CONTROL 6

Análisis y Enfoques
MATEMÁTICAS I Y II

Lunes, 5 de FEBRERO de 2024

1 hora y 30 minutos

NOMBRE: ____

APELLIDOS:____

INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS

- Escriba su nombre y apellidos en las casillas de arriba.
- No abra la prueba hasta que se lo autoricen
- En esta prueba se permite el uso de calculadora no programable.
- Conteste a todas las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Si lo necesita, puede pedir hojas de examen para la realización de cuentas.
- Si observa que el espacio de respuesta le impide contestar completamente a alguna pregunta puede anexar una hoja adicional a este cuadernillo, que el examinador grapará al mismo. En esta hoja anexa, ponga su nombre y apellidos y el número y letra del ejercicio que extiende.
- La puntuación máxima para esta prueba es de 10 puntos.
- En la calificación de cada problema o ejercicio se tendrá en cuenta tanto la corrección de los cálculos, como la presentación y explicación correcta y ordenada de los argumentos, razonamientos y teoremas aplicados al efecto.
- No se valorarán aquellas soluciones aportadas que no muestren un razonamiento del que se derivan.
- Se tendrá en cuenta el formato, el orden, la presentación y limpieza con que se presentan los argumentos, como los cálculos y las soluciones.
- Se descontará parte de la puntuación en aquellos ejercicios y problemas en los que no se señale explícitamente como solución, los resultados a los que se llega.

No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse alguna puntuación, a interpretación del corrector, si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

SECCIÓN ÚNICA

[Puntuación máxima: 2,5 puntos] **[Análisis y Enfoques, Mayo 2021 P2, Ej.7]**

1. (a) La función f viene dada por $f(x) = kx^2 - 2kx + (k^2 - 2)$ donde $k \in \mathbb{R}$. Halle el conjunto de valores de k para los que $f(x) = 0$ no presenta soluciones reales. (1 punto)

(b) Ocho corredores participan en una carrera donde no puede haber empates. Andrea y Jack son dos de los ocho participantes en esta carrera. Halle el número total de maneras posibles en las que pueden llegar a meta estos ocho corredores, sabiendo que Jack llega:

(i) Justo una posición después de Andrea. (0,5 puntos)

(ii) En cualquier posición después de Andrea. (1 punto)

[Puntuación máxima: 2 puntos] **[Matemáticas NM, Mayo 2013 P2, Ej.6]**

2. (a) Demostrar mediante inducción matemática que $\binom{2}{2}+\binom{3}{2}+\binom{4}{2}+\ \dots+\binom{n-1}{2}=\binom{n}{3}$ donde $n\ \in \mathbb{N},\ n \geq 3.$ (1 punto)

(b) Aplique el método de inducción para demostrar que $3^n \geq 1+2n$ donde $n\ \in \mathbb{N}$. (1 punto)

[Puntuación máxima: 1,25 puntos] **[Matemáticas NS, Mayo 2017 P1, Ej.3]**

3. Considere el polinomio $q(x) = 3x^3 + (k-5)x^2 + kx + 8$

(a) Sabiendo que $(x-4)$ es uno de los factores de $q(x)$, halle el valor de k. (0,5 puntos)

(b) A partir de lo anterior o de cualquier otro modo factorice $q(x)$ como producto de factores lineales **<u>sin usar la calculadora</u>**. (0,75 puntos)

[Puntuación máxima: 2 puntos] **[Matemáticas NM, Mayo 2013 P2, Ej.6]**

4. Resuelva los siguientes apartados correctamente, (1 + 1 punto)

(a) En el desarrollo de $\left(\frac{x}{a}+\frac{a^2}{x}\right)^6$, donde $a \in \mathbb{R}$, el término constante es igual a 1280. Calcule a.

(b) Uno de los términos del desarrollo de $(\ 2x+p\ )^6$ es $60x^4$. Halle todos los posibles valores de p.

