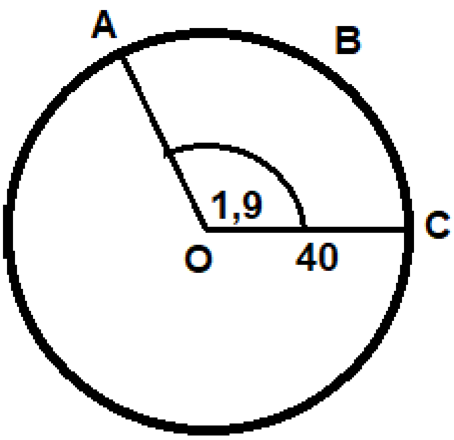
# 1 º BACH. – MATEMÁTICAS I
## TRIGONOMETRÍA. FÓRMULAS DE LA ADICIÓN. RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS

UNIDAD 5

### A. RADIANES. CÍRCULO Y CIRCUNFERENCIA. DEFINICIÓN DE RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

**5.1.** La siguiente figura muestra un círculo de centro $O$ y radio $40\ cm$,



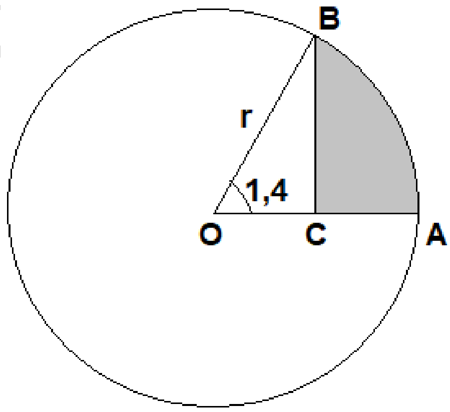

Los puntos $A$, $B$ y $C$ pertenecen a la circunferencia del círculo y $\widehat{AOC} = 1{,}9\ radianes$

a) Halle la longitud del arco $ABC$.

b) Halle el perímetro del sector circular $OABC$

c) Halle el área del sector circular $OABC$.

**5.2.** La siguiente figura muestra un círculo de centro $O$ y radio r $cm$,

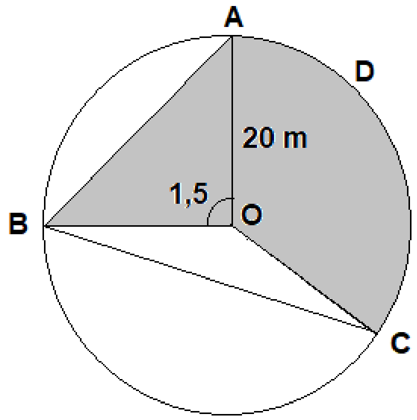



Los puntos $A$ y $B$ pertenecen a la circunferencia y $\widehat{AOB} = 1{,}4\ radianes$. El punto $C$ está situado sobre [O,A] de modo tal que $\widehat{BCO} = \frac{\pi}{2}\ radianes$

a) Compruebe que $OC\ = r \cdot cos\ 1{,}4$

b) El área de la región sombreada es igual a $25\ \ cm^2$. Halle el valor de $r$.

**5.3.** La figura que aparece a continuación muestra una zona de juegos infantiles de forma circular.




El círculo tiene un centro O y un radio de 20 m, y los puntos A, B, C y D están situados sobre el círculo. El ángulo AOB mide 1,5 radianes.

a) Halle la longitud de la cuerda [AB].

b) Halle el área del triángulo AOB.

El ángulo BOC mide 2,4 radianes.

c) Halle la longitud del arco ADC.

d) Halle el área de la región sombreada.

e) Se necesita pintar de rojo la parte sombreada. La primera pintura roja se vende en latas que cuestan \$32 cada una. Una lata alcanza para cubrir 140 $m^2$. ¿Cuánto cuesta entonces la pintura?



**5.4.** Utilizando la calculadora, halla los ángulos de las siguientes razones trigonométricas:

a) sen $\alpha$ = 0,3456 Sol: $\alpha$ = 20º 13’ 7”

b) cos $\alpha$ = 0,5555 Sol: $\alpha$ = 56º 15’ 17”

c) tg $\alpha$ = 1,4572 Sol: $\alpha$ = 55º 32’ 24”

d) cos $\alpha$ = 0,25 Sol: $\alpha$ = 75º 31’ 21”

e) sen $\alpha$ = 0,0525 Sol: $\alpha$ = 3º 34”

**5.5.** Si la sombra de un poste es la mitad de su altura, ¿qué ángulo forman los rayos del sol con el horizonte? Sol: 63º 26’ 6”

## B. PROBLEMAS SOBRE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

**5.11.** Halla los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo del que se conoce: uno de sus ángulos, B = 37º, y su hipotenusa, a = 5’2 m.

**5.12.** Halla los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo del que se conoce: uno de sus ángulos B = 29º, y el cateto opuesto, b = 4’5 m. Solución: C = 61º, a = 9’29 m, c = 8’12 m.

