CONTROL 3

Análisis y enfoques
Matemáticas I y II

Lunes 20 de NOVIEMBRE de 2023

90 minutos

NOMBRE: ____

APELLIDOS:____

Instrucciones para los/as alumnos/as

- Escriba su nombre y apellidos en las casillas de arriba.
- En esta prueba se permite el uso de calculadora no programable.
- Conteste a **TODOS los ejercicios y problemas** que se presentan en el cuadernillo.
- Escriba sus respuestas en las hojas provistas a tal efecto.
- Salvo que se indique lo contrario en cada pregunta todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Si lo necesita, puede añadir hojas para la realización de cuentas.
- Si observa que el espacio de respuesta le impide contestar completamente a alguna pregunta puede anexar una hoja adicional a este cuadernillo, que el examinador grapará al mismo. En esta hoja anexa, ponga su nombre y apellidos y el número y letra del ejercicio que extiende.
- La puntuación máxima para esta prueba es de 11 puntos.

No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse alguna puntuación, a interpretación del corrector, si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

SECCIÓN ÚNICA

[Puntuación máxima: 1,5 puntos] **(Matemáticas NM Noviembre 2016 P1, ej.9)**

1. Los dos primeros términos de una progresión geométrica infinita son (en orden)

$$\log_2 x^2 \quad , \quad \log_2 x \qquad donde\ x > 0$$

(a) Halle r. (0,25 puntos)

(b) Muestre que la suma de los infinitos términos de la progresión es $4\log_2 x$. (0,25 puntos)

Los tres primeros términos de una progresión aritmética son (en orden)

$$\log_2 x \quad , \quad \log_2\left(\frac{x}{2}\right) \quad , \quad \log_2\left(\frac{x}{4}\right) \qquad donde\ x > 0$$

(c) Halle d. Exprese la respuesta como un número entero. (0,25 puntos)

Sea S_{12} la suma de los 12 primeros términos de la progresión aritmética.

(d) Muestre que $S_{12} = 12\log_2 x - 66$. (0,5 puntos)

(e) Sabiendo que S_{12} es igual a la mitad de la suma de los infinitos términos de la progresión geométrica, halle x. Exprese la respuesta de la forma 2^p, donde $p \in \mathbb{Q}$. (0,25 puntos)

[Puntuación máxima: 2 puntos] **(Matemáticas NM, Noviembre 2013, ej.9)**

2. Los tres primeros términos de una progresión geométrica infinita son $m-1, 6, m+4$, donde $m \in \mathbb{Z}$.

(a) (i) Escriba dos expresiones para la razón común, r, en función de m. (0,5 puntos)

(ii) A partir de lo anterior, compruebe que m satisface la ecuación $m^2+3m-40=0$.

(0,25 puntos)

(b)(i) Halle los dos posibles valores de m. (0,5 puntos)

(ii) Halle los posibles valores de r. (0,25 puntos)

(c) La progresión tiene una suma finita.

(i) Indique cuál es el valor de r que conduce a esta suma y justifique su respuesta.

(0,25 puntos)

(ii) Calcule la suma de todos los términos de la progresión. (0,25 puntos)

[Puntuación máxima: 2 puntos]

3. Calcular algebraicamente los siguientes límites, (0,5 + 0,5 + 1 punto)

$a)\ \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[3]{1-27n^6}}{\sqrt{9n^4+4n^2}+n^2}$ $b)\ \lim_{n\to\infty} \left(\sqrt{4n^2-1}-\sqrt{n+4n^2}\right)$ $c)\ \lim_{n\to\infty} \left(\ln\left(\frac{n\cdot e}{n+1}\right)\right)^{3n-2}$

Observación: El límite del logaritmo es el logaritmo del límite.

