A. CÁLCULO DE INTEGRALES DEFINIDAS

4.1. Calcula las siguientes integrales definidas aplicando la regla de Barrow,

$a)\ \int_1^2 \frac{1}{x+2}\,dx$ $b)\ \int_0^3 (2x+1)^5\,dx$ $a)\ \int_0^1 x^2\cdot e^{x^3}\,dx$

$d)\ \int_3^4 \frac{1}{x^2-4}\,dx$ $e)\ \int_2^3 \frac{x}{x-1}\,dx$ $f)\ \int_1^e \frac{\ln x}{x}\,dx$

$g)\ \int_{1/2}^{e/2} \ln(2x)\,dx$ $h)\ \int_0^{\pi/2} \cos x\cdot sen^2\,x\,dx$ $i)\ \int_0^{1/4} \arctan(2x)\,dx$

B. CÁLCULO DE ÁREAS LIMITADAS POR UNA FUNCIÓN Y EL EJE OX

4.11. Hallar el área limitada por la recta $x+y=10$, el eje OX y las ordenadas de $x=2$ y la recta $x=8$.

4.12. Calcular el área del recinto limitado por la curva $y=9-x^2$ y el eje OX.

4.13. Calcula el área limitada por la curva $y=x^3-6x^2+8x$ y el eje de abcisas.

4.14. Calcula el área del recinto limitado por la parábola $y=4x-x^2$ y la recta $y=0$.

4.15. Calcular el área limitada por la curva $y=6x^2-3x^3$ y el eje de abscisas.

4.16. Calcula el área de la zona del plano limitada por el eje de abscisas y la gráfica de la función $f(x)=x\cdot\sqrt{1-x}$, entre los puntos en que se cortan la gráfica con el eje mencionado.

4.17. La función $f(x)=a-x^2$ corta al eje OX en dos puntos. Calcular el valor de a para que el área que delimita la función con el eje OX sea igual a 36 u^2.

4.18. Halla el área de la región comprendida entre la curva $y=x^3-6x^2+8x$ y el eje OX.

4.19. Calcular el área de la región del plano limitada por la curva: $f(x)=|\,x^2-4x+3\,|$ y el eje OX.

4.20. Calcular el área de la región del plano limitada por la curva: $f(x) = |\,2-5x^2+3x\,|$ y el eje OX.

4.21. Calcular el área de la región del plano limitada por la curva: $f(x) = |\,x^4-1\,|$ y el eje OX.

C. CÁLCULO DE ÁREAS LIMITADAS POR VARIAS FUNCIONES

4.31. Calcular el área limitada por las gráficas de las funciones $y^2 = 4x$ e $y = x^2$.

4.32. Hallar el área de la figura limitada por: $y = x^2$, $y = x, x = 0, x = 2$

4.33. Halla el área del recinto limitado por la parábola $y = x^2$, la recta de ecuación $y = -x + 2$ y el eje OX.

4.34. Calcula el área del recinto limitado por la curva de ecuación $y = 2\sqrt{x}$ y la recta y = x.

4.35. Calcula el área de la región delimitada por las funciones $f(x) = x^2 - 4x + 5$ y $g(x) = 3 - x$.

4.36. Calcular el área limitada por la curva $xy = 36$, el eje OX y las rectas: $x = 6, x = 12$.

4.37. Calcular el área limitada por la curva $y = 2(1-x^2)$ y la recta $y = -1$.

4.38. Calcular el área del recinto limitado por la parábola $y = x^2 + 2$ y la recta que pasa por los puntos $(-1,0)\ y\ (1,4)$.

4.39. Calcular la superficie delimitada por las curvas $y = 2x^3 - 3x + 2$ y $y = 5x^2 + 2$.

4.40. Calcular la superficie delimitada por las curvas $y = (x+2)^2$ y $y = -x^2 - 3x - 2$.

4.41. Hallar el área de la región del plano limitada por las curvas $y = ln\,x, y = 2$ y los ejes coordenados.

4.42. Calcular el área de la región del plano limitada por el círculo $x^2 + y^2 = 9$.

4.43. Calcula el área de las región limitada por las gráficas de las funciones $f(x) = x^2$, $g(x) = \frac{1}{x}$, $x = e$ y el eje OX.

4.44. Calcula el área de la región limitada por las gráficas de las funciones:

$$f(x) = x \cdot e^{-3x} \ y \ g(x) = (x^2 - x) \cdot e^{-3x}$$

4.45. Calcula el área de la región limitada por la gráfica de la función $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ el eje OX y las rectas $x = -1$ y $x = 2$.

4.46. Hallar el área del recinto plano y limitado por la parábola $y = 4x - x^2$ y las tangentes a la curva en los puntos de intersección con el eje OX.

4.47. Calcula el área de la región del plano limitada por la parábola de ecuación $y = -x^2 + 4x - 3$y sus rectas tangentes en los puntos $(0, -3)$ y $(4, -3)$.

4.48. Calcula el área de la región de $\mathbb{R}^2$ limitada por la gráfica de la parábola $g(x) = x^2 - x$ y la gráfica de la función: $f(x) = \frac{x-x^2}{(x+1)\cdot(x+2)}$.

C. VOLÚMENES DE REVOLUCIÓN.

4.51. Calcula el volumen generado por la función $f(x) = x^3$ al girar sobre el eje de abcisas entre las rectas $x = 0$ y $x = 1$.

4.52. Al girar sobre el eje de abcisas el recinto limitado por $g(x) = x^2 - x - 2$ y el propio eje OX se genera un volumen. Calcúlalo.

4.53. Calcula el volumen del cuerpo que se genera al girar la región limitada por la gráfica de la función $y = x^2 - 4$ y las rectas $x = -3$ y $x = 3$, alrededor del eje OX.