**5.13.** Halla los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo del que se conoce: los dos catetos, b = 3’5m y c = 2’8m.

**5.14.** La sombra de un árbol es de 40 m y el ángulo que forman los rayos solares con el suelo es de 60º, ¿cuál es la altura del árbol?

**5.15.** La base de un triángulo isósceles mide 10 m y el ángulo opuesto 50º. Halla el área.

**5.16.** Las bases de un trapecio isósceles miden 7 y 4 metros; su altura mide 5 metros. Halla los ángulos del trapecio.

**5.17.** De un rombo ABCD se conocen la diagonal AC= 4m. y el lado AB = 5m. Halla los ángulos del rombo y su otra diagonal. Solución: 132º48’, 47º12’, 9’2m.

**5.18.** Una escalera de 11m. está apoyada sobre una pared y forma un ángulo de 40º con el suelo. En un determinado momento la escalera resbala y su punto de apoyo con la pared baja 2m. ¿Qué ángulo formará la escalera con el suelo después del resbalón? ¿Qué espacio habrá retrocedido el punto de apoyo con el suelo?



**5.19.** Halla el área de un pentágono regular de lado 10 m.

**5.20.** Halla el área de un octógono regular de lado 20 cm.

**5.21.** Calcula el lado del pentágono regular inscrito en una circunferencia de radio 10 m.

**5.22.** Calcula la superficie de un pentágono regular de 10 metros de lado y la longitud de la circunferencia circunscrita.

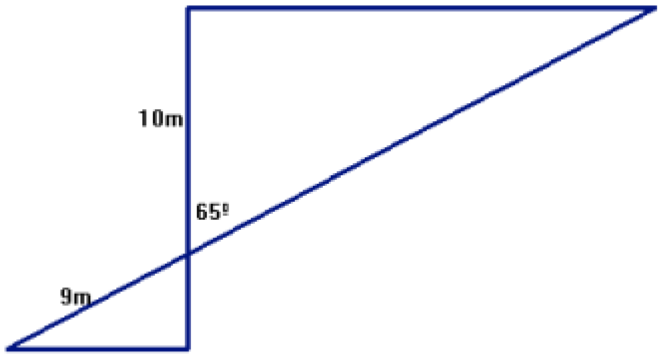
**5.23.** El radio de un polígono regular mide 10 m. ¿Cuánto miden el lado y la apotema? Sol: a = 8,09 m l = 11,76 m

**5.24.** Calcula los ángulos de un rombo cuyas diagonales miden 14 cm y 8 cm. Sol: 120º 30’ 36”; 59º 29’ 23”

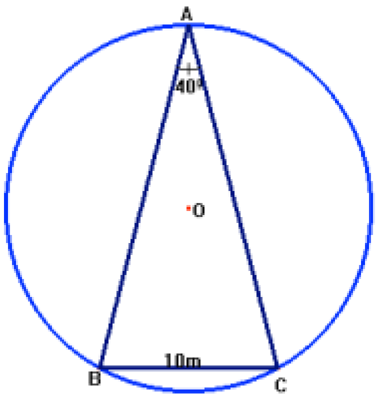
**5.25.** Desde un barco se ve el punto más alto de un acantilado con un ángulo de 74º. Sabiendo que la altura del acantilado es de 200 m, ¿a qué distancia se halla el barco del pie del acantilado? Sol: 57,35 m

**5.26.** En un triángulo isósceles, el lado correspondiente al ángulo desigual mide 7,4 m y uno de los ángulos iguales mide 63º. Halla la altura y el área. Sol: h = 7,26 m, S = 26,86 $m^2$

**5.27.** Calcula el perímetro y la superficie de la siguiente figura:

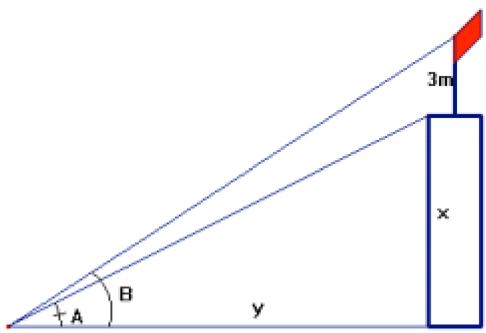



**5.28.** Halla el área del triángulo isósceles de la figura, y el área del círculo:




## C. PROBLEMAS DE DOBLE OBSERVACIÓN

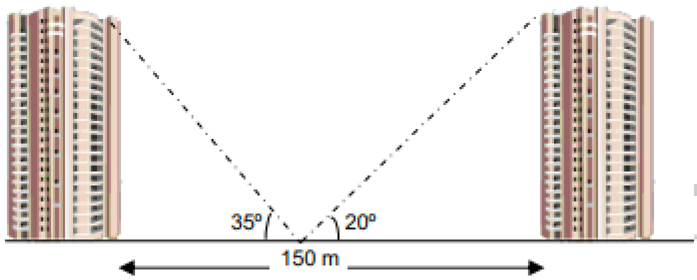
**5.31.** Desde un punto P del suelo vemos una bandera en lo más alto de una torre. Los ángulos A y B de la figura miden 27º y 31º respectivamente. Si el mástil de la bandera mide 3 m, calcula la altura del edificio.