[Puntuación máxima: 2 puntos]

4. Resuelva algebraicamente, (0,5 + 1,5 puntos)

$(a)\quad \ln x = 1 + 2\ln(3x)$ $\qquad (b)\quad \left.\begin{array}{l} 2^{x+1} + 5^{y+2} = 7 \\ 2^{1-x} + 5^{y+1} = 3 \end{array}\right\}$

[Puntuación máxima: 1,5 puntos]

5. Calcule algebraicamente, (0,5 + 0,5 + 0,5 puntos)

$$a)\ \sum_{n=5}^{17}(1-2n) \qquad b)\ \sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{e}{\pi}\right)^{n-1} \qquad c)\ \sum_{n=4}^{14}3^{-n}$$

(Aproxima el resultado a las milésimas)

[Puntuación máxima: 2 puntos]

6. Calcule algebraicamente

a) Calcula cuántos meses deben pasar para que un cierto dinero se cuadruplique al ingresarlo en un depósito al 7´5 % de interés simple mensual. (0,5 puntos)

b) Calcula el número de años que debo tener un montante de 2 500 € al 1´5 % de interés compuesto anual para obtener un interés de 1 000 €. (1 punto)

c) Un producto cuesta finalmente 20´95 € después de sufrir una primera rebaja en su precio original del 5 %, una subida del precio después del 2 %; y una última bajada sobre el precio anterior del 6 % para pasar a costar los 20,95 €. Calcula el índice de variación que ha sufrido el producto desde su precio original hasta su precio final y calcula el precio de origen de dicho producto. (0´25 + 0´25 puntos)

SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS Y EJERCICIOS DEL CONTROL 3

ANALISIS Y ENFOQUES – MATEMÁTICAS I

[Puntuación máxima: 1,5 puntos] **(Matemáticas NM Noviembre 2016 P1, ej.9)**

1. Los dos primeros términos de una progresión geométrica infinita son (en orden)

$$\log_2 x^2 \quad , \quad \log_2 x \qquad donde\ x > 0$$

(a) Halle r. (0,25 puntos)

(b) Muestre que la suma de los infinitos términos de la progresión es $4\log_2 x$. (0,25 puntos)

Los tres primeros términos de una progresión aritmética son (en orden)

$$\log_2 x \quad , \quad \log_2\left(\frac{x}{2}\right) \quad , \quad \log_2\left(\frac{x}{4}\right) \qquad donde\ x > 0$$

(c) Halle d. Exprese la respuesta como un número entero. (0,25 puntos)

Sea S_{12} la suma de los 12 primeros términos de la progresión aritmética.

(d) Muestre que $S_{12} = 12\log_2 x - 66$. (0,5 puntos)

(e) Sabiendo que S_{12} es igual a la mitad de la suma de los infinitos términos de la progresión geométrica, halle x. Exprese la respuesta de la forma 2^p, donde $p \in \mathbb{Q}$. (0,25 puntos)

(a) Halle r.

La razón de la progresión geométrica es,

$$r = \frac{\log_2 x}{\log_2 x^2} = \frac{\log_2 x}{2\cdot\log_2 x} = \frac{1}{2}$$

(b) Muestre que la suma de los infinitos términos de la progresión es $4\log_2 x$.

$$S_\infty = \frac{a_1}{1-r} = \frac{\log_2 x^2}{1-\frac{1}{2}} = \frac{2\cdot\log_2 x}{\frac{1}{2}} = 4\log_2 x$$

(c) Halle d. Exprese la respuesta como un número entero.

La diferencia de la progresión aritmética es,

$$d = \log_2\left(\frac{x}{2}\right) - \log_2 x = \log_2\left(\frac{\frac{x}{2}}{x}\right) = \log_2\left(\frac{1}{2}\right) = \log_2 2^{-1} = -\log_2 2 = -1$$

(d) Muestre que $S_{12} = 12\log_2 x - 66$.

