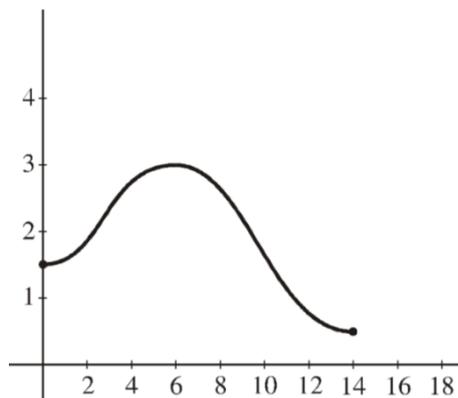


A. CARACTERÍSTICAS DE UNA FUNCIÓN

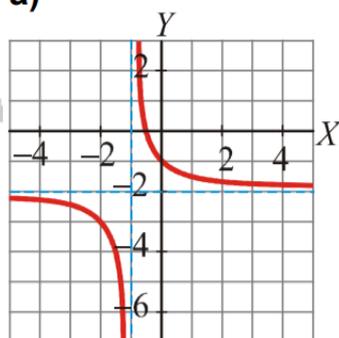
8.1. La siguiente gráfica corresponde a la función $y = f(x)$:



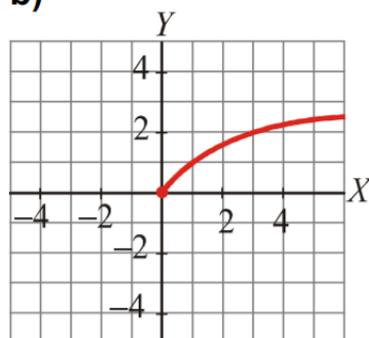
- ¿Cuál es su dominio de definición?
- Indica los tramos en los que la función es creciente y en los que es decreciente.
- ¿En qué punto tiene la función su máximo?

8.2. A partir de la gráfica de estas funciones, indica cuál es su dominio y su recorrido (imagen):

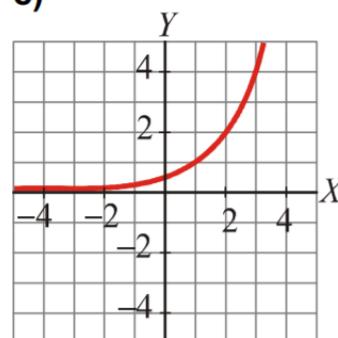
a)



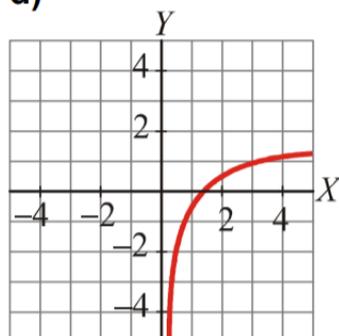
b)



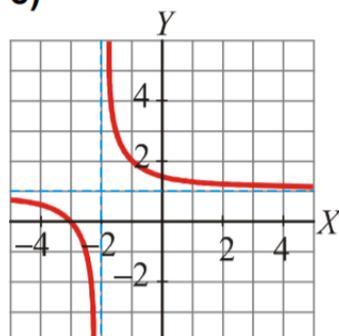
c)



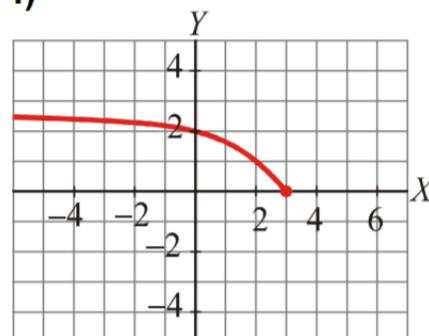
d)