**5.32.** Desde un punto A del suelo se observa una torre, PQ, y se la ve bajo un ángulo $\propto$ = 31º. Se avanza 40 m. en dirección a la torre, se mira y se la ve, ahora, bajo un ángulo $\beta$ = 58º. Halla la altura h de la torre y la distancia de A al pie, Q, de la torre.

**5.33.** Desde un cierto punto del terreno se mira a lo alto de una montaña y la visual forma un ángulo de 50º con el suelo. Al alejarse 200 m de la montaña, la visual forma 35º con el suelo. Halla la altura, h, de la montaña. Solución: 339'6 m.

**5.34.** Dos edificios distan entre sí 150 m. Desde un punto que está entre los dos edificios vemos que las visuales a los puntos más altos de éstos forman con la horizontal ángulos de 35º y 20º, respectivamente. ¿Cuál es la altura de los edificios, si sabemos que los dos miden lo mismo?



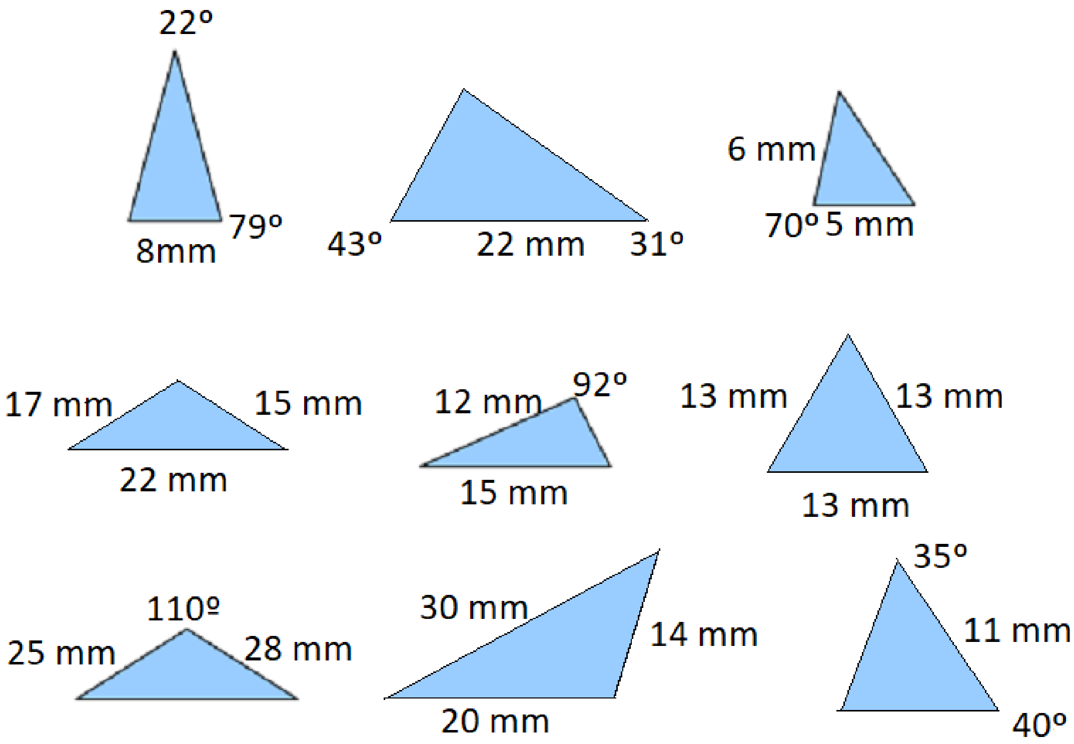

**5.35.** A cierta distancia del punto desde el que se va a elevar un globo aerostático, se ve cómo inicia el ascenso en vertical. Cuando pasa por cierto punto, el ángulo bajo el que se ve el globo es de 25º. Sigue el ascenso y 20 m más arriba el ángulo de visión es de 32º. ¿A qué distancia nos encontramos del punto en que se elevó el globo?

**5.36.** Calcula la altura de la luz de un faro sobre un acantilado cuya base es inaccesible, si desde un barco se toma las siguientes medidas: a) El ángulo que forma la visual hacia la luz con el horizonte es de 25º. b) Si nos alejamos 200 m, dicho ángulo mide 10º.

**5.37.** Desde un punto se observan unos chopos con un ángulo de 36°, si avanzamos hacia ellos en línea recta y los volvemos a observar el ángulo es de 50°. ¿Qué altura tienen los chopos?

