

A. CÁLCULO DEL DOMINIO DE UNA FUNCIÓN

1.1. Calcula el dominio de las siguientes funciones,

a) $a(x) = x^3 - 2x + 1$

b) $b(x) = x^2 - 2x - 3$

c) $c(x) = \frac{1 - 3x}{4}$

d) $d(x) = x^5 - 4x^2 + x$

e) $e(x) = 3 + x^2 - x^3$

f) $f(x) = x^3$

1.2. Calcula el dominio de las siguientes funciones racionales,

a) $a(x) = \frac{3x + 4}{x + 2}$

b) $b(x) = \frac{2x - 1}{x^2 + 2x}$

c) $c(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^3 - 8}$

d) $d(x) = \frac{4x^2 - 5x + 3}{x^4 - 25x^2 + 144}$

e) $e(x) = \frac{4x^3 - 2x - 1}{12x^3 - 8x^2 - 13x - 3}$

f) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^4 - 16}$

g) $g(x) = \frac{1 + 3x - 2x^3}{8x^3 + 20x^2 - 2x - 5}$

h) $h(x) = \frac{x^6 - 1}{x^6 - 7x^3 - 8}$

i) $i(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 + 9 + 6x}$

1.3. Calcula el dominio de las siguientes funciones irracionales o radicales,

a) $a(x) = \sqrt{3x - 2}$

b) $b(x) = \sqrt{x^2 + 5x - 6}$

c) $c(x) = \sqrt{4 - x^2}$

d) $d(x) = \sqrt{x^3 - 2x}$

e) $e(x) = \sqrt{\frac{3x - 2}{2x - 1}}$

f) $f(x) = \sqrt{\frac{4 - 2x^2}{x^2 - 2x - 3}}$

g) $g(x) = \sqrt{\frac{4x^2 - 1}{x^2 + 16 + 8x}}$

h) $h(x) = \frac{\sqrt{2x - 1}}{x^2 - 3}$

i) $i(x) = \frac{\sqrt{(x + 2) \cdot (x^2 - 1)}}{1 - x^2}$

j) $j(x) = \sqrt[3]{1 - x^3}$

k) $k(x) = \frac{\sqrt[4]{2 - x^2}}{x^2 + x}$

l) $l(x) = \frac{\sqrt[5]{1 - x}}{1 + x^2}$

1.4. Calcula el dominio de las siguientes funciones:

a) $a(x) = 2^{1/x}$

b) $b(x) = e^{x^2 - 4}$

c) $c(x) = 7^{\sqrt{x-1}}$

d) $d(x) = \ln\left(\frac{3x - 1}{2x + 1}\right)$

e) $e(x) = \log\left(\frac{\sqrt{x + 1}}{x - 1}\right)$

f) $f(x) = \log_5\left(\frac{1 - x^2}{\sqrt{x + 2}}\right)$

g) $g(x) = \text{sen}\left(\frac{1}{x - 1}\right)$

h) $h(x) = \cos\left(\sqrt{\frac{x}{x^2 + 2x + 1}}\right)$

i) $i(x) = \tan\left(\frac{x}{x - 1}\right)$

1.5. Calcula el dominio de las siguientes funciones,

a) $a(x) = \frac{x}{\operatorname{sen} x}$

b) $b(x) = \sqrt[3]{3x^2 - x + 1}$

c) $c(x) = \sqrt[4]{\frac{x}{x^2 - 1}}$

d) $d(x) = \frac{x + 1}{|x^2 - 1|}$

e) $e(x) = e^{\frac{x}{x-1}} \cdot \sqrt{2x + 1}$

f) $f(x) = \frac{x \cdot \ln x}{\sqrt{x^2 + x + 1}}$

g) $g(x) = \operatorname{sen}\left(\frac{x + 4}{2x^3 - x}\right)$

h) $h(x) = \ln\left(\frac{3}{x + 2}\right)$

i) $i(x) = \frac{\ln x}{x^2}$

j) $j(x) = \frac{\sqrt{4 - x^2}}{\cos x}$

k) $k(x) = \frac{|x^2 - 3x + 2|}{2^{\ln(x^2 - 1)}}$

l) $l(x) = \frac{2}{x - 1} \cdot \cos\left(\frac{1}{x}\right)$

1.6. Calcula el dominio de las siguientes funciones arco

a) $a(x) = \operatorname{arcsen}(x^2 - 1)$

b) $b(x) = \frac{\operatorname{arccos}(x)}{x}$

c) $c(x) = \operatorname{arccos}(x^3)$

d) $d(x) = \operatorname{arcsen}(\sqrt{2x})$

e) $e(x) = \operatorname{arcscos}(e^{x^2})$

f) $f(x) = \operatorname{arcsen}\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$

B. LÍMITES INDETERMINACIONES $\frac{\infty}{\infty}$

1.11. Calcula los siguientes límites señalando la indeterminación previamente,

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 4x - 1}{6x^3 - 2x + 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4}{1 - 2x}$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - 4x - 3x}{1 - 2x^2}$

d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 1}{2x + 1}$

e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 4x^4 - 1}{2x^4 - 6x - 3}$

