A. Distribución Binomial.

6.1. Se lanza una moneda trucada 5 veces. Según parece la probabilidad de cara es de 1/3. Calcular las probabilidades siguientes:

a) Probabilidad de que obtengamos cinco caras.
b) Probabilidad de que obtengamos tres cruces.
c) Probabilidad de que obtengamos menos de tres cruces.
d) Probabilidad de que obtengamos al menos cuatro caras.
e) Calcular el número esperado de caras que aparecerán y la deviación típica.

6.2..El 10 % de los huevos de un supermercado están rotos. Halla la probabilidad de que un cliente que compra media docena de huevos encuentre como mucho un huevo roto.

6.3. Se estima que un jugador de tenis tiene una probabilidad de ganar un partido del 85 % cuando se enfrenta con otro jugador determinado. Si se enfrentan cinco veces seguidas,

a) ¿Cuál es la probabilidad de ganar todos los partidos?
b) ¿Cuál es la probabilidad de ganar un solo partido?
c) ¿Cuál es la probabilidad de ganar más de dos partidos?
d) ¿Cuál es la probabilidad de ganar menos de tres partidos?
e) Calcular el número esperado de partidos que ganará y su deviación típica.

6.4. En una bolsa hay tres bolas blancas y dos negras. Se saca una bola y se anota su color para luego volverse a introducir en la bolsa. Se hacen cuatro extracciones. Calcula:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que aparezcan cuatro bolas blancas?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que aparezca al menos una bola negra?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que aparezcan tantas bolas blancas como negras?
d) ¿Cuál es la probabilidad de que salgan menos de dos bolas negras?
e) Calcular el número esperado de bolas blancas que aparecerán y su deviación típica.

6.5. En un centro comercial de una ciudad se sabe que el 54 % de las compras realizadas se efectúan mediante tarjeta de crédito. En un día cualquiera se realizan 250 compras en el centro comercial.

a) ¿Cuál es el número esperado de compras que han sido pagadas con tarjeta de crédito?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que hayan sido pagadas con tarjeta de crédito entre 130 y 145 transacciones?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que más de 115 no se paguen con tarjeta de crédito?
d) Calcular el número esperado de compras con tarjeta y su deviación típica

6.6. La probabilidad de que un cierto equipo de fútbol gane un partido es ¼. Suponiendo que va a jugar cuatro partidos, hállese la probabilidad de que a) Gane la mitad de los partidos b) Gane más de la mitad de los partidos.

6.7. Al estudiar el género del alumnado de un determinado instituto comprobamos que hay un 55 % de alumnas. Si tomamos una muestra al azar entre el alumnado de 25 personas,

a) ¿Cuál es la probabilidad de que haya en la muestra 15 alumnas?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que hay en la muestra 10 alumnos?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que haya como mucho 22 alumnas?
d) ¿Cuál es la probabilidad de que haya como mínimo 23 alumnos?
e) ¿Cuál es la probabilidad de que haya entre 14 y 17 alumnas?
f) Calcular el número esperado de alumnas en la muestra, su varianza y su desviación típica.

6.8. Se ha estudiado que 1/3 de los alumnos de Bachillerato no leen nunca la prensa diaria. Tomando una muestra al azar de 10 alumnos estudiar las probabilidades siguientes:

a) Encontrar dos alumnos que no leen la prensa
b) Más de tres alumnos que no leen la prensa.
c) Por lo menos cinco alumnos que no leen la prensa

6.9. Minuciosos estudios han permitido establecer que el 20% de los tornillos fabricados por una cierta máquina son defectuosos. Si se eligen al azar 7 tornillos fabricados por ella, hállese la probabilidad de que

a) Ninguno sea defectuoso
b) Por lo menos tres sean defectuosos
c) Haya entre 3 y 5 defectuosos.

6.10. Un vendedor de seguros vende pólizas a cinco personas, todas ellas de la misma edad y con buena salud. Según las tablas actuariales, la probabilidad de que una persona en tales condiciones viva 30 años o más es 2/3. Hállese la probabilidad de que al cabo de 30 años vivan:

a) Las cinco personas
b) Por lo menos tres personas
c) Sólo dos personas

6.11 Un examen tipo "test" consta de cinco preguntas, en cada una de las cuales se adjuntan tres posibles respuestas de las que sólo una es correcta. Para superar el examen, se exige acertar un mínimo de tres respuestas. ¿Qué probabilidad hay de que una persona aprueba el examen si responde al azar?

6.12. De una urna que contiene 50 bolas blancas y 10 negras se extraen seis bolas, de una en una y devolviendo cada vez la bola a la urna. ¿Cuál es la probabilidad de que más de la mitad sean negras?

6.13. Se lanza un dado cúbico no trucado 216 veces. Calcúlese el número de veces que cabe esperar que aparezca el 3. Hállese la varianza de la distribución correspondiente.