[Puntuación máxima: 2,25 puntos]

5. Resuelva algebraicamente de modo correcto, (1 + 1,25 puntos)

$$a)\ \ 8x^3 - 4x^2 - 2x + 1 < 0 \qquad\qquad b)\ \ \frac{3 - x^2}{x^2 - 9} \leq 1$$

SOLUCIONES A LOS EJERCICIOS Y PROBLEMAS DEL CONTROL Nº 6 DE

ANÁLISIS Y ENFOQUES – MATEMÁTICAS I

[Puntuación máxima: 2,5 puntos] **[Análisis y Enfoques, Mayo 2021 P2, Ej.7]**

1. (a) La función f viene dada por $f(x) = kx^2 - 2kx + (k^2 - 2)$ donde $k \in \mathbb{R}$. Halle el conjunto de valores de k para los que $f(x) = 0$ no presenta soluciones reales. (1 punto)

(b) Ocho corredores participan en una carrera donde no puede haber empates. Andrea y Jack son dos de los ocho participantes en esta carrera. Halle el número total de maneras posibles en las que pueden llegar a meta estos ocho corredores, sabiendo que Jack llega:

(i) Justo una posición después de Andrea. (0,5 puntos)

(ii) En cualquier posición después de Andrea. (1 punto)

(a) La función $\boldsymbol{f}$ viene dada por $\boldsymbol{f(x) = kx^2 - 2kx + (k^2 - 2)}$ donde $\boldsymbol{k \in \mathbb{R}}$. Halle el conjunto de valores de $\boldsymbol{k}$ para los que $\boldsymbol{f(x) = 0}$ no presenta soluciones reales.

Para que no presente soluciones su discriminante tiene que ser negativo. En ese caso,

$$\Delta < 0 \quad \Leftrightarrow \quad (-2k)^2 - 4 \cdot k \cdot (k^2 - 2) < 0 \quad \Leftrightarrow \quad 4k^2 - 4k^3 + 8k < 0$$

Resolvemos la ecuación $4k^2 - 4k^3 + 8k = 0$, extrayendo factor común y resolviendo,

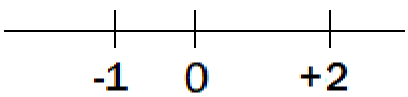
$$4k^2 - 4k^3 + 8k = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 4k \cdot (k - k^2 + 2) = 0 \quad \Leftrightarrow \begin{cases} 4k = 0 \quad \Leftrightarrow \quad k = 0 \\ k - k^2 + 2 = 0 \end{cases}$$

Resolvemos la ecuación, $-k^2 + k + 2 = 0$ mediante la fórmula de la ecuación de segundo grado,

$$k = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 2}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-1 \pm \sqrt{+1 + 8}}{-2} =$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{-2} = \frac{-1 \pm 3}{-2} = \begin{cases} x = \dfrac{-1 + 3}{-2} = \dfrac{2}{-2} = -1 \\ x = \dfrac{-1 - 3}{-2} = \dfrac{-4}{-2} = +2 \end{cases}$$

En tal caso, formamos intervalos y semirrectas para valorar el signo del polinomio en cada uno de ellos,



Estudiamos el signo del polinomio en cada uno de los intervalos y semirrectas,

Intervalos/semirrectas	**Valor de prueba**	$\boldsymbol{-4k\cdot(k+1)\cdot(k-2)}$	<0
$(-\infty-1)$	-2	$(+)\cdot(-)\cdot(-)=(+)$	No
$(-1,0)$	$-0,5$	$(+)\cdot(+)\cdot(-)=(-)$	Sí
$(0,+2)$	$+1$	$(-)\cdot(+)\cdot(-)=(+)$	No
$(+2,+\infty)$	$+3$	$(-)\cdot(+)\cdot(+)=(-)$	Sí

Por lo tanto, los valores de k para los que la ecuación no tiene soluciones reales son,

$$k\in(-1,0)\cup(+2,+\infty)$$

(b) Ocho corredores participan en una carrera donde no puede haber empates. Andrea y Jack son dos de los ocho participantes en esta carrera. Halle el número total de maneras posibles en las que pueden llegar a meta estos ocho corredores, sabiendo que Jack llega:

(i) Justo una posición después de Andrea.

Se trata de una permutación en la que Andrea y Jack son un único elemento. Por lo tanto, solo habrá que permutar 7 elementos.

$$7!=5040 \text{ posibilidades}$$

(ii) En cualquier posición después de Andrea.