## D. PROBLEMAS DE RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS (TEOREMA DEL SENO Y DEL COSENO)

**5.41.** Resuelve los lados y ángulos desconocidos de los siguientes triángulos.



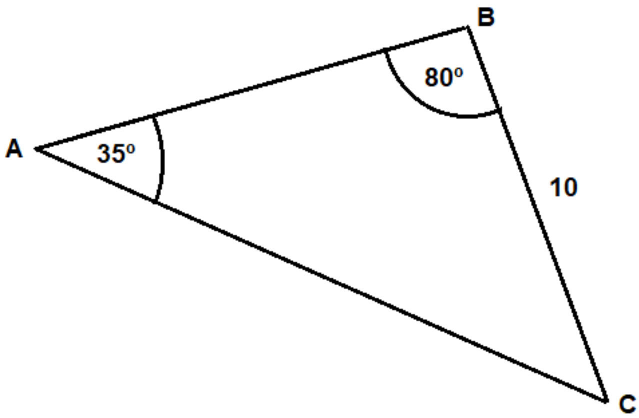

**5.42.** Calcula el área de los triángulos del ejercicio anterior mediante la fórmula de Herón.

**5.43.** Resolver el triángulo ABC tal que a=4.5 cm, B=30º y C= 78º y calcular su área.

**5.44.** Resolver un triángulo sabiendo que a=4.5 cm, B=35º y b=10 cm y calcular su área.

**5.45.** Resolver el triángulo ABC con a=2.3 m, b=160 cm y c= 4 m y calcular su área.

**5.46.** Resolver el triángulo a=3 m, b=5 m, y C= 80°.



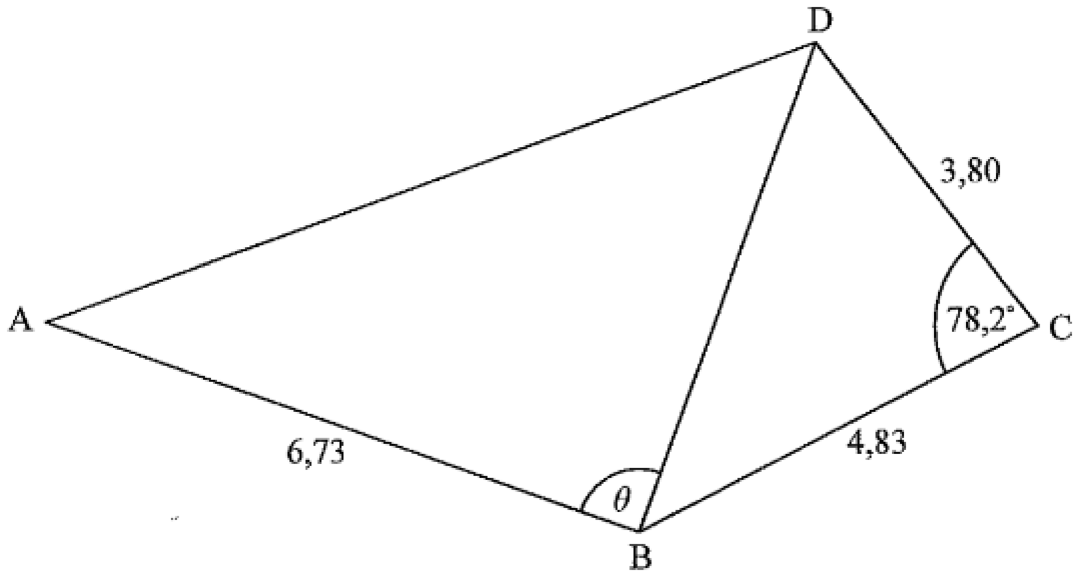

**5.47.** La siguiente figura muestra el triángulo ABC, donde,

$$BC = 10\ cm\,, \widehat{ABC} = 80°\,, \qquad \widehat{BAC} = 35°$$

a) Halle $AC$

b) Halle el área del triángulo $ABC$.

**5.48.** a siguiente figura muestra el cuadrilátero $ABCD$.



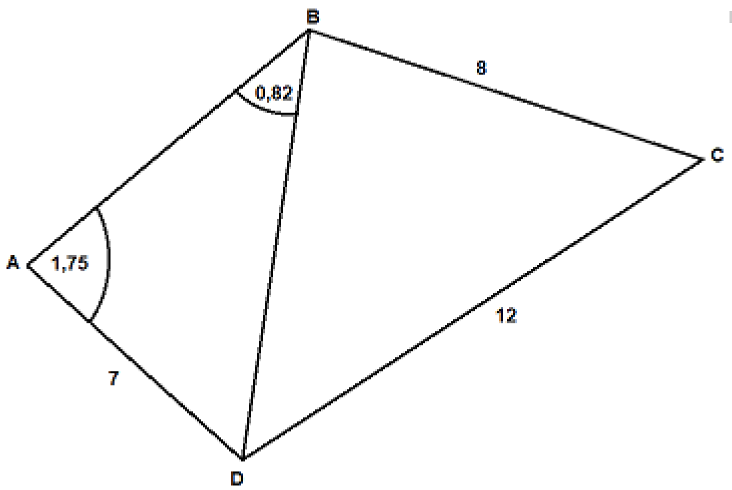

$AB = 6{,}73\ cm, BC = 4{,}83\ cm, \widehat{BCD} = 78{,}2°\ y\ CD = 3{,}8\ cm.$

a) Halle $BD$

b) El área del triángulo $ABD$ es 18,5 $cm^2$. Halle los posibles valores de $\theta$.



