 6 = \sqrt{3}t \quad \Leftrightarrow \quad \frac{6}{\sqrt{3}} = t \quad \Leftrightarrow \quad t = 2\sqrt{3}$$

Por tanto, el punto B tiene por coordenadas,

$$B \equiv \begin{cases} x = 6 \\ y = 0 + 2\sqrt{3} \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad B\left(6,2\sqrt{3}\right)$$

En tal caso, el área del cuadrilátero OABC es el doble que el área del triángulo rectángulo OAB.

$$Área(OABC) = 2 \cdot Área(OAB) = 2 \cdot \frac{|OA| \cdot |AB|}{2} = |OA| \cdot |AB| =$$

$$= \sqrt{0^2 + 6^2} \cdot \sqrt{(6-6)^2 + \left(2\sqrt{3} - 0\right)^2} = 6 \cdot 2\sqrt{3} = 12\sqrt{3}u^2 \approx 20,785\ u^2$$

(c) Calcule la amplitud del ángulo CBA. **(0,75 puntos)**

El ángulo viene descrito por los vectores,

$$\overrightarrow{BA} = A - B = (6,0) - \left(6,2\sqrt{3}\right) = \left(0,-2\sqrt{3}\right)$$

$$\overrightarrow{BC} = C - B = \left(3,3\sqrt{3}\right) - \left(6,2\sqrt{3}\right) = \left(-3,\sqrt{3}\right)$$

Mediante el producto escalar calculamos el ángulo pedido,

$$\cos\alpha = \frac{\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{CA}}{\left|\overrightarrow{BA}\right|\cdot\left|\overrightarrow{CA}\right|} \quad\Leftrightarrow\quad \cos\alpha = \frac{0\cdot(-3) + \left(-2\sqrt{3}\right)\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{0^2 + \left(-2\sqrt{3}\right)^2}\cdot\sqrt{(-3)^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2}} \quad\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\quad \cos\alpha = \frac{-6}{2\sqrt{3}\cdot\sqrt{12}} \quad\Leftrightarrow \cos\alpha = \frac{-6}{2\sqrt{3}\cdot 2\sqrt{3}} \quad\Leftrightarrow \cos\alpha = -\frac{6}{12} \quad\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos\alpha = -\frac{1}{2} \quad\Leftrightarrow\quad \alpha = arcos\left(-\frac{1}{2}\right) = 120°$$

[Puntuación máxima: 2,75 puntos]

3. (a) La función f se define mediante la expresión $f(x) = \frac{x^4+2x^3}{x^3-4x}$

(i) Calcule el dominio de f. (0,5 puntos)

(ii) Calcule algebraicamente la ecuación de todas las asíntotas de f. (0,75 puntos)

(b) Sea la función $g(x) = x^2 - 2x$

(i) Calcule el **punto** de mínimo de la función g. (0,5 puntos)

(ii) Calcule **los puntos** de corte de la función g con la función f del apartado anterior.

(1 punto)

(a) (i) Calcule el dominio de f. **(0,5 puntos)**

Al ser f una función racional (fraccionaria), igualamos a cero el denominador de la función

$$x^3 - 4x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \cdot (x^2 - 4) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 4 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = \pm 2 \end{cases}$$

Por lo tanto, el dominio de la función es,

$$Dom(f) = \mathbb{R} - \{-2, 0, +2\}$$

(a) (ii) Calcule algebraicamente la ecuación de todas las asíntotas de f. **(0,75 puntos)**

Calculamos las asíntotas verticales, horizontales y oblicuas, si es que existieran.