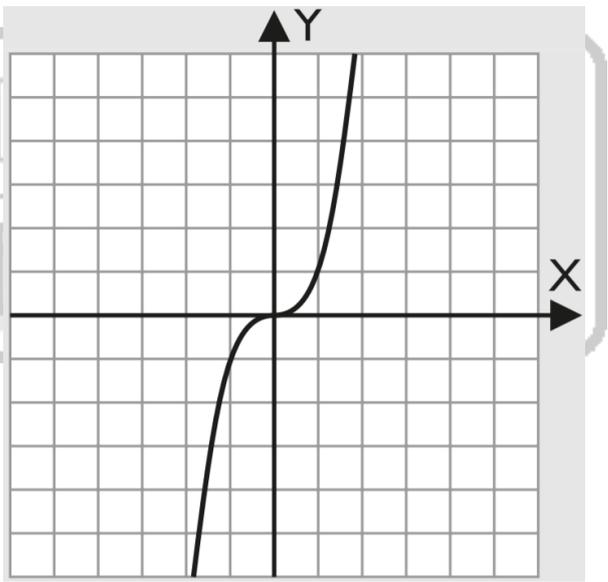
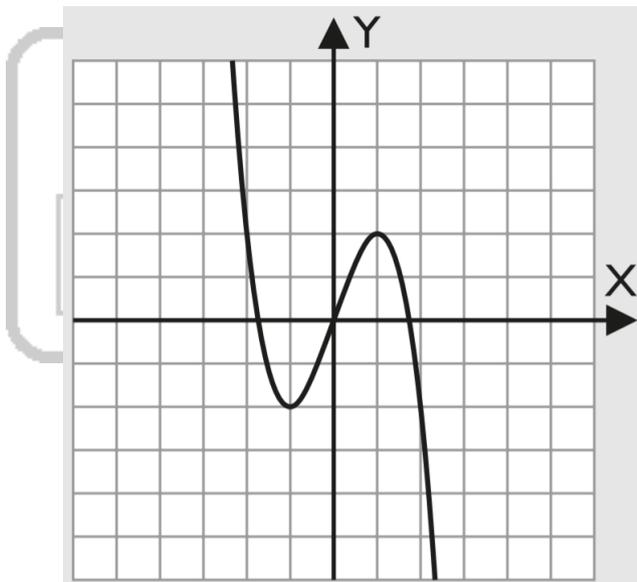
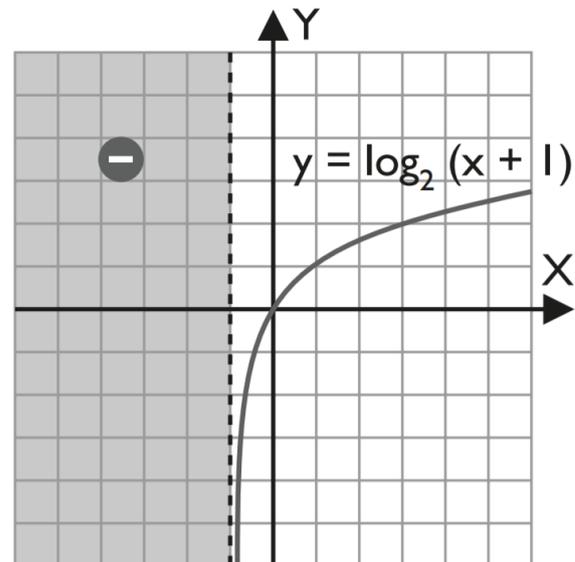
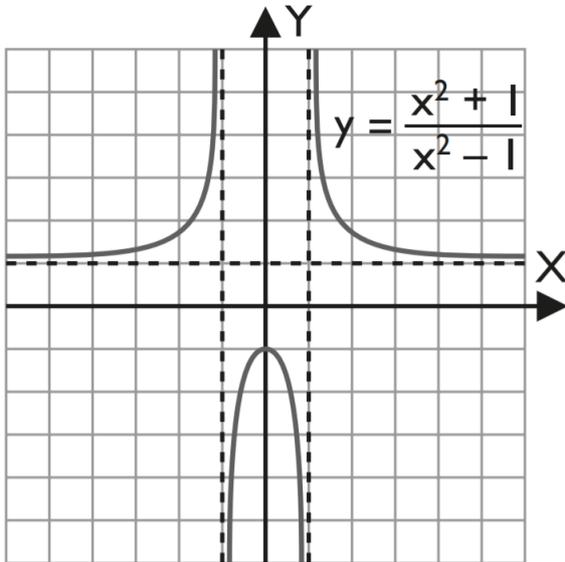
e)



f)