Como,

$$S_{12} = \frac{(a_1 + a_{12}) \cdot 12}{2}$$

Calculamos a_{12},

$$a_{12} = a_1 + (12-1)\cdot(-1) = \log_2 x - 11$$

Por lo tanto,

$$S_{15} = \frac{(a_1 + a_{12}) \cdot 12}{2} = \frac{(\log_2 x + \log_2 x - 11)\cdot 12}{2} =$$

$$= \frac{(2\log_2 x - 11)\cdot 12}{2} = 12\log_2 x - 66$$

(e) Sabiendo que S_{12} es igual a la mitad de la suma de los infinitos términos de la progresión geométrica, halle x. Exprese la respuesta de la forma 2^p, donde $p \in \mathbb{Q}$.

Por lo enunciado en el ejercicio tendremos que,

$$S_{12} = \frac{S_\infty}{2} \iff 12\log_2 x - 66 = \frac{4\log_2 x}{2} \iff 12\log_2 x - 66 = 2\log_2 x \iff$$

$$\iff 10\log_2 x = 66 \iff \log_2 x = \frac{66}{10} \iff \log_2 x = \frac{33}{5}$$

Aplicando la definición de logaritmo,

$$\log_2 x = \frac{33}{5} \iff x = 2^{\frac{33}{5}}$$

[Puntuación máxima: 2 puntos] **(Matemáticas NM, Noviembre 2013, ej.9)**

2. Los tres primeros términos de una progresión geométrica infinita son $m-1, 6, m+4$, donde $m \in \mathbb{Z}$.

(a) (i) Escriba dos expresiones para la razón común, r, en función de m. (0,5 puntos)

(ii) A partir de lo anterior, compruebe que m satisface la ecuación $m^2+3m-40=0$.

(0,25 puntos)

(b)(i) Halle los dos posibles valores de m. (0,5 puntos)

(ii) Halle los posibles valores de r. (0,25 puntos)

(c) La progresión tiene una suma finita.

(i) Indique cuál es el valor de r que conduce a esta suma y justifique su respuesta.

(0,25 puntos)

(ii) Calcule la suma de todos los términos de la progresión. (0,25 puntos)

(a) (i) Escriba dos expresiones para la razón común, r, en función de m.

Considerando que la progresión puede ser descrita por $a_1=m-1$, $a_2=6$ y $a_3=m+4$ entonces,

$$r=\frac{a_2}{a_1}=\frac{6}{m-1} \quad y \quad r=\frac{a_3}{a_2}=\frac{m+4}{6}$$

(ii) A partir de lo anterior, compruebe que m satisface la ecuación $m^2+3m-40=0$.

Igualando ambas expresiones obtenidas en el apartado anterior,

$$\frac{6}{m-1}=\frac{m+4}{6} \iff 36=(m+4)\cdot(m-1) \iff$$

$$\iff 36=m^2-m+4m-4 \iff 0=m^2+3m-40$$

(b)(i) Halle los dos posibles valores de m.

Resolvemos la ecuación de segundo grado del apartado anterior,

$$m^2+3m-40=0 \iff m=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\cdot 1\cdot(-40)}}{2\cdot 1}=$$

$$=\frac{-3\pm\sqrt{+9+160}}{2}=\frac{-3\pm\sqrt{169}}{2}=\frac{-3\pm 13}{2}=\begin{cases} m=\dfrac{-3+13}{2}=5 \\ m=\dfrac{-3-13}{2}=-8 \end{cases}$$

(ii) Halle los posibles valores de r.

Utilizando el apartado (a) (i) y el apartado (b)(i) tendremos que,

- Si $m = 5$ entonces $r = \frac{6}{m-1} = \frac{6}{5-1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

Si $m = -8$ entonces $r = \frac{6}{m-1} = \frac{6}{-8-1} = \frac{6}{-9} = -\frac{2}{3}$

(c) La progresión tiene una suma finita.

(i) Indique cuál es el valor de r que conduce a esta suma y justifique su respuesta.