- Si Andrea llega la primera, Jack tiene 7 posibilidades diferentes de llegar y el resto de corredores permutarán entre ellos. por lo que las posibilidades de que Andrea llegue primera serán

$$7\cdot 6!$$

- Si Andrea llega la segunda, Jack tiene 6 posibilidades diferentes de llegar y el resto de corredores permutarán entre ellos. por lo que las posibilidades de que Andrea llegue segunda serán

$$6\cdot 6!$$

- Si Andrea llega la tercera, Jack tiene 5 posibilidades diferentes de llegar y el resto de corredores permutarán entre ellos. por lo que las posibilidades de que Andrea llegue tercera serán

$$5\cdot 6!$$

- Si Andrea llega la cuarta, Jack tiene 4 posibilidades diferentes de llegar y el resto de corredores permutarán entre ellos. por lo que las posibilidades de que Andrea llegue cuarta serán

$$4 \cdot 6!$$

- Si Andrea llega la quinta, Jack tiene 3 posibilidades diferentes de llegar y el resto de corredores permutarán entre ellos. por lo que las posibilidades de que Andrea llegue quinta serán

$$3 \cdot 6!$$

- Si Andrea llega la sexta, Jack tiene 2 posibilidades diferentes de llegar y el resto de corredores permutarán entre ellos. por lo que las posibilidades de que Andrea llegue sexta serán

$$2 \cdot 6!$$

- Si Andrea llega la séptima, Jack tiene 1 posibilidad diferente de llegar y el resto de corredores permutarán entre ellos. por lo que las posibilidades de que Andrea llegue séptima serán

$$1 \cdot 6!$$

- Andrea no puede llegar la octava porque entonces Jack no podría llegar detrás

Por lo tanto, las posibilidades de que Jack llegue por detrás de Andrea son:

$$\sum_{n=0}^{7}(7-n)\cdot 6! = 7\cdot 6! + 6\cdot 6! + 5\cdot 6! + 4\cdot 6! + 3\cdot 6! + 2\cdot 6! + 1\cdot 6! =$$

$$= 6!\cdot(1+2+3+4+5+6+7) = 6!\cdot\frac{(1+7)\cdot 7}{2} = 6!\cdot 28 = 20160 \text{ posibilidades}$$

[Puntuación máxima: 2 puntos] **[Matemáticas NM, Mayo 2013 P2, Ej.6]**

2. (a) Demostrar mediante inducción matemática que $\binom{2}{2}+\binom{3}{2}+\binom{4}{2}+\ \dots+\binom{n-1}{2}=\binom{n}{3}$ donde $n\in\mathbb{N},\ n\geq 3$. (1 punto)

(b) Aplique el método de inducción para demostrar que $3^n\geq 1+2n$ donde $n\in\mathbb{N}$. (1 punto)

(a) Demostrar mediante inducción matemática que $\boldsymbol{\binom{2}{2}+\binom{3}{2}+\binom{4}{2}+\ \dots+\binom{n-1}{2}=\binom{n}{3}}$ donde $\boldsymbol{n\in\mathbb{N},\ n\geq 3}$

- **Probamos el caso $\boldsymbol{n=3}$**

$$¿\binom{2}{2}=\binom{3}{3}?$$

Como $\binom{2}{2}=1=\binom{3}{3}$, queda probado el caso n = 3.

- **Suponemos cierto el caso n = k, $\binom{2}{2}+\binom{3}{2}+\binom{4}{2}+\ \dots+\binom{k-1}{2}=\binom{k}{3}$ y probamos el caso $\boldsymbol{n=k+1}$**

$$¿\binom{2}{2}+\binom{3}{2}+\binom{4}{2}+\ \dots+\binom{k-1}{2}+\binom{k+1-1}{2}\overset{¿?}{=}\binom{k+1}{3}?$$

Como

$$\binom{2}{2}+\binom{3}{2}+\binom{4}{2}+\ \dots+\binom{k-1}{2}+\binom{k+1-1}{2}=$$

$$=\left[\binom{2}{2}+\binom{3}{2}+\binom{4}{2}+\ \dots+\binom{k-1}{2}\right]+\binom{k}{2}=$$

Por la hipótesis de inducción,

$$=\left[\binom{k}{3}\right]+\binom{k}{2}=\binom{k}{3}+\binom{k}{2}$$

Utilizando el $Triángulo\ Pascal-Tartaglia$ tendremos que,

$$\binom{k}{3}+\binom{k}{2}=\binom{k+1}{3}$$

Por lo tanto, hemos demostrado el caso $n=k+1$ a partir del caso $n=k$ por lo que la inducción está completa y podemos afirmar que

$$\binom{2}{2}+\binom{3}{2}+\binom{4}{2}+\ \dots+\binom{n-1}{2}=\binom{n}{3}\quad \text{donde } n\in\mathbb{N},\ n\geq 3$$

(b) Aplique el método de inducción para demostrar que $3^n \geq 1 + 2n$ donde $n \in \mathbb{N}$.