8.3. Estudia la monotonía, puntos críticos, curvatura y puntos de inflexión de las siguientes gráficas de funciones.



B. FUNCIONES CONSTANTES, AFÍNES Y LINEALES.

8.11. Representa las siguientes funciones:

$$f(x) = 3x - 2 \qquad y = 1 - \frac{2x}{3} \qquad h(t) = \frac{5t + 1}{2} \qquad y = \frac{2 - 3x}{6}$$

8.12. Calcula la pendiente y la ordenada en el origen de las siguientes funciones,

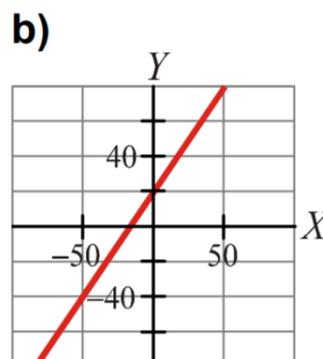
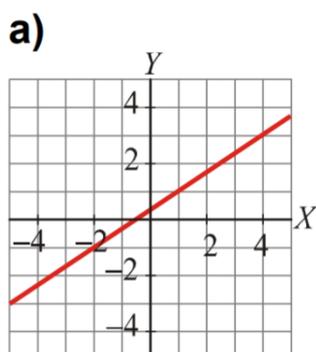
- a) Pasa por los puntos A(2, -1) y B(3, 2)
- b) Pasa por el origen de coordenadas y por el punto C(-1, 3)
- c) Pasa por los puntos D(3, 2) y E(1, -3)
- d) Pasa por el origen de coordenadas y por el punto F(1, 4)
- e) Corta al eje OX en la abscisa $x = 2$ y al eje OY en la ordenada $y = -1$.

8.13. Calcula la función afín que cumple las siguientes condiciones:

- a) Pasa por los puntos A(1, 2) y B(-2, 5)
- b) Tiene pendiente 3 y pasa por el punto C(1, 4)
- c) Pasa por los puntos D(1/2, -1) y E(0, -2)
- d) Pasa por el origen de coordenadas y por el punto F(-3, -4)
- e) Corta al eje OX en la abscisa $x = -4$ y al eje OY en la ordenada $y = 5$.

8.14. Halla la ecuación de la recta que pasa por (-1, 2) y cuya pendiente es $-1/3$.

8.15. Escribe la ecuación de las rectas cuyas gráficas son las siguientes:



8.16. Escribe la ecuación de la recta que pasa por los puntos (3, -4) y (-2, 3)

8.17. Calcula la pendiente y la inclinación de cada una de estas rectas:

a) $2x + y = 0$ b) $x - \sqrt{3}y + 1 = 0$ c) $y = 2$ d) $y = x + 1$

8.18. Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto $(-1, 3)$ y cuya ordenada en el origen es -1 .

8.19. Representa gráficamente la función $5x + 3y - 1 = 0$

8.20. Obtén la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(-2, -1)$ y $(1, 3)$, y representala.

C. FUNCIONES CUADRÁTICAS. VÉRTICE, CORTES CON LOS EJES. EJE DE SIMETRÍA.

8.21. Representa las siguientes funciones cuadráticas:

$$f(x) = x^2 - 4x + 3 \quad y = x \cdot (x - 1) \quad h(t) = 4 + 2t - t^2 \quad y = -x^2 + 9$$

8.22. Calcula el vértice y el eje de simetría de las funciones,

$$f(x) = -x^2 + 3x \quad y = 2x^2 + 6x - 1 \quad h(t) = 4t - 3t^2 + 1 \quad y = -x^2 + 2x$$

8.23. Determina el máximo o mínimo absoluto y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de las siguientes funciones sin representar

$$f(x) = x^2 - 2x + 1 \quad g(t) = -t^2 - 3t + 2 \quad h(x) = 3 + 5x - x^2 \quad y = 4x + x^2 + 5$$