El valor que conduce a una suma infinita de tipo finito es $r = -\frac{2}{3}$ porque está entre $-1\ y\ 1$.

(ii) Calcule la suma de todos los términos de la progresión.

Tendremos que utilizar $r = -\frac{2}{3}$, que se obtiene para $m = -8$. Por lo tanto,

$$a_1 = m - 1 = -8 - 1 = -9$$

Y entonces

$$S_\infty = \frac{a_1}{1-r} = \frac{-9}{1-\left(-\frac{2}{3}\right)} = \frac{-9}{1+\frac{2}{3}} = \frac{-9}{\frac{5}{3}} = -\frac{27}{5} = -5{,}4$$

[Puntuación máxima: 1,5 puntos]

3. Calcular algebraicamente los siguientes límites, (0,5 puntos + 1 punto)

$$a)\ \lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt[3]{1-27n^6}}{\sqrt{9n^4+4n^2}+n^2} \qquad b)\ \lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{4n^2-1}-\sqrt{n+4n^2}\right) \qquad c)\ \lim_{n\to\infty}\left(\ln\left(\frac{n\cdot e}{n+1}\right)\right)^{3n-2}$$

Observación: El límite del logaritmo es el logaritmo del límite.

Solución.

$$\boldsymbol{a)}\ \lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt[3]{\mathbf{1-27n^6}}}{\sqrt{\mathbf{9n^4+4n^2}}+\mathbf{n^2}} \overset{\infty/\infty}{=} \lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt[3]{-27n^6}}{\sqrt{9n^4}+n^2} = \lim_{n\to\infty}\frac{-3n^2}{3n^2+n^2} = \lim_{n\to\infty}\frac{-3n^2}{4n^2} =$$

$$= \lim_{n\to\infty}\frac{-3}{4} = -\frac{3}{4}$$

$$\boldsymbol{b)}\ \lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{\mathbf{4n^2-1}}-\sqrt{\mathbf{n+4n^2}}\right)$$

Se Ttara de una indeterminación $\infty-\infty$

$$\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{4n^2-1}-\sqrt{n+4n^2}\right) = \infty-\infty$$

Procedemos a multiplicar ay dividir por la misma expresión pero con suma en vez de con resta,

$$\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{4n^2-1}-\sqrt{n+4n^2}\right) = \lim_{n\to\infty}\frac{\left(\sqrt{4n^2-1}-\sqrt{n+4n^2}\right)\cdot\left(\sqrt{4n^2-1}+\sqrt{n+4n^2}\right)}{\left(\sqrt{4n^2-1}+\sqrt{n+4n^2}\right)} =$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\left(\sqrt{4n^2-1}\right)^2-\left(\sqrt{n+4n^2}\right)^2}{\left(\sqrt{4n^2-1}+\sqrt{n+4n^2}\right)} = \lim_{n\to\infty}\frac{3n^2-1\ -(n+4n^2)}{\left(\sqrt{3n^2-1}+\sqrt{n+4n^2}\right)} =$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{4n^2-1\ -n-4n^2}{\left(\sqrt{4n^2-1}+\sqrt{n+4n^2}\right)} = \lim_{n\to\infty}\frac{-1\ -n}{\left(\sqrt{4n^2-1}+\sqrt{n+4n^2}\right)} = \lim_{n\to\infty}\frac{-n}{\left(\sqrt{4n^2}+\sqrt{4n^2}\right)} =$$

$$= \lim_{n\to\infty}\frac{-n}{2n+2n} = \frac{-1}{2+2} = -\frac{1}{4}$$

$c)$ $\lim\limits_{n \to \infty} \left(\ln\left(\frac{en}{n+1}\right) \right)^{3n-2}$

Primero observamos que se trata de una indeterminación 1^{∞} ya que:

$$\lim_{n \to \infty} \left(\ln\left(\frac{en}{n+1}\right) \right)^{3n-2} = (\ln e)^{\infty} = (1)^{\infty} = 1^{\infty}$$