**5.49.** La siguiente figura muestra un cuadrilátero ABCD.




$AD = 7\ cm, BC = 8\ cm\ , CD = 12\ cm\ , DAB = 1{,}75\ radianes\ , ABD = 0{,}82\ radianes$

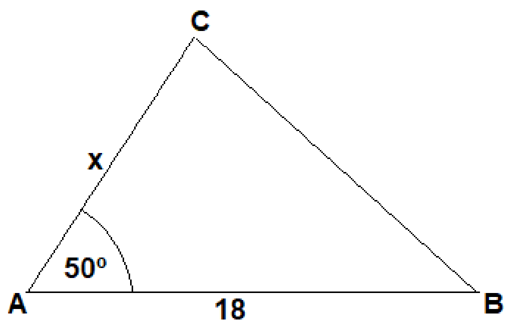
a) Halle $BD$

b) Halle $\widehat{DBC}$

**5.50.** Uno de los lados de un triángulo es doble que otro y el ángulo comprendido entre los dos lados es 60º. Halla los otros dos ángulos del triángulo.

**5.51.** Los lados de un triángulo miden 13 m, 14 m y 15 m. Calcular los ángulos del triángulo y su área.

**5.52.** La siguiente figura muestra el triángulo ABC,



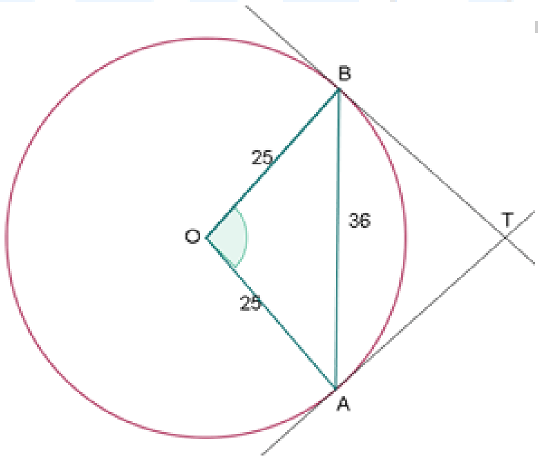

El área del triángulo ABC es 80 $cm^2$, $AB = 18\ cm$ , $AC = x\ cm$ y $\widehat{BAC} = 50°$

a) Halle $x$

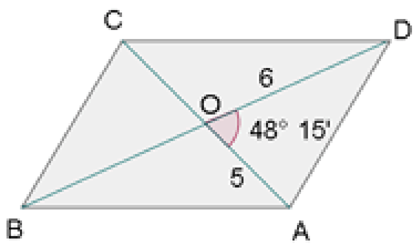
b) Halle $BC$.



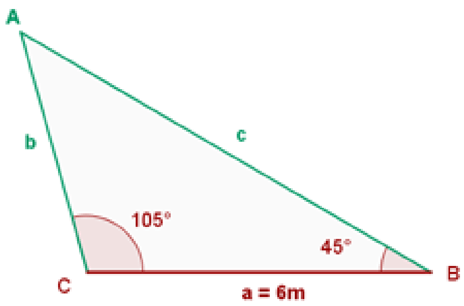
**5.53.** El radio de una circunferencia mide 25 m. Calcula el ángulo que formarán las tangentes a dicha circunferencia, trazadas por los extremos de una cuerda de longitud 36 m.




**5.54.** Las diagonales de un paralelogramo miden 10 cm y 12 cm, y el ángulo que forman es de 48° 15'. Calcular los lados.



**5.55.** De un triángulo sabemos que: a = 6 m, B = 45° y C = 105°. Determina los restantes elementos.




**5.56.** En el triángulo $ABC$, $AB = 6\ cm$ y $AC = 8cm$,

a) El área del triángulo es igual a $16\ cm^2$. Halle los dos posibles valores de $\hat{A}$.

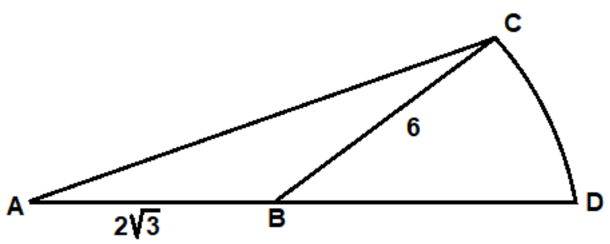
b) Sabiendo que $\hat{A}$ es obtuso, halle $BC$.