8.24. Determina sin representar si las siguientes funciones son cóncavas o convexas.

a) $y = -2x^2 + 4x + 6$

b) $y = (x + 1)^2 - 3$

c) $y = 3 \cdot (x - 2)^2 + 4 - y$

d) $y - 3 = -2 \cdot (x + 1)^2$

8.25. Halla el vértice de las siguientes parábolas,

a) $y + 3 = 2 \cdot (x - 1)^2$ b) $x^2 - 2x - y + 9 = 0$ c) $3x^2 + y + 12 - 12x = 0$

d) $(x + 2)^2 = 2y + 6$ e) $x^2 - 6x = 2y - 11$ f) $x^2 + 2y + 10 - 4x = 0$

8.26. Halla los puntos de corte con los ejes de las parábolas

a) $y - 1 = (x + 3)^2$ b) $y = -x^2 + 4x - 3$ c) $3x^2 + y + 12 - 12x = 0$

d) $(x + 1)^2 = 2y + 16$ e) $x^2 - 5x = 2y - 6$ f) $x^2 + 2y - 4x = 0$

8.27. Calcula la función cuadrática que cumple las siguientes condiciones:

- a) Pasa por los puntos $A(0, 2)$, $B(- 2, 5)$ y $C(1, 1)$.
- b) Pasa por el origen de coordenadas, por el punto $C(1, 4)$ y por el punto $D(- 1, 4)$.
- c) Pasa por los puntos $A(2, 3)$, $B(- 1, 4)$ y $C(1, 5)$.
- e) Corta al eje OX en la abscisa $x = - 2$ y $x = 2$ y al eje OY en la ordenada $y = 5$.

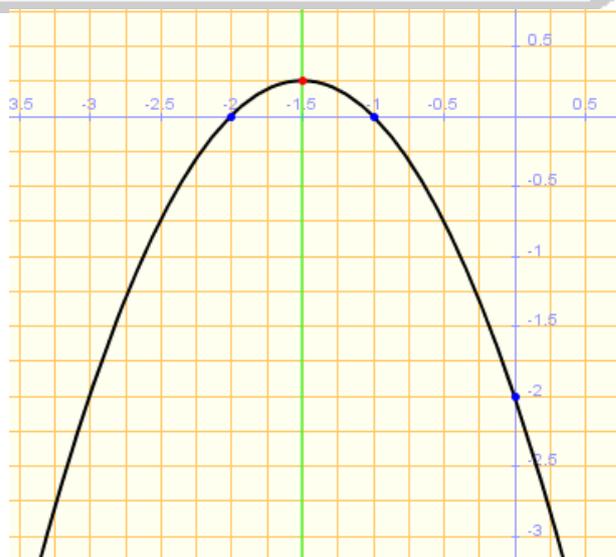
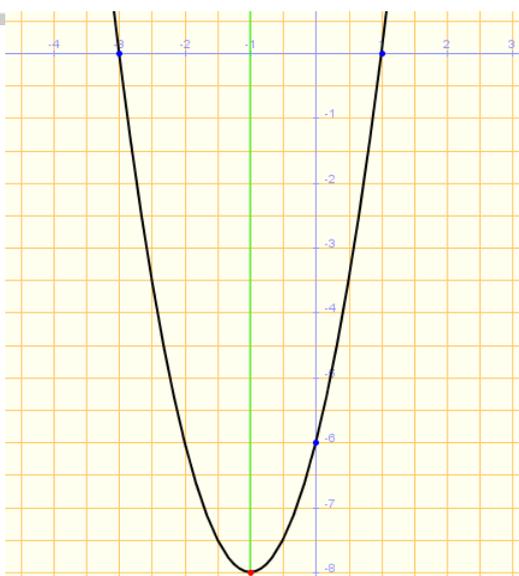
8.28. Escribe a las siguientes funciones cuadráticas en la forma $(y - v) = a(x - u)^2$
 Determina luego el eje de simetría y el vértice de la función.