Por tanto, resolvemos del siguiente modo:

$$\lim_{n \to \infty} \left(\ln\left(\frac{en}{n+1}\right) \right)^{3n-2} = e^{\lim\limits_{n \to \infty}(3n-2)\cdot\left(\ln\left(\frac{en}{n+1}\right)-1\right)} = e^{\lim\limits_{n \to \infty}(3n-2)\cdot\left(\ln\left(\frac{en}{n+1}\right)-lne\right)} =$$

$$= e^{\lim\limits_{n \to \infty}(3n-2)\cdot\ln\left(\frac{en}{e(n+1)}\right)} = e^{\lim\limits_{n \to \infty}(3n-2)\cdot\ln\left(\frac{n}{n+1}\right)} = e^{\lim\limits_{n \to \infty}\ln\left(\frac{n}{n+1}\right)^{3n-2}} = e^{\ln\left(\lim\limits_{n \to \infty}\left(\frac{n}{n+1}\right)^{3n-2}\right)}$$

$$= \lim_{n \to \infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{3n-2}$$

Calculamos el límite de dentro del logaritmo:

$$= e^{\left(\lim\limits_{n \to \infty}(3n-2)\cdot\left(\frac{n}{n+1}-1\right)\right)} = e^{\left(\lim\limits_{n \to \infty}(3n-2)\cdot\left(\frac{n-n-1}{n-1}\right)\right)} = e^{\left(\lim\limits_{n \to \infty}(3n-2)\cdot\left(\frac{-1}{n-1}\right)\right)} = e^{-3}$$

Luego el límite pedido será:

$$\lim_{n \to \infty} \left(\ln\left(\frac{en}{n+1}\right) \right)^{2n-5} = e^{-3}$$

[Puntuación máxima: 2 puntos]

4. Resuelva algebraicamente, (0,5 + 1,5 puntos)

$$(a)\quad \ln x = 1 + 2\ln(3x) \qquad\qquad (b)\quad \left.\begin{array}{r} 2^{x+1}+5^{y+2}=7 \\ 2^{1-x}+5^{y+1}=3 \end{array}\right\}$$

$$\boldsymbol{(a)\ \ln x = 1 + 2\ln(3x)}$$

$$\ln x = 1 + 2\ln(3x) \iff \ln x = 1 + \ln(3x)^2 \iff \ln x - \ln(3x)^2 = 1 \iff$$

$$\iff \ln\left(\frac{x}{9x^2}\right) = 1 \iff \frac{1}{9x} = e^1 \iff \frac{1}{9e} = x$$

$$\boldsymbol{(b)}\ \left.\begin{array}{r} \boldsymbol{2^{x+1}+5^{y+2}=7} \\ \boldsymbol{2^{1-x}+5^{y+1}=3} \end{array}\right\}$$

Si sumamos las ecuaciones obtenemos

$$\left.\begin{array}{r} 2^{x+1}+5^{y+2}=7 \\ 2^{1-x}+5^{y+1}=3 \end{array}\right\} \iff \left.\begin{array}{r} 2\cdot 2^x + 25\cdot 5^y = 7 \\ \dfrac{2}{2^x} + 5\cdot 5^y = 3 \end{array}\right\}$$

Hacemos los cambios de variable,

$$u = 2^x \ ; \quad v = 5^y$$

Por lo tanto,

$$\left.\begin{array}{r} 2\cdot 2^x + 25\cdot 5^y = 7 \\ \dfrac{2}{2^x} + 5\cdot 5^y = 3 \end{array}\right\} \iff \left.\begin{array}{r} 2u + 25\cdot v = 7 \\ \dfrac{2}{u} + 5\cdot v = 3 \end{array}\right\} \xrightarrow{\cdot(-5)} \left.\begin{array}{r} 2u + 25\cdot v = 7 \\ -\dfrac{10}{u} - 25\cdot v = -15 \end{array}\right\}$$