- **Probamos el caso $n = 1$**

$$¿\,3^1 \geq 1 + 2 \cdot 1?$$

Como $3^1 = 3 = 1 + 2 \cdot 1$, queda probado el caso n =1.

- **Suponemos cierto el caso $n = k$,** $3^k \geq 1 + 2k$ y **probamos el caso $n = k + 1$**

$$¿\,3^{k+1} \geq 1 + 2 \cdot (k + 1)? \;\Leftrightarrow\; ¿\,3^{k+1} \geq 1 + 2k + 2? \;\Leftrightarrow\; ¿\,3^{k+1} \geq 2k + 3?$$

Como

$$3^{k+1} = 3^k \cdot 3$$

Por la hipótesis de inducción,

$$3^{k+1} = 3^k \cdot 3 \geq (1 + 2k) \cdot 3 = 3 + 6k = 3 + 2k + 4k \geq 3 + 2k$$

Por lo tanto, si es cierto el caso $n = k$ entonces también es cierto el caso $n = k + 1$ y queda completada la prueba de inducción.

En conclusión,

$$3^n \geq 1 + 2n \text{ donde } n \in \mathbb{N}.$$

[Puntuación máxima: 1,25 puntos] **[Matemáticas NS, Mayo 2017 P1, Ej.3]**

3. Considere el polinomio $q(x) = 3x^3 + (k-5)x^2 + kx + 8$

(a) Sabiendo que $(x-4)$ es uno de los factores de $q(x)$, halle el valor de k. (0,5 puntos)

(b) A partir de lo anterior o de cualquier otro modo factorice $q(x)$ como producto de factores lineales **<u>sin usar la calculadora</u>**. (0,75 puntos)

(a) Sabiendo que $(x-4)$ es uno de los factores de $q(x)$, halle el valor de k.

Si $(x-4)$ es factor de $q(x)$ entonces $x = 4$ es raíz de $q(x)$. Por lo tanto,

$$q(4) = 0$$

En eses caso,

$$q(4) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 3 \cdot 4^3 + (k-5) \cdot 4^2 + k \cdot 4 + 8 = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 192 + (k-5) \cdot 16 + 4k + 8 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 200 + 16k - 80 + 4k = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad 120 + 20k = 0 \quad \Leftrightarrow \quad k = -\frac{120}{20} = -6$$

(b) A partir de lo anterior o de cualquier otro modo factorice $q(x)$ como producto de factores lineales <u>sin usar la calculadora</u>.

Aplicamos el método de Ruffini, para $x = 4$ ya que sabemos que es una raíz,

$$\begin{array}{r|rrrr} & +3 & -11 & -6 & +8 \\ +4 & & +12 & +4 & -8 \\ \hline & +3 & +1 & -2 & 0 \end{array}$$

Resolvemos la ecuación $3x^2 + x - 2 = 0$ mediante la fórmula general de la ecuación polinómica de segundo grado,

$$3x^2 + x - 2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2)}}{2 \cdot 3} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{6} =$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{6} = \frac{-1 \pm 5}{6} = \begin{cases} x_1 = \dfrac{-1+5}{6} = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3} \\ x_2 = \dfrac{-1-5}{6} = \dfrac{-6}{6} = -1 \end{cases}$$

Por lo tanto, el polinomio $q(x)$ se escribe como producto de factores lineales según,

$$q(x) = 3 \cdot (x-4) \cdot \left(x - \frac{2}{3}\right) \cdot (x+1)$$

[Puntuación máxima: 2 puntos] **[Matemáticas NM, Mayo 2013 P2, Ej.6]**

4. Resuelva los siguientes apartados correctamente, (1 + 1 punto)

(a) En el desarrollo de $\left(\frac{x}{a}+\frac{a^2}{x}\right)^6$, donde $a \in \mathbb{R}$, el término constante es igual a 1280. Calcule a.