**5.57.** Las diagonales de un paralelogramo miden 5 y 6 cm., respectivamente y se cortan bajo un ángulo de 50°. Hallar el perímetro del paralelogramo.

**5.58.** Tres pueblos A, B y C están unidos por carreteras rectas y llanas. La distancia entre A y B es de 6 km, la distancia entre B y C es de 9 km y el ángulo que forma la carretera que pasa por A y B con la que pasa por B y C es de 120º. ¿Cuánto distan los pueblos A y C?

**5.59.** Un carpintero debe hacer una mesa triangular de tal forma que un lado mida 2 m, otro 1.5 m y el ángulo opuesto al primer lado debe ser 40°. ¿Lo conseguirá? Explica por qué si o por qué no argumentando con cuentas correctas.

**5.60.** La siguiente figura muestra un triángulo ABC y un sector circular $BDC$ de un círculo de centro B y radio 6 cm. Los puntos $A$, $B$ y $D$ pertenecen a la misma recta.




$AB = 2\sqrt{3}\ cm, BC = 6\ cm$ , $área\ del\ triángulo, ABC = 3\sqrt{3}\ cm^2$ , $\widehat{ABC}\ es\ obtuso.$

a) Halle $\widehat{ABC}$

b) Halle el área exacta del sector circular $BDC$

**5.61.** Un barco está navegando en dirección rote desde el punto A hacia el punto D.

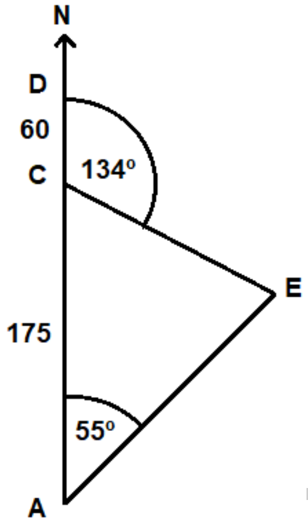
El punto C se encuentra a 175 m al norte de A. El punto D se encuentra a 60 km al norte de C. En E hay una isla. La demora de E desde A es de 55º. La demora de E desde C es de 134º. Esta información se muestra en la siguiente figura.

a) Halle la demora de $A$ desde $E$.

b) Halle $CE$

c) Halle $DE$.

d) Cuando el barco llega a $D$, cambia la dirección y navega directamente hacia la isla a $50\ km$ por hora. En el mismo momento que el barco cambia de dirección, un velero empieza a navegar hacia la isla desde un punto $B$. Este punto $B$ se encuentra en $(AC)$ entre $A$ y $C$, y es el punto más próximo a la isla. El barco y el velero llegan a la isla al mismo tiempo. Halle la velocidad del velero.






## E. CÁLCULO DE RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

**5.71.** Resuelve los siguientes apartados:

a) Si cos Â = 1/2 ; calcula sen Â y tg Â

b) Si sen Â = 4/5; calcula cos Â y tg Â

**5.72.** Utilizando la calculadora, halla las siguientes rezones trigonométricas redondeando a 4 decimales:

f) sen 34º 35’ 57” Sol: 0,5678

g) cos 85º 7’ 23” Sol: 0,0850

h) tg 87º 33” Sol: 19,1397

i) sen 43º 35’ Sol: 0,6894

**5.73.** Sabiendo que sen α =0´3 , halla el resto de las razones trigonométricas.

**5.74.** Sabiendo que cos α = 3/4, halla el resto de las razones trigonométricas.

**5.75.** Sabiendo que tgα = 5/4, halla el resto de las razones trigonométricas.

**5.76.** Calcula el seno y el coseno de un ángulo cuya tangente vale 0'7.

Sol: sen α = 0,57; cos α = 0,82

**5.77.** Calcula el seno y el coseno de un ángulo cuya tangente vale 0'7. Sol: sen α = 0,57; cos α = 0,82

**5.78.** Calcula el valor exacto de las razones trigonométricas que faltan y el ángulo $\alpha$ es del primer cuadrante y cumple que,

| | | | |
|---|---|---|---|
| $sen\ \alpha$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | | |
| $cos\ \alpha$ | | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | |
| $tg\ \alpha$ | | | 2 |
| $\alpha$ | | | |