- **Asíntotas verticales.** Los valores de abcisa de las asíntotas verticales se encuentran entre los valores que anulan el denominador ya que, para que $x = a$ sea asíntota vertical debe ocurrir que,

$$\lim_{x \to a} f(x) = \pm\infty$$

Sin embargo, como $x = -2$ anula el denominador pero también el numerador, no es asíntota vertical. Ahí habrá una discontinuidad evitable. En tal caso, **la asíntota vertical de la función es**

$$\boldsymbol{x = +2}$$

- **Asíntota horizontal.** Calculamos el límite de la función cuando tendemos a valores altos en valor absoluto,

$$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{x^4 + 2x^3}{x^3 - 4x} \overset{\infty/\infty}{=} \lim_{x \to \pm\infty} \frac{x^4}{x^3} = \lim_{x \to \pm\infty} x = \pm\infty$$

Por lo tanto, **la función no tiene asíntota horizontal.**

- **Asíntota oblicua.** Esta función racional va a tener una asíntota oblicua ya que el grado del numerador es un grado más que el del denominador. La asíntota es el polinomio de grado uno que obtenemos como cociente, al dividir el polinomio numerador entre el polinomio denominador.

$$
\begin{array}{rrrr|l}
+x^4 & +2x^3 & & & x^3 \quad -4x \\ \cline{5-5}
-x^4 & & +4x^2 & & x + 2 \\ \cline{1-3}
 & +2x^3 & +4x^2 & & \\
 & -2x^3 & & +8x & \\ \cline{2-4}
 & & +4x^2 & +8x &
\end{array}
$$

Por lo tanto, **la función tiene asíntota oblicua en $y = x + 2$.**

(b) (i) Calcule el punto de mínimo de la función g **(0,5 puntos)**

La función g es cuadrática al tener un polinomio de segundo grado como expresión analítica. Por tanto, su representación es una parábola. Además, su coeficiente de grado 2 es positivo por lo que la función presenta en su vértice un mínimo absoluto.

La abcisa del vértice viene dada por,

$$V_x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2 \cdot 1} = +1$$

La segunda coordenada del vértice es,

$$g(1) = 1^2 - 2 \cdot 1 = 1 - 2 = -1$$

Por tanto, el mínimo de la función g está en el punto $(+1, -1)$ y es absoluto.

(ii) Calcule los puntos de corte de la función g con la función f del apartado anterior.

Para calcular los puntos de corte de ambas funciones, igualamos las expresiones de las dos funciones y resolvemos la ecuación resultante según,

$$\frac{x^4 + 2x^3}{x^3 - 4x} = x^2 - 2x \quad \Leftrightarrow \quad x^4 + 2x^3 = (x^2 - 2x) \cdot (x^3 - 4x) \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad x^4 + 2x^3 = x^5 - 4x^3 - 2x^4 + 8x^2 \quad \Leftrightarrow \quad x^5 - 3x^4 - 6x^3 + 8x^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad x^5 - 3x^4 - 6x^3 + 8x^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = 0 \\ x^3 - 3x^2 - 6x + 8 = 0 \end{cases}$$

Resolvemos la ecuación cúbica por el $método\ de\ Ruffini$ según,

$$
\begin{array}{r|rrrr}
 & +1 & -3 & -6 & +8 \\
+1 & & +1 & -2 & -8 \\ \hline
 & +1 & -2 & -8 & 0
\end{array}
$$

Resolvemos la ecuación de segundo grado resultante,

$$x^2-2x-8=0 \quad \Leftrightarrow \quad x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\cdot 1\cdot(-8)}}{2\cdot 1}=\frac{2\pm\sqrt{4+32}}{2}=$$

$$=\frac{2\pm 6}{2}=\begin{cases} x=\dfrac{2+6}{2}=4 \\ x=\dfrac{2-6}{2}=-2 \end{cases}$$

El valor $x=-2$ es imposible que pueda ser punto de corte ya que ahí la función f tiene una asíntota vertical.

Calculamos la ordenada (segunda coordenada) de los tres puntos de corte sustituyendo la abcisa en la expresión de una de ellas (por ejemplo g) ya que tienen que dar el mismo valor de imagen.

$$g(1)=1^2-2\cdot 1=-1 \qquad g(4)=4^2-2\cdot 4=8$$

Por lo tanto, los puntos de corte de las dos funciones son $(1,-1)\ y\ \ (4,8)$.