(b) Uno de los términos del desarrollo de $(\,2x+p\,)^6$ es $60x^4$. Halle todos los posibles valores de p.

(a) En el desarrollo de $\left(\frac{x}{a}+\frac{a^2}{x}\right)^6$, donde $a \in \mathbb{R}$, el término constante es igual a 1280. Calcule a.

Aplicando la fórmula del binomio,

$$\left(\frac{x}{a}+\frac{a^2}{x}\right)^6=\sum_{k=0}^{6}\binom{6}{k}\cdot\left(\frac{x}{a}\right)^{6-k}\cdot\left(\frac{a^2}{x}\right)^k=$$

$$=\sum_{k=0}^{6}\binom{6}{k}\cdot\frac{x^{6-k}}{a^{6-k}}\cdot\frac{a^{2k}}{x^k}=\sum_{k=0}^{6}\binom{6}{k}\cdot x^{6-2k}\cdot a^{3k-6}$$

El término independiente o constante será el valor de k tal que,

$$6-2k=0 \quad\Leftrightarrow\quad 6=2k \quad\Leftrightarrow\quad \frac{6}{2}=k \quad\Leftrightarrow\quad 3=k$$

Por lo tanto, el término independiente de la fórmula es,

$$\binom{6}{3}\cdot x^{6-2\cdot 3}\cdot a^{3\cdot 3-6}=\frac{6!}{3!\cdot 3!}\cdot x^0\cdot a^3=20\cdot a^3$$

Por lo tanto,

$$20\cdot a^3=1280 \quad\Leftrightarrow\quad a^3=\frac{1280}{20} \quad\Leftrightarrow\quad a^3=64 \quad\Leftrightarrow\quad a=\sqrt[3]{64}=+4$$

(b) Uno de los términos del desarrollo de $(\,2x+p\,)^6$ es $60x^4$. Halle todos los posibles valores de p.

El binomio de Newton del enunciado tiene el siguiente desarrollo,

$$(\,2x+p\,)^6=\sum_{n=0}^{6}\binom{6}{n}\cdot(2x)^{6-n}\cdot p^n$$

Puesto que damos valores a $n \in \{0,1,2,3,4,5,6\}$, el monomio de grado 4 será para $n=2$,

$$\binom{6}{2}\cdot(2x)^{6-2}\cdot p^2=\frac{6!}{4!\cdot(6-4)!}\cdot 16\cdot x^4\cdot p^2=\frac{6!}{4!\cdot 2!}\cdot 16\cdot x^4\cdot p^2=$$

$$= \frac{6 \cdot 5 \cdot 4!}{4! \cdot 2!} \cdot 16 \cdot x^4 \cdot p^2 = \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} \cdot 16 \cdot x^4 \cdot p^2 = 15 \cdot 16 \cdot x^4 \cdot p^2 = 240 \cdot p^2 \cdot x^4$$

Puesto que el coeficiente de grado 4 es 60 entonces,

$$60 \cdot x^4 = 240 \cdot p^2 \cdot x^4 \quad \Leftrightarrow \quad 60 = 240 \cdot p^2 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{60}{240} = p^2 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{4} = p^2 \quad \Leftrightarrow \quad \pm\sqrt{\frac{1}{4}} = p \quad \Leftrightarrow \quad \pm\frac{1}{2} = p$$

Por lo tanto, p = ½ o p = – ½ .

[Puntuación máxima: 2,25 puntos]

5. Resuelva algebraicamente de modo correcto, (1 + 1,25 puntos)

$$a)\ \ 8x^3 - 4x^2 - 2x + 1 < 0 \qquad\qquad b)\ \ \frac{3 - x^2}{x^2 - 9} \leq 1$$

$a)$ $8x^3 - 4x^2 - 2x + 1 < 0$

Resolvemos la ecuación,

$$8x^3 - 4x^2 - 2x + 1 = 0$$

Mediante la regla de Ruffini, teniendo en cuenta que las posibles raíces racionales del polinomio son,

$$\frac{Divisores(1)}{Divisores(8)} = \frac{\pm 1,}{\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8}$$