6.14. Se lanzan dos dados cinco veces, anotando cada vez la suma de puntos alcanzada. Hállese la probabilidad de que se obtenga como suma un número primo al menos dos veces.

6.15. Se ha comprobado que el 2 por mil de las piezas producidas por una fabrica son defectuosas. En una partida de 50000 piezas, ¿cuántas se puede esperar que sean defectuosas?. Hállese la desviación típica de la variable que describe el número de piezas defectuosas

6.16. Lanzamos cinco dados, y cobramos tantos euros como veces aparezca el 1. ¿Resulta rentable participar en ese juego si nos cobran 6 euros por jugada?

B. Distribución de Poisson

6.21. Si las llamadas telefónicas a una centralita siguen una distribución de Poisson de parámetro $\lambda = 3$ llamadas en cinco minutos, calcular la probabilidad de:

a) Seis llamadas en cinco minutos.

b) Tres llamadas en cinco minutos.
c) Más de dos en cinco minutos.
d) Entre tres y seis llamadas en cinco minutos.
e) Calcule la media, la varianza y la desviación estándar de la distribución.

6.22. En un hospital de una ciudad se está estudiando los nacimientos de bebés varones. Se sabe que en una semana nacen una media de siete varones. La distribución que sigue el número de nacimientos en el hospital sigue una Poisson. Calcular:

a) Probabilidad de que nazcan 3 varones en una semana
b) Probabilidad de que nazcan menos de 3 varones en una semana.
c) Probabilidad de que nazcan al menos 2 varones en una semana.
d) Calcule la media, la varianza y la desviación estándar de la distribución.

6.23. Una veterinaria recibe en promedio de 4 pacientes al día de trabajo. Sabiendo que el número de pacientes que llegan en un día sigue una distribución de Poisson, calcular:

a) La probabilidad de que lleguen 3 pacientes en un día de trabajo.
b) La probabilidad de que no haya pacientes un día de trabajo.
c) La probabilidad de que llegue al menos dos pacientes en un día de trabajo.
d) La probabilidad de que haya entre 5 y 7 pacientes en un día de trabajo.
e) Calcule la media, la varianza y la desviación estándar de la distribución.

6.24. Un vendedor de seguros de vida vende en promedio 3 polizas por semana. Si el número de seguros de vida sigue una distribución de Poisson. Calcular la probabilidad de que …

a) Que venda alguna póliza en una semana.
b) que venda 2 o más pólizas pero menos de 5 en una semana.
c) Suponiendo que hay 5 días de trabajo por semana. ¿Cuál es la probabilidad de que en un día dado venda una póliza?
d) Calcule la media, la varianza y la desviación estándar de la distribución.

6.25. Supongamos que el número de imperfecciones en un alambre delgado de cobre por milímetro sigue una distribución Poisson con una media de 2.4 imperfecciones por milímetro.

(a) Determine la probabilidad de 2 imperfecciones en un milímetro de alambre.
(b) Determine la probabilidad de menos de 2 imperfecciones en un milímetro de alambre.
(c) Determine la probabilidad de 10 imperfecciones en 5 milímetros de alambre.
(d) Determine la probabilidad de al menos una imperfección en 2 mm de alambre.

6.26. Una empresa electrónica observa que el número de componentes que fallan antes de cumplir 100 horas de funcionamiento es una variable aleatoria de Poisson. Si el número promedio de estos fallos es ocho,

a) ¿cuál es la probabilidad de que fallen tres componentes antes de cumplir 100 horas?
b) ¿cuál es la probabilidad de que fallen al menos dos componentes antes de cumplir 100 horas?
c) ¿cuál es la probabilidad de que falle un componente en 25 horas?
d) ¿y de que fallen no más de dos componentes en 50 horas?
e) ¿cuál es la probabilidad de que fallen por lo menos diez en 125 horas?

6.27. El número de piezas por minuto que llegan a una máquina en una industria automovilística es una variable aleatoria X que sigue una distribución de Poisson de parámetro λ. Si en un período de 120 segundos ya han llegado al menos 3 piezas, ¿cuál es la probabilidad de que en ese período lleguen como mucho 2 piezas más?

C. Variables discretas. Parámetros. Variables independientes.

6.31. Se considera la variable aleatoria discreta X con distribución de probabilidades,

X	0	2	4	6	8	10
P(X)	0,35	0,25	0,15	0,05	p	0,1

a) Calcula la probabilidad de que la variable sea menor que 5.

b) Calcula la probabilidad de X = 8.

c) Calcula la probabilidad de que X como mínimo sea 2,4 y como máximo 6.

d) Calcula la esperanza o valor esperado de la variable X.

e) Calcula la varianza y la desviación típica de la variable X.