[Puntuación máxima: 2,25 puntos]

4. La función $h(z)$ se define así: $h(z) = z^2 + 3z + c$ con $c \in \mathbb{R}$. Se sabe que el número complejo $z = p + 3i$ con $p \in \mathbb{R}$ satisface la ecuación $h(z) = 0$.

a) Calcule algebraicamente el valor de p. (0,75 puntos)

b) Calcule algebraicamente el valor de c. (0,5 puntos)

Ahora queremos resolver la ecuación $z^3 - 1 = i$

c) Obtener sus tres raíces en el plano complejo **en forma POLAR**. (1 punto)

a) Calcule algebraicamente el valor de p. (0,75 puntos)

Como la ecuación tiene coeficientes reales, si $z = p + 3i$ es una raíz de la ecuación entonces

$$z' = p - 3i$$

También es una raíz del polinomio. Por tanto, la factorización del polinomio es,

$$h(z) = \big(z - (p - 3i)\big) \cdot \big(z - (p + 3i)\big)$$

Operando en la factorización de $h(z)$ tendremos que

$$h(z) = \big((z-p) + 3i\big) \cdot \big((z-p) - 3i\big) = (z-p)^2 - 9i^2 = z^2 - 2pz + p^2 + 9 \quad \Leftrightarrow$$

Por lo tanto, como el coeficiente de grado 1 de $h(z)$ tiene que ser el mismo tanto en la expresión de $h(z)$ como en su factorización desarrollada tendremos que,

$$-2p = 3 \quad \Leftrightarrow \quad p = -\frac{3}{2} = -1{,}5$$

b) Calcule algebraicamente el valor de c. (0,5 puntos)

Utilizando el valor de p del apartado anterior y el desarrollo de la factorización del apartado anterior, obtenemos el valor de c,

$$c = p^2 + 9 = \left(-\frac{3}{2}\right)^2 + 9 = \frac{9}{4} + 9 = \frac{45}{4} = 11{,}25$$

c) Obtener las tres raíces de $z^3 - 1 = i$ en el plano complejo en forma cartesiana. (1 punto)

Despejamos z según,

$$z^3 - 1 = i \quad \Leftrightarrow \quad z^3 = 1 + i \quad \Leftrightarrow \quad z = \sqrt[3]{1+i}$$

Pasamos a forma polar al complejo $w = 1 + i$.

- Módulo: $|w| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$
- Argumento $Arg(w) = \arctan\left(\frac{1}{1}\right) = 45°$

En tal caso,

$$z = \sqrt[3]{1+i} = \sqrt[3]{\sqrt{2}_{45°}} = \left(\sqrt{2}_{45°+360°\cdot k}\right)^{1/3} = \sqrt[3]{\sqrt{2}}_{\frac{45°+360°\cdot k}{3}} = \sqrt[6]{2}_{\frac{45°+360°\cdot k}{3}}$$

Las soluciones en forma polar son,

- Si $k = 0$, $z_0 = \sqrt[6]{2}_{\frac{45°+360°\cdot 0}{3}} = \sqrt[6]{2}_{15°}$
- Si $k = 1$, $z_1 = \sqrt[6]{2}_{\frac{45°+360°\cdot 1}{3}} = \sqrt[6]{2}_{135°}$
- Si $k = 2$, $z_2 = \sqrt[6]{2}_{\frac{45°+360°\cdot 2}{3}} = \sqrt[6]{2}_{255°}$

En forma binómica las soluciones quedarán de la forma,

- Si $k = 0$, $z_0 = \sqrt[6]{2}_{15°} = \sqrt[6]{2} \cdot \left(\cos(15°) + i \cdot sen(15°)\right) = 1{,}084 + 0{,}2905i$
- Si $k = 1$, $z_1 = \sqrt[6]{2}_{135°} = \sqrt[6]{2} \cdot \left(\cos(135°) + i \cdot sen(135°)\right) = -0{,}7937 + 0{,}7937i$
- Si $k = 2$, $z_2 = \sqrt[6]{2}_{255°} = \sqrt[6]{2} \cdot \left(\cos(255°) + i \cdot sen(255°)\right) = -0{,}2905 - 1{,}0842i$