En ese caso,

$$\begin{array}{c|cccc} & +8 & -4 & -2 & +1 \\ 1/2 & & +4 & +0 & -1 \\ \hline & +8 & +0 & -2 & 0 \end{array}$$

Por tanto, una raíz es $x = \frac{1}{2}$. Calculamos las demás, igualando a cero el cociente de la división,

$$8x^2 - 2 = 0 \iff 8x^2 = 2 \iff x^2 = \frac{2}{8} \iff x^2 = \frac{1}{4} \iff x = \pm\frac{1}{2}$$

Por lo tanto, las raíces del polinomio son,

$$x = -\frac{1}{2} \ \ , \ x = \frac{1}{2} \ \ (multiplicidad\ 2)$$

Estudiamos ahora el signo del polinomio a partir de su factorización y en los intervalos y semirrectas en los que queda dividida la recta real,

Intervalos/semirrectas	Valor de prueba	$8 \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(x + \frac{1}{2}\right)$	$¿ < 0?$
$\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$	$x = -10$	$(+) \cdot (+) \cdot (-) = (-)$	Sí
$\left(-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}\right)$	$x = 0$	$(+) \cdot (+) \cdot (+) = (+)$	No
$\left(+\frac{1}{2}, +\infty\right)$	$x = 10$	$(+) \cdot (+) \cdot (+) = (+)$	No

En conclusión, los valores que validan la inecuación son $x \in \mathbb{R}$ con $x \in \left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$.

$\boldsymbol{b)}\ \ \dfrac{\mathbf{3-x^2}}{\mathbf{x^2-9}} \leq \mathbf{1}$

Operamos para dejar una sola fracción algebraica minorada por cero según,

$$\frac{3-x^2}{x^2-9} \leq 1 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{3-x^2}{x^2-9} - 1 \leq 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{3-x^2-(x^2-9)}{x^2-9} \leq 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{-2x^2+12}{x^2-9} \leq 0$$

Factorizamos el numerador y el denominador, calculando primeramente las raíces de ambos polinomios,

$$-2x^2+12=0 \quad \Leftrightarrow \quad 12=2x^2 \quad \Leftrightarrow \quad 6=x^2 \quad \Leftrightarrow \quad x=\pm\sqrt{6}$$

$$x^2-9=0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2=9 \quad \Leftrightarrow \quad x=\pm 3$$

Por tanto,

$$\frac{-2x^2+12}{x^2-9} \leq 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{-2\cdot\left(x+\sqrt{6}\right)\cdot\left(x-\sqrt{6}\right)}{(x+3)\cdot(x-3)} \leq 0$$

Estudiamos ahora el signo de la fracción algebraica a partir de las factorizaciones y en los intervalos y semirrectas en los que queda dividida la recta real,

Intervalos/semirrectas	Valor de prueba	$\dfrac{-2\cdot\left(x+\sqrt{6}\right)\cdot\left(x-\sqrt{6}\right)}{(x+3)\cdot(x-3)}$	$¿<0?$
$(-\infty,-3)$	$x=-10$	$\dfrac{(-)\cdot(-)\cdot(-)}{(-)\cdot(-)} = \dfrac{(-)}{(+)} = (-)$	Sí
$\left(-3,-\sqrt{6}\right]$	$x=-2{,}5$	$\dfrac{(-)\cdot(-)\cdot(-)}{(+)\cdot(-)} = \dfrac{(-)}{(-)} = (+)$	No
$\left[-\sqrt{6},+\sqrt{6}\right]$	$x=0$	$\dfrac{(-)\cdot(+)\cdot(-)}{(+)\cdot(-)} = \dfrac{(-)}{(+)} = (-)$	Sí
$\left[+\sqrt{6},+3\right)$	$x=+2{,}5$	$\dfrac{(-)\cdot(+)\cdot(+)}{(+)\cdot(-)} = \dfrac{(-)}{(-)} = (+)$	No
$(+3,+\infty)$	$x=10$	$\dfrac{(-)\cdot(+)\cdot(+)}{(+)\cdot(+)} = \dfrac{(-)}{(+)} = (-)$	Sí

En conclusión, los valores que validan la inecuación son $x\in\mathbb{R}$ con $x\in(-\infty,-3)\cup\left[-\sqrt{6},+\sqrt{6}\right]\cup(+3,+\infty)$.