$$2u \quad -\frac{10}{u} = 7 - 15$$

Resolvemos,

$$2u - \frac{10}{u} = 7 - 15 \iff 2u - \frac{10}{u} = -8 \iff$$

$$\iff \frac{2u^2}{u} - \frac{10}{u} = \frac{-8u}{u} \iff 2u^2 + 8u - 10 = 0 \iff u = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4\cdot 2\cdot(-10)}}{2\cdot 2} =$$

$$= \frac{-8 \pm \sqrt{64+80}}{4} = \frac{-8 \pm \sqrt{144}}{4} = \frac{-8 \pm 12}{4} = \begin{cases} u = \dfrac{-8+12}{4} = 1 \\ u = \dfrac{-8-12}{4} = -5 \end{cases}$$

Resolvemos el valor de x,

- Si $\mathrm{u} = 1$, como $u = 2^x$ entonces,

$$1 = 2^x \iff x = 0$$

- Si $\mathrm{u} = -5$, como $u = 2^x$ entonces,

$$-5 = 2^x \quad \Leftrightarrow \quad No\ existe\ x$$

Por lo tanto, la única posibilidad para x es $x = 0$. Calculamos v con la primera ecuación

- Si $\mathrm{u} = 1$ entonces,

$$2 \cdot 1 + 25 \cdot v = 7 \quad \Leftrightarrow \quad 2 + 25v = 7 \quad \Leftrightarrow \quad 25v = 5 \quad \Leftrightarrow \quad v = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$$

Como $v = 5^y$ entonces,

$$\frac{1}{5} = 5^y \quad \Leftrightarrow \quad 5^{-1} = 5^y \quad \Leftrightarrow \quad y = -1$$

En conclusión $x = 0 \quad , y = -1$.

[Puntuación máxima: 1,5 puntos]

5. Calcule algebraicamente, (0,5 + 0,5 + 0,5 puntos)

$$a)\ \sum_{n=5}^{17}(1-2n) \qquad b)\ \sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{e}{\pi}\right)^{n-1} \qquad c)\ \sum_{n=4}^{14}3^{-n}$$

(Aproxima el resultado a las milésimas)

$$\boldsymbol{a)\ \sum_{n=5}^{17}(1-2n)}$$

Se trata de la suma de los primeros 13 términos de una progresión aritmética de diferencia $d=-2$.

$$\sum_{n=5}^{17}(1-2n) = -9-11-13-\ \ldots -29-31-33 = \frac{(a_5+a_{17})\cdot(17-5+1)}{2} =$$

$$= \frac{(-9-33)\cdot 13}{2} = -273$$

$$\boldsymbol{b)\ \sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{e}{\pi}\right)^{n-1}}$$

Se trata de la suma de todos los términos de una progresión geométrica de razón $r=\frac{1}{2}$.

$$\sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{e}{\pi}\right)^{n-1} = \left(\frac{e}{\pi}\right)^1 + \left(\frac{e}{\pi}\right)^2 + \left(\frac{e}{\pi}\right)^3 + \ \ldots = \frac{b_2}{1-r} = \frac{\left(\frac{e}{\pi}\right)^1}{1-\frac{e}{\pi}} = \frac{\frac{e}{\pi}}{\frac{\pi-e}{\pi}} = \frac{e}{\pi-e} \approx 6{,}421$$

$$\boldsymbol{c)\ \sum_{n=4}^{14}3^{-n}}$$

Se trata de la suma de los primeros 11 términos de una progresión geométrica de razón $r=\frac{1}{3}$.

$$\sum_{n=4}^{14}3^{-n} = \sum_{n=4}^{14}\left(\frac{1}{3}\right)^n = \frac{c_{14}\ \cdot r - c_4}{r-1} = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{14}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{1}{3}\right)^4}{\frac{1}{3}-1} = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{15}-\left(\frac{1}{3}\right)^4}{-\frac{2}{3}} \approx 0{,}0019$$