f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \cdot (x^2 - 1)}{x^2 + x - 2}$

g) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 4x^4 + 3}{6x^3 - 2x + 1}$

h) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(3x - 2)^2}{(2x + 3)^2}$

i) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{1 - x^2}$

1.12. Calcula los siguientes límites señalando la indeterminación previamente,

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 1}}{2x + 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{1 - x}}{1 - \sqrt{1 - 2x}}$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x - 1}{x + \sqrt{x}}$

d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 1} + x}{\sqrt{2 + x^2}}$

e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 4x^3 + 1}{\sqrt{16x^4 - 6 - x}}$

f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^6 + 2x}}{x^4 - 1}$

g) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{36x^2 + x} - 1}{\sqrt{9x^2 - 1} + 2x}$

h) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[5]{x^{10} + x} + 1}{\sqrt[3]{x^6 - 2x} - 2x^2}$

i) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[6]{x^4 + x} + \sqrt{4x}}{\sqrt[3]{8x^2 - 2x}}$

B. LÍMITES INDETERMINACIONES $\frac{0}{0}$

1.16. Calcula los siguientes límites señalando la indeterminación previamente,

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x}{3x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6}$

c) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x^2 - 2\pi x + \pi^2}{\pi^2 - x^2}$

d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^3 - x}$

e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x}{x^3}$

f) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + x^2}{x^3 + 1}$

g) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 3x^2}{9 - x^2}$

h) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x \cdot (x + 2)}{x^3 + 6x^2 + 12x + 8}$

i) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 8x}{x^4 - x^2 - 8}$

1.17. Calcula los siguientes límites señalando la indeterminación previamente,

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - x}{x^3 - 8}$

b) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3x - 4}{2 - \sqrt{x^2 + 3}}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{x + \sqrt{x}}$

d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt{1 - x^2}}$

e) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{\sqrt{x+1} - 2}$

f) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{\sqrt{x^4 + 5} - 3}{x^2 - 2}$

g) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x^2 - 9} - 4}{\sqrt{x-1} - 2}$

h) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - 3}{1 - \sqrt{x+3}}$

i) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{x}}{\sqrt{x+3} - 2x}$

C. LÍMITES INDETERMINACIONES $\infty - \infty$

1.21. Calcula los siguientes límites señalando la indeterminación previamente,

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 + x - 1})$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{2x^2 + 1} - \sqrt{2x - 1})$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{2x^2 + 3x + 2})$

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + x} - 2x)$

g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^3 + x - 2} - \sqrt{16x^3 + 5x - 1})$

h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^4 - 1} - \sqrt{4x^4 + x})$