Si las variables aleatorias X e Y son independientes entonces

$$\boldsymbol{p(X=i,Y=j)=P(X=i\cap Y=j)}$$
$$\boldsymbol{=P(X=i)\cdot P(Y=j)}$$

6.32. Sea una variable X que se distribuye normalmente según $\mu = 3\ \ y\, \sigma = 1{,}5$. Sea una variable Y, independiente a la anterior, que se distribuye mediante una normal de media 2 y varianza 4.

a) Calcula la probabilidad de que X sea mayor que 3,5 e Y menor que 4.
b) Calcula la probabilidad de que tanto X como Y sean superiores a 2.
c) Calcula la probabilidad de que X sea menor o igual que 2,5 e Y sea mayor que 1,5.
d) Calcula la probabilidad de que X sea mayor que 3,5 e Y < 4.
e) Sabiendo que X es mayor que 3, calcular la probabilidad de que Y sea menor que 2.

6.33. Consideramos una variable aleatoria discreta X con distribución de probabilidades,

X	− 3	− 1	+ 1	+ 3	+ 5
P(X)	0,12	0,23	p	0,27	0,25

a) Calcula el valor de p.

b) Calcula la media y la desviación típica de X.

Sea una variable $\equiv N(-1, 2)$ que es independiente de la variable X. Calcula,

a) $P(X < 1{,}2 \cap Y \geq 0)$

b) $P(X = 1 \cap Y < 1{,}4)$

6.34. Sean dos variables aleatorias X e Y independientes cuyas funciones de masa y valores soporte son,

X	0	1	2	3		Y	− 1	0	+1
P(X)	0,1	0,3	p	0,2		P(Y)	0,2	0,6	0,3

a) Calcula el valor de p.

b) Calcula la media y la desviación típica de X.

c) Calcula la media y la desviación típica de Y.

d) Calcula $P(X = 2, Y = 0)$

d) Calcula $P(X < 2, Y > 0)$

6.35. Sean dos variables binomiales $\equiv B(5, 0´2)$ e Y$\equiv B(3, 0´5)$ independientes,

a) Calcula la media y la desviación típica de X.

b) Calcula la media y la desviación típica de Y.

c) Calcula $P(X = 5, Y = 1)$

d) Calcula $P(X < 1, Y > 1)$

D. Variables discretas. Parámetros. Variables independientes.

6.41. Se considera la variable aleatoria discreta X con distribución de probabilidades,

X	0	2	4	6	8	10
P(X)	0,35	0,25	0,15	0,05	p	0,1

a) Calcula la probabilidad de que la variable sea menor que 5.

b) Calcula la probabilidad de X = 8.

c) Calcula la probabilidad de que X como mínimo sea 2,4 y como máximo 6.

d) Calcula la esperanza o valor esperado de la variable X.

e) Calcula la varianza y la desviación típica de la variable X.

6.42. Sea una variable X que se distribuye normalmente según $\mu = 3\ y\ \sigma = 1{,}5$. Sea una variable Y, independiente a la anterior, que se distribuye mediante una normal de media 2 y varianza 4.

f) Calcula la probabilidad de que X sea mayor que 3,5 e Y menor que 4.
g) Calcula la probabilidad de que tanto X como Y sean superiores a 2.
h) Calcula la probabilidad de que X sea menor o igual que 2,5 e Y sea mayor que 1,5.
i) Calcula la probabilidad de que X sea mayor que 3,5 e Y < 4.
j) Sabiendo que X es mayor que 3, calcular la probabilidad de que Y sea menor que 2.

6.43. Consideramos una variable aleatoria discreta X con distribución de probabilidades,

X	− 3	− 1	+ 1	+ 3	+ 5
P(X)	0,12	0,23	p	0,27	0,25

c) Calcula el valor de p.
d) Calcula la media y la desviación típica de X.

Sea una variable $\equiv N(-1, 2)$ que es independiente de la variable X. Calcula,

c) $P(X\ <\ 1{,}2\ \cap\ Y \geq 0)$
d) $P(X =\ 1\ \cap\ Y < 1{,}4)$

6.44. Sean dos variables aleatorias X e E independientes cuyas funciones de masa y valores soporte son,

X	0	1	2	3		Y	-1	0	+1
P(X)	0,1	0,3	p	0,2		P(Y)	0,2	0,6	0,3

a) Calcula el valor de p.

b) Calcula la media y la desviación típica de X.

c) Calcula la media y la desviación típica de Y.

d) Calcula $P(X = 2, Y = 0)$

d) Calcula $P(X < 2, Y > 0)$

6.45. Sean dos variables binomiales $\equiv B(5, 0´2)$ e Y$\equiv B(3, 0´5)$ independientes,

a) Calcula la media y la desviación típica de X.

b) Calcula la media y la desviación típica de Y.

c) Calcula $P(X = 5, Y = 1)$

d) Calcula $P(X < 1, Y > 1)$