4.54. Calcula el área limitada por las gráfica de la función $y = -x^2 - 3x + 6$ y la de la función $x + y = 3$. Calcula también el volumen del cuerpo generado al girar esta región alrededor del eje OX.

4.55. Calcula:

a) El área de la región limitada por la gráfica de la función $y = \dfrac{6 - 2x}{1 - x}$, el eje OX y las rectas: $x = 2$ y $x = 6$.

b) El volumen del cuerpo que se genera al girar la gráfica de la función $y = \dfrac{6 - 2x}{1 - x}$ alrededor del eje OX entre las rectas $x = 2$ y $x = 6$.

4.56. a) Calcula el área de la región limitada por la curva $y = lnx$, el eje OX y la recta $x = e$.

b) Calcula el volumen de revolución generado por esta superficie al girar alrededor del eje OX.

4.57. Calcula el volumen del cuerpo que genera la zona del plano limitada por el eje de abscisas y la gráfica de la función $f(x) = x \cdot \sqrt{1 - x}$, al girar alrededor del eje, entre los puntos en que se cortan la gráfica y el eje mencionado.

4.58. Calcula el volumen del cuerpo generado por la gráfica de la elipse $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$, al girar alrededor del eje OX.

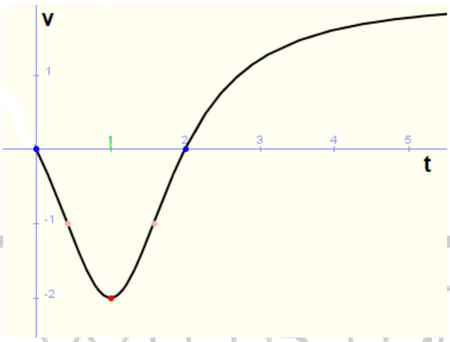
4.59. Calcula el volumen del cuerpo que se genera al girar el primer cuarto positivo de la gráfica de la función $f(x) = e^x \cdot senx$ alrededor del eje OX.

C. TRAYECTORIA, VELOCIDAD Y ACELERACIÓN.

4.61. Una partícula se mueve a lo largo de una recta horizontal partiendo de un punto fijo A. La velocidad v ms^{-1} de la partícula, en el instante, viene dada por

$$v = \frac{2t^2 - 4t}{t^2 - 2t + 2} \quad , para\ 0 \le t \le 5$$

La siguiente figura muestra el gráfico de v,



Los cortes con el eje t están en $(0,0)$ y $(2,0)$. Halle la distancia máxima a la que está la partícula del punto A durante el intervalo $0 \le t \le 5$ y justifique su respuesta

4.62. Una partícula se mueve en línea recta. Su velocidad v ms^{-1} al cabo de t segundos viene dada por $v = 6t - 6$, $para\ 0 \le t \le 2$. Al cabo de p segundos, la partícula se encuentra a $2\ m$ de su posición inicial. Halle los posibles valores de p.

4.63. Un objeto se mueve a lo largo de una recta de acuerdo con la ecuación s(t) = $2t^3$ - 12t + 10, donde s se mide en pies y t en segundos.

a) Halla la velocidad del objeto cuando t = 0,1,2,3,4.

b) Indica cuándo la velocidad a cero.

c) Calcula los momentos en los que la aceleración es cero.

4.64. Se dispara un proyectil directamente hacia arriba desde la superficie de la tierra. Su distancia sobre la superficie de la tierra después de t segundos está dada por la ecuación $s(t) = -16t^2 + 400t$.

1) Halla el tiempo cuando el proyectil toca la superficie de la tierra.

2) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza el proyectil?

3) ¿Cuál es la aceleración en cualquier tiempo?

4.65. La velocidad de un objeto volador a lo largo del tiempo viene dada por la función $v(t) = t^2 - 4t$, donde t se valora en segundos.

a) Si la altura inicial del objeto es 5 m, calcula la trayectoria del mismo.

b) Indica cuándo la velocidad a cero.

c) Calcula la aceleración en cada instante.

d) Calcula cuándo la aceleración del objeto es nula.

4.66. Una partícula se mueve en línea recta. Su velocidad $v\ m/s^{-1}$ al cabo de t segundos viene dada por $v(t) = 2t^2 - 8$, para $0 \leq t \leq 6$

a) La velocidad inicial.
b) La velocidad final
c) El momento en que la velocidad se anula.
d) Calcula el desplazamiento en los 6 segundos del movimiento.

4.67 Una partícula se mueve en línea recta va a una velocidad de $v\ m/s^{-1}$ que viene dada por $v(t) = t - t^3$ para $t \geq 0$.

a) Halle la aceleración de la partícula al cabo de 4 segundos.

b) Halle el desplazamiento de la partícula al cabo de 2 segundos.

4.68. Un cohete que se mueve en línea recta va a una velocidad de $v\ m/s^{-1}$ y su desplazamiento en el instante t segundos es igual a s km. La velocidad v viene dada por $v(t) = 6e^{2t} + t + 10$ y $0 \leq t \leq 4$. Se sabe que cuando $t = 0,\ s = 10$.

a) Halle una expresión para el desplazamiento del cohete en función de t.

b) Calcular el desplazamiento entre los instantes inicial y final de movimiento del cohete siendo el tiempo final

4.69. Sabiendo que un proyectil se dispara a 2 m de altura, su velocidad inicial es $21\ m/s$ y que su aceleración viene dada por $a(t) =- t + 2$, donde t se valora en segundos y la aceleración en m^2/s, calcula la velocidad y la trayectoria del proyectil. ¿En qué momento la velocidad es nula?