D. LÍMITES INDETERMINACIONES 1^∞

1.26. Calcule los siguientes límites clasificando primeramente la indeterminación si se presentara,

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^{2x}$ b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3+2x}{2x-1} \right)^{x-1}$ c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+x}{x^2+3x+1} \right)^{3x+2}$

d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x}{x+1} \right)^{1-x}$ e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} \right)^{2\sqrt{x}}$ f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2-x}{4-x} \right)^{-\frac{x}{4}}$

1.27. Calcule los siguientes límites clasificando primeramente la indeterminación si se presentara,

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+2x}{x+1} \right)^{\frac{3}{x}}$ b) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2-1}{2x-2} \right)^{\frac{2}{x-1}}$ c) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2-x}{x-1} \right)^{\frac{1}{x}}$

d) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt{4x}-2}{x-1} \right)^{\frac{3}{1-x}}$ e) $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x-3}{4\sqrt{x+1}-8} \right)^{\frac{4}{\sqrt{x+6}-x}}$ f) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{\sqrt{2x}-2}{2x-4} \right)^{\frac{2}{x-2}}$

E. CÁLCULO DE LAS ASÍNTOTAS DE UNA FUNCIÓN RACIONAL.

1.41. Calcula las asíntotas verticales de las siguientes funciones,

a) $a(x) = \frac{2}{x^2-4}$ b) $b(x) = \frac{3x+1}{x^3-2x^2}$ c) $c(x) = \frac{x^3-x+1}{x^4-3x^2+2}$

d) $d(x) = \frac{3x+1}{x^3-8}$ e) $e(x) = 2 - \frac{5-x}{x-x^2}$ f) $f(x) = \frac{x^3-x+1}{x^3-5x^2+6x}$

1.42. Calcula la asíntota horizontal de las siguientes funciones,

a) $a(x) = \frac{2x^2+1}{x^2-2x}$ b) $b(x) = \frac{3x^2-2x+1}{x-2x^2}$ c) $c(x) = \frac{2x+x^3+1}{2x^3-x-3}$

d) $d(x) = \frac{3x-2}{1+4x}$ e) $e(x) = 2 - \frac{1}{x^2+1}$ f) $f(x) = -1 + \frac{2+6x}{6x-1}$

1.43. Calcula la asíntota oblicua de las siguientes funciones,

a) $a(x) = \frac{3x^2-1}{x+1}$ b) $b(x) = \frac{4x^3-x^2+1}{2x^2+x-1}$ c) $c(x) = \frac{2x^2+3x-1}{x+2}$

d) $d(x) = \frac{x^2+x+1}{2x-1}$ e) $e(x) = x - \frac{3}{x^2+1}$ f) $f(x) = 3x + \frac{1-x}{6x-1}$

1.44. Calcula la asíntota oblicua y/o la horizontal de las siguientes funciones, dividiendo

$$a) a(x) = \frac{3x^2 - 1}{x + 1} \quad b) b(x) = \frac{4x^3 - x^2 + 1}{2x^2 + x - 1} \quad c) c(x) = \frac{2x^2 + 3x - 1}{4x + 2}$$

$$d) d(x) = \frac{x^2 + x + 1}{2x - 1} \quad e) e(x) = \frac{3x^2}{4x + 1} \quad f) f(x) = \frac{1 + x + 2x^2 - 2x^3}{x^2 + 2}$$

1.45. Calcula la asíntota oblicua de las siguientes funciones, aplicando el cálculo de la pendiente y la ordenada en el origen por límites.

$$a) a(x) = \frac{3x^2 - 1}{x + 1} \quad b) b(x) = \frac{4x^3 - x^2 + 1}{2x^2 + x - 1} \quad c) c(x) = \frac{2x^2 + 3x - 1}{x + 2}$$

$$d) d(x) = \frac{x^2 + x + 1}{2x - 1} \quad e) e(x) = x - \frac{3}{x^2 + 1} \quad f) f(x) = 3x + \frac{1 - x}{6x - 1}$$