[Puntuación máxima: 2 puntos]

6. Calcule algebraicamente

a) Calcula cuántos meses deben pasar para que un cierto dinero se cuadruplique al ingresarlo en un depósito al 7´5 % de interés simple mensual. (0,5 puntos)

b) Calcula el número de años que debo tener un montante de 2 500 € al 1´5 % de interés compuesto anual para obtener un <u>interés de 1 000 €.</u> (1 punto)

c) Un producto cuesta finalmente 20´95 € después de sufrir una primera rebaja en su precio original del 5 %, una subida del precio después del 2 %; y una última bajada sobre el precio anterior del 6 % para pasar a costar los 20,95 €. Calcula el índice de variación que ha sufrido el producto desde su precio original hasta su precio final y calcula el precio de origen de dicho producto. (0´25 + 0´25 puntos)

a) Calcula cuántos meses deben pasar para que un cierto dinero se cuadruplique al ingresarlo en un depósito al 7´5 % de interés simple mensual.

Solución. Puesto que el capital inicial es $C_I = x$ y queremos que se cuadruplique $C_F = 4x$, entonces los intereses son

$$I = C_F - C_I = 4x - x = 3x,$$

Con un rédito mensual del 7´5 %, entonces, aplicando la fórmula del interés simple mensual tendremos que,

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{1200} \iff 3x = \frac{x \cdot 7´5 \cdot t}{1200} \iff \frac{3x \cdot 1200}{x \cdot 7´5} = t \iff t = \frac{3600}{7´5} = 480\, meses$$

Por lo tanto, **<u>tendrán que pasar 480 meses.</u>**

b) Calcula el número de años que debo tener un montante de 2 500 € al 1´5 % de interés compuesto anual para obtener un <u>interés de 1 000 €.</u>

Solución. Se trata de un interés compuesto. Los datos que nos facilitan son C_I = 2 500 €, y el capital final,

$$C_F = C_I + I = 2\,500 \text{ €} + 1\,000 \text{ €} = 3\,500 \text{ €}$$

Puesto que el rédito es $r = 1´5$ % y se nos pide el tiempo t, utilizando la fórmula del interés compuesto tendremos que,

$$C_F = C_F \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \iff 3\,500 = 2\,500 \cdot \left(1 + \frac{1´5}{100}\right)^t \iff$$

$$\iff \frac{3\,500}{2\,500} = (1´015)^t \iff 1´4 = (1´015)^t$$

Tomamos logaritmos decimales y despejamos t,

$$\log(1´4) = log(1´015)^t \iff \log(1´4) = t \cdot \log(1´015) \iff$$

$$\iff \frac{\log(1´4)}{\log(1´015)} = t \iff t \approx 22´6\, años$$

Por lo tanto, para que 2 500 € reviertan unos intereses de 1 000 € mediante interés compuestos al 1´5 % anual hay que tenerlos 22´6 $años$.

c) Un producto cuesta finalmente $20´95$ € después de sufrir una primera rebaja en su precio original del $5\ \%$, una subida del precio después del 2 %; y una última bajada sobre el precio anterior del $6\ \%$ para pasar a costar los $20,95$ €. Calcula el índice de variación que ha sufrido el producto desde su precio original hasta su precio final y calcula el precio de origen de dicho producto.

Solución. Calculamos el Índice de Variación total multiplicando los índices de Variación de cada descuento o subida,

$$0´95 \cdot 1´02 \cdot 0´94 = \ 0´91086$$

Calculamos el precio inicial sabiendo que $Precio\ inicial \cdot I.V. = Precio\ final.$

En ese caso,

$$x \cdot 0´91086 \ = 20´95$$

Por lo tanto, despejamos “x” y obtenemos el precio original,

$$x = \frac{20´95}{0´96726} = 23\ €$$