**5.79.** Comprobar las siguientes igualdades trigonométricas:

$a)\ \dfrac{1-sen^2 x}{\cos x}=\cos x$

$b)\ (1+tg\ x)\cdot(sen\ x+cos\ x)=\dfrac{1}{\cos x}+2tg\ x$

$c)\ tan\ x+\dfrac{1}{\tan x}=\dfrac{\tan x}{1-\cos^2 x}$

$d)\ sen\ x\cdot\cos x\cdot\tan x=1-\cos^2 x$

$e)\ \dfrac{sen\ x\cdot\cos x}{sen^2 x-\cos^2 x}=\dfrac{\tan x}{\tan^2 x-1}$

$f)\ \dfrac{1-sen\ x}{\cos x}=\dfrac{\cos x}{1+sen\ x}$

## F. FÓRMULAS DE LA ADICIÓN

**5.81.** Si sabemos que $cos\ 78° = 0{,}2079$ y $sen\ 37° = 0{,}6018$, calcula mediante las fórmulas de adición,

$a)\ sen\ 41°$ $\quad b)\ cos\ 41°$ $\quad c)\ tan\ 41°$

$d)\ sen\ 115°$ $\quad f)\ cos\ 115°$ $\quad g)\ tan\ 115°$

$h)\ sen\ 74°$ $\quad i)\ cos\ 74°$ $\quad j)\ tan\ 74°$

**5.82.** Si $sen\, x = \frac{12}{13}$ y $sen\, y = \frac{4}{5}$ calcular:

$a)\ sen\,(x + y)$ $\quad b)\ sen\,(x - y)$ $\quad c)\ cos\,(x + y)$ $\quad d)\ cos\,(x - y)$

**5.83.** Si $\alpha$ es un ángulo del segundo cuadrante con $sen\,\alpha = \frac{1}{2}$, aplica las fórmulas de la adición, para calcular,

$a)\ sen(180° + \alpha)$ $\quad b)\ \cos(60° - \alpha)$ $\quad c)\ \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$

$d)\ \text{sen}\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$ $\quad e)\ \tan\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$ $\quad f)\ \tan\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$

**5.84.** A partir de las razones trigonométricas de $30°, 45°, 60°, 90°, 180°\ y\ 270°$ calcular,

$a)\ sen\ 105°$ $\quad b)\ \ tg\ 165°$ $\quad c)\ cos\ 240°$ $\quad d)\ cos\ 365º$

**5.85.** Si sen x = 3/5 y π/2 < x < π, calcula sen(x + 3π/4 ); cos(x + 3π/4) . ¿En qué cuadrante estará x + 3π/4 ?

**5.86.** Si sen x = 15/17 y π < x < 3π/2, calcula sen(x - π/3 ); cos(x - π/3) .¿En qué cuadrante estará x - π/3 ?

**5.87.** Verificar las siguientes igualdades,

$a)\ \ \tan(45° + A) = \frac{1 + tg\ A}{1 - tg\ A}$ $\qquad b)\ \ \text{sen}(A + 45) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot (sen\ A + \cos B)$



**5.88.** Comprobar que,

$$sen\ b \cdot \cos(a - b) + cosb \cdot sen(a - b) = sen\ a$$

**5.89.** Simplifica al máximo mediante transformaciones trigonométricas:

$a)\ \frac{\sec x - \cos x}{cosec\ x - sen\ x}$ $\qquad b)\ \frac{1 + \tan x}{\sec x}$

$c)\ \frac{sen\ x \cdot sen(\pi + x)}{\cos(\pi + x) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}$ $\qquad d)\ \frac{\tan x \cdot sen\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{\tan(\pi + x) \cdot \cos x}$

**5.90.** Comprobar las siguientes igualdades,

$a)\ sen(x+y)\cdot sen(x-y) = sen^2x - sen^2y$ $\qquad b)\ \cos(x+y)\cdot\cos(x-y) = \cos^2 x - sen^2y$

$c)\ tg\,x\cdot tg\,y + \dfrac{tg\,x + tg\,y}{tg(x+y)} = 1$ $\qquad d)\ tg(x+y)\cdot tg(x-y) = \dfrac{\cos^2 y - \cos^2 x}{\cos^2 y - sen^2x}$

## G. ÁNGULO DOBLE Y ÁNGULO MITAD

**5.91.** Sabiendo que $x \in \left(0,\ \frac{\pi}{2}\right)$ es un ángulo en radianes, hallar $sen\ 2x, cos\ 2x\ y\ tg\ 2x$ en cada caso,

a) $sen\,x = \frac{1}{2}$ $\qquad$ b) $\cos x = \frac{3}{5}$ $\qquad$ c) $tan\ x = 2$

**5.92.** Si $x \in \left(\frac{\pi}{2},\ \pi\right)$ es un ángulo en radianes, resolver el ejercicio anterior.

**5.93.** Sabiendo que $sen\ x = \frac{4}{5}$ y que $x \in \left(0,\ \frac{\pi}{2}\right)$ calcula

a) $sen\ 2x$ $\qquad$ b) sen $3x$ $\qquad$ c) sen $4x$

**5.94.** Simplificar,

$a)\ \dfrac{sen\ (a+b)\cdot sen(a-b)}{\cos a + \cos b}$ $\qquad b)\ \dfrac{sen\ 2a}{1+\cos 2a}$