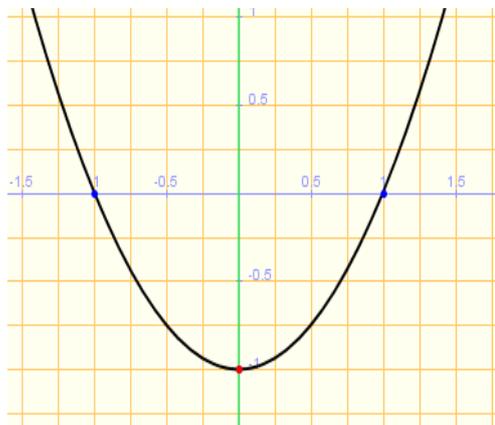
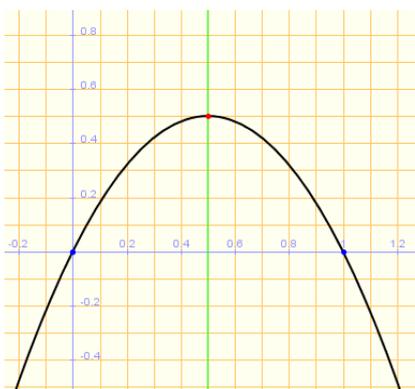
- a) $f(x) = x^2 - 4x + 3$ b) $g(x) = 3x^2 + 6x - 3$ c) $h(x) = 1 + 2x - 3x^2$
- d) $i(x) = 2x + x^2 + 2$ e) $j(x) = -x - x^2 + 1$ f) $k(x) = -8x + 2x^2 + 2$

8.29. Dada la función $(y - v) = a(x - u)^2$ calcula los parámetros a, u y v sabiendo,

- a) La función presenta su vértice en $V(- 2, 3)$ y $f(1) = 5$.
- b) Corta al eje OX en $x = 2$ y $x = 6$ y al eje OY en $y = 4$.
- c) Pasa por los puntos $A(0, 0)$, $B(1, 0)$ y $(2, 5)$.

8.30. Dada la gráfica de las siguientes funciones cuadráticas, da su expresión analítica en el modo $y = a \cdot (x - r) \cdot (x - s)$.





D. FUNCIONES DE PROPORCIONALIDAD INVERSA Y RACIONALES

8.31. Calcula el dominio de las siguientes funciones racionales,

$$f(x) = \frac{x+2}{x^2-1} \quad g(x) = \frac{3x^2}{3x+2} \quad h(x) = 2 + \frac{3x}{x^2-5} \quad i(x) = \frac{x-4}{x^3-4x^2} - 3x$$

8.32. Estudia el signo de las siguientes funciones racionales,

$$f(x) = \frac{2x-1}{x^2+4x} \quad g(x) = \frac{x^2-1}{3-x} \quad h(x) = 2 + \frac{x+2}{x^2-x} \quad i(x) = \frac{x-2}{x^3-x} - 3x$$

8.33. Calcula las asíntotas verticales y horizontales de las siguientes funciones de proporcionalidad inversa,

$$f(x) = \frac{1}{2x-4} \quad g(x) = 2 - \frac{4}{x+1} \quad h(x) = 5 + \frac{4}{x-3} \quad i(x) = 1 - \frac{3}{2x+6}$$

8.34. Calcula la asíntota oblicua de las siguientes funciones racionales,

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2-x} \quad g(x) = \frac{x^2-1}{x+2} \quad h(x) = \frac{x^3+2x-1}{2x^2-1} \quad i(x) = \frac{4x^2+x}{3x+1}$$

8.35. Calcula todas las asíntotas verticales de las siguientes funciones racionales,

$$f(x) = \frac{4x}{x-3} \quad g(x) = \frac{2x^2+1}{x^2-4} \quad h(x) = \frac{x^4}{x^3-x} \quad i(x) = \frac{x^3}{x^2+1}$$

8.36. Representa las siguientes funciones de proporcionalidad inversa:

$$f(x) = \frac{1}{x-1} + 2 \quad g(x) = \frac{3}{2x+1} - 4 \quad h(x) = 1 - \frac{4}{x-2} \quad i(x) = 3 + \frac{2}{6x+3}$$

E. IMÁGENES Y ANTI-IMÁGENES. DOMINIO E IMAGEN DE UNA FUNCIÓN. COMPOSICIÓN DE FUNCIONES Y FUNCIÓN INVERSA.

8.41. Calcula el dominio de las siguientes funciones algebraicamente,

a) $f(x) = -2$ b) $g(x) = x + 3$ c) $h(x) = \frac{1-x}{6}$ d) $i(t) = \frac{3t}{t^2-9}$
 e) $y = x^2 + x - 2$ f) $y = \frac{3x+1}{x^3-x}$ g) $s(t) = \sqrt{\frac{2t}{t+1}}$ h) $y = \frac{3x-6}{x^2+1}$
 i) $y = \frac{x+2}{x^4-x^2}$ j) $k(t) = \frac{\sqrt{t+1}}{t-1}$ k) $l(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-2}}$ l) $m(z) = \frac{z}{\sqrt[3]{z-1}}$

8.42. Calcula la imagen de las siguientes funciones en los valores que se indican,

a) $f(x) = \frac{2x}{x^2+3}$ en $x = -1$ b) $g(x) = x^3 - 5x^2 + 1$ en $x = -2$

c) $h(x) = \sqrt{x-x^2}$ en $x = \frac{1}{2}$ d) $i(x) = \sqrt{\frac{2x}{x^2+5}}$ en $x = 2$

8.43. Calcula el valor "x" para que las siguientes funciones toman la imagen correspondiente,

a) $f(x) = \frac{2x+1}{x^2-9} = -1$ b) $g(x) = x^3 - 8x + 1 = -2$

c) $h(x) = \sqrt{x^2+x+4} = 2$ d) $i(x) = \frac{x^2-1}{x^2} = -2$

8.44. Calcula la función inversa de las siguientes funciones biyectivas,

a) $f(x) = 6$ b) $g(x) = \sqrt{2}$ c) $h(x) = 4 - x$ d) $i(x) = 2x + 6$

e) $f(x) = \frac{4+5x}{4}$ f) $g(x) = x^2 - 16$ g) $h(x) = \frac{x^2+3}{5}$ h) $i(x) = \frac{3-x}{2x-1}$

i) $j(x) = \frac{x^2+2}{3x^2-1}$ j) $k(x) = \sqrt{1-2x}$ k) $l(x) = \sqrt{\frac{2x}{x+1}}$ l) $i(x) = \sqrt{\frac{x^2}{4-x^2}}$

m) $j(x) = \ln(x^2 - 4)$ n) $k(x) = \ln\left(\frac{x}{1-x}\right)$ ñ) $l(x) = e^x - 2$ o) $i(x) = e^{-2x} + 3$

8.45. Calcula el Recorrido o imagen de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 5$ b) $g(x) = -3$ c) $h(x) = x + 5$ d) $i(x) = \frac{x-1}{3}$
 e) $f(x) = 3 - 2x$ f) $g(x) = x^2 - 4$ g) $h(x) = \frac{3+x^2}{5}$ h) $i(x) = \frac{3x+1}{2x+5}$
 i) $j(x) = \frac{3x^2}{x^2-9}$ j) $k(x) = \sqrt{3x-1}$ k) $l(x) = \sqrt{\frac{x}{x+2}}$ l) $i(x) = \sqrt{\frac{x^2}{x^2+1}}$
 m) $j(x) = \log(9-x^2)$ n) $k(x) = \ln\left(\frac{x+2}{1+x}\right)$ ñ) $l(x) = 3 - e^{-x}$ o) $i(x) = 2^x + 1$

8.46. Dadas las siguientes funciones

$f(x) = x^2$ $g(x) = \sqrt{x}$ $h(x) = 2x - 1$ $i(x) = \frac{1}{x+1}$

Calcula la expresión de las siguientes composiciones,

a) $f \circ g