1.46. Calcula las asíntotas de las siguientes funciones racionales,

$$a) a(x) = \frac{3x^2 - 1}{2x - 1} \quad b) b(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - x} \quad c) c(x) = \frac{x^2 + x + 2}{x^3 + 8}$$

$$d) d(x) = \frac{x^2 + x + 1}{1 - 4x^2} \quad e) e(x) = \frac{3x^3}{x^2 - 2} \quad f) f(x) = \frac{1 - x^2}{3x - 1}$$

1.47. Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2x + 3} & \text{si } x \leq -1 \\ \frac{x^2}{x + 2} & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

Estudie y determine las asíntotas de $f(x)$.

1.48. Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - 3x^2}{6x^2 + x} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{x^3}{x^2 - 1} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Estudie y determine las asíntotas de $f(x)$.

1.49. Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 2x}{x^2 - 5x + 16} & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x - 1} - \sqrt{x + 1}} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Estudie y determine las asíntotas de $f(x)$.

1.50. Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x + 1}{\sqrt{4x^2 - 1} + x} & \text{si } x \leq 1 \\ \sqrt{4x^2 - 3x - 2\sqrt{x^2 + 1}} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Estudie y determine las asíntotas de $f(x)$.

F. CONTINUIDAD DE UNA FUNCIÓN EN UN PUNTO. CONTINUIDAD DE FUNCIONES.

1.51. Estudia la continuidad de las siguientes funciones en \mathbb{R} , clasificando sus discontinuidades.

a) $a(x) = \frac{x + 1}{x^2 + 4x}$ b) $b(x) = \frac{x + 1}{\cos^2 x - 1}$ c) $c(x) = \frac{x + 5}{x^3 + 2x + 3}$

d) $d(x) = \frac{2x - 3}{|3x - 1|}$ e) $e(x) = \ln\left(\frac{2}{x + 3}\right)$ f) $f(x) = \sqrt{\frac{2x}{1 - x^2}}$

1.52. Sea la función $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{x^2 - 4}{x - 2} & \text{si } 2 < x \end{cases}$. Estudiar la continuidad en $x = 2$. Si no es continua, clasifica la discontinuidad.

1.53. Se considera la función definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1} & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 + x & \text{si } 1 < x \end{cases}$. Estudiar la continuidad de la función en $x = 1$. Si no es continua, clasifica la discontinuidad.

1.54. Sea la función $f(x) = \begin{cases} |x - 2| & \text{si } x \leq -1 \\ \frac{x}{x + 3} & \text{si } -1 < x \end{cases}$. Estudiar su continuidad en $x = -1$. Si no es continua, clasifica la discontinuidad.

1.55. Sea la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x < -1 \\ \frac{1}{x - 1} & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ x & \text{si } 1 < x \end{cases}$, Estudiar su continuidad en $x = -1$

y en $x = 1$. Si no es continua, clasifica las discontinuidades.

1.56. Sea la función $f(x) = \begin{cases} a^2x - 5 & \text{si } x < 1 \\ x^2 + a & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$. Calcular los valores de a para que la función sea continua en $x = 1$.

1.57. Sea la función $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{kx + 1} & \text{si } x \leq 2 \\ kx - 1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$. Calcular los valores de k para que la función sea continua en $x = 2$.

1.58. Sea la función $f(x) = \begin{cases} mx^2 + 1 & \text{si } x < 3 \\ x^2 + mx - m & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$. Calcular los valores de m para que la función sea continua en $x = 3$.

1.59. Sea la función $f(x) = \begin{cases} \sqrt{ax^2 - x - 1} & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{a}{x+a} & \text{si } x > 2 \end{cases}$. Calcular los valores de a para que la función sea continua en $x = 2$.

1.60. Sea la función $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-1}{x^2-1} & \text{si } x \neq 1 \\ a & \text{si } x = 1 \end{cases}$. Calcular los valores de a para que la función sea continua en $x = 1$.

1.61. Sea la función $f(x) = \begin{cases} \frac{a^2x+a}{ax+1} & \text{si } x \neq -1 \\ 1 & \text{si } x = -1 \end{cases}$. Calcular los valores de a para que la función sea continua en $x = -1$.

1.62. Estudia la continuidad de las siguientes funciones,

a) $f(x) = x + 2 $	b) $g(x) = 1 - 4x $	c) $h(x) = \frac{2x + 1}{ x^2 - 3x }$
d) $i(x) = \frac{2x + 1}{ x^2 - 3x + 2 }$	e) $j(x) = \frac{ 1 - 3x }{x - 2}$	f) $k(x) = \frac{ x^2 - 2 }{ 9 - x^2 + 2}$
g) $j(x) = \frac{x}{ 2x + 3 - 1}$	h) $k(x) = \frac{ x^2 - 4 }{ x^2 - 4 - 1}$	i) $l(x) = \frac{ x^2 + x }{2 - 3x^2 + 2 }$

1.63. Sea la función definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x^2-1} & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{x+1} & \text{si } 0 \leq x \end{cases}$. Estudiar la continuidad de la función en \mathbb{R} . Clasificar, si existen, los valores de discontinuidad.

1.64. Se considera la función $f(x) = \begin{cases} \frac{x+2}{x-2} & \text{si } x < 0 \\ \frac{2x}{x^3-x} & \text{si } 0 \leq x \end{cases}$, estudiar la continuidad de la función en \mathbb{R} . Clasificar, si existen, los valores de discontinuidad.

1.65. Se considera la función $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x^2-3x+2} & \text{si } x < 2 \\ \frac{2-x}{\sqrt{x+2}-2} & \text{si } 2 \leq x \end{cases}$, estudiar la continuidad de la función en \mathbb{R} . Clasificar, si existen, los valores de discontinuidad.

1.66. Se considera la función $f(x) = \begin{cases} \frac{2x+1}{16-x^2} & \text{si } x < 3 \\ \sqrt{\frac{2}{x-3}} & \text{si } 3 \leq x \end{cases}$, estudiar la continuidad de la

función en \mathbb{R} . Clasificar, si existen, los valores de discontinuidad.

1.67. Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x-1} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{x^2}{x+1} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

a) Estudie la continuidad de la función y sus puntos de discontinuidad.

b) Estudie y determine las asíntotas de $f(x)$.

1.68. Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{x-1} & \text{si } x > 0 \\ \frac{\sqrt{1-x}}{x+1} & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

a) Estudie la continuidad de la función y sus puntos de discontinuidad.

b) Estudie y determine las asíntotas de $f(x)$.

1.69. Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4} & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{1 - 2x}{4x - x} & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

a) Estudie la continuidad de la función y sus puntos de discontinuidad.

b) Estudie y determine las asíntotas de $f(x)$.

1.70. Dada la función $f(x) = \frac{|x|}{\sqrt{x^2-9}}$, se pide estudiar su continuidad.

1.71. Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2}{x-3} & \text{si } x \leq 3 \\ \frac{x-3}{\sqrt{x^2-9}} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

Estudie la continuidad de la función y sus puntos de discontinuidad.

G. SIMETRÍAS

1.81. Estudia la simetría que presentan cada una de las siguientes funciones

a) $a(x) = \frac{x}{\operatorname{sen} x}$

b) $b(x) = \sqrt[3]{3x^3 - x + 1}$

c) $c(x) = \sqrt[4]{\frac{x^4}{x^2 - 1}}$

d) $d(x) = \frac{x}{|x^2 - 1|}$

e) $e(x) = e^{\frac{x}{x^4 + x^2}}$

f) $f(x) = \frac{x \cdot \ln x^2}{\sqrt{x^2 + 1}}$

g) $g(x) = x \cdot \cos x$

h) $h(x) = \ln\left(\frac{x^2}{x^4 + 2}\right)$

i) $i(x) = \frac{\ln x^4}{x}$