**5.95.** Sabiendo que $x \in \left(0,\ \frac{\pi}{2}\right)$ es un ángulo en radianes, hallar $sen\frac{x}{2}\ \ y\ \ cos\frac{x}{2}$ en cada caso,

a) $sen\ x = \frac{3}{4}$ $\qquad$ b) $\cos x = \frac{3}{5}$

**5.96.** Comprobar las siguientes igualdades,

$a)\ sen(3x) = 3\ sen\ x - 4sen^3x$ $\qquad b)\ \cos(2x) = 1 - 2sen^2x$

$c)\ sen^3x + \cos^3 x = (sen\ x + \cos x)\cdot(1 - sen\ x\cdot\cos x)$ $\qquad d)\ \cos^4 x - sen^4x = \cos 2x$

**5.97.** Desarrollar las siguientes igualdades al máximo,

$a)\ sen(x+y+z)$ $\qquad b)\ \cos(x+y+z)$

## H. ECUACIONES Y SISTEMAS TRIGONOMÉTRICOS

**5.101.** Resuelve Las siguientes ecuaciones trigonométricas dando todas las posibles soluciones,

$a)\ 2sen^2x - \cos x = 1$ $\quad b)\ 3cotan\ x - 1 = 0$ $\quad c)\ 2\cos^2 x - 1 = 0$

$c)\ 2\,\text{sen}\,2x = \sqrt{3}$ $\quad d)\ \cos^2 2x + \cos 2x = 0$ $\quad e)\ \tan^2 x + 1 = 2\tan x$

**5.102.** Resuelve Las siguientes ecuaciones trigonométricas dando todas las posibles soluciones,

$a)\ \cos 4x + \cos 2x = sen\ 4x - sen\ 2x$ $\quad b)\ \cos 8x + \cos 6x = 2\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right)\cdot\cos x$

$c)\ \cos 2x - \cos 6x = sen\ 5x + sen\ 3x$ $\quad d)\ sen\ 6x + sen\ 2x = 2sen\ 4x$

$f) sen\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + sen\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 0$ $\quad g)\ tg\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + tg\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 2cotg\ x$

**5.103.** Resuelve Las siguientes ecuaciones trigonométricas dando todas las posibles soluciones,

$a)\ \cos^2 x - 3sen^2x = 0$ $\quad b)\ 2\tan x - 3cotan\ x - 1 = 0$ $\quad c) 2\tan^2 x - 3\tan x + 1 = 0$

$c)\ \cos 2x - sen^2x - 1 = 0$ $\quad d)\ sen\ 2x + \cos x = 0$ $\quad e)\ \tan x + 2sen\ x = 0$

$f)\ \cos 2x = 1 - 4sen\ x$ $\quad g)\ sen\ 2x\cdot\cos x = 6sen^2x$ $\quad h)\ \cos 2x + 5\cos x + 3 = 0$

$i)\ sen^2 2x + \cos 2x = 3$ $\quad j)\ \tan 2x + \tan x = 1$ $\quad k)\ \cos 2x = 5 - 6sen^2x$



**5.104.** Resuelve los siguientes sistemas trigonométricos dando todas las posibles soluciones,

$$a)\ \left.\begin{array}{r} sen\ x + sen\ y = \frac{\sqrt{3}+1}{2} \\ cosec\ x - \text{sen}\,y = \frac{\sqrt{3}-1}{2}\end{array}\right\}$$

$$b)\ \left.\begin{array}{r} sen\ x\cdot + sen\ y = 3/2 \\ cos\ \left(\frac{x-y}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}\end{array}\right\}$$

$$c)\ \left.\begin{array}{r} sen\ x\cdot + sen\ y = 3/2 \\ cos\ \left(\frac{x-y}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}\end{array}\right\}$$

$$d)\ \left.\begin{array}{r} sen\ x + \cos y = \sqrt{2} \\ cosec\ x + \sec y = 2\sqrt{2}\end{array}\right\}$$

$$e)\ \left.\begin{array}{r} sen\ x\cdot\cos y = 3/4 \\ cos\ x\cdot sen\ y = 1/4\end{array}\right\}$$

$$f)\ \left.\begin{array}{r} tan\ x + tan\ y = 1 \\ cotan\ (x+y) = 3/4\end{array}\right\}$$

$$g)\ \left.\begin{array}{r} x + y = 2\pi/3 \\ sen\ x - sen\ y = 0{,}5\end{array}\right\}$$

$$h)\ \left.\begin{array}{r} \cos(x+y) = 1/2 \\ cos\ (x-y) = 1/2\end{array}\right\}$$

$$i)\ \left.\begin{array}{r} sen\ (x+y) - \cos x\cdot\cos y = 0 \\ \tan y = 1\end{array}\right\}$$

$$j)\ \left.\begin{array}{r} tg\ 2x = cotg\ y \\ tg\ x = cotg\ 2y\end{array}\right\}$$

$$k)\ \left.\begin{array}{r} x + y = \pi/4 \\ \sqrt{2}\cdot cos\ x\cdot\cos y = 1\end{array}\right\}$$

$$l)\ \left.\begin{array}{r} sen\ 2x + \cos 2x = 0 \\ \tan y = 2\end{array}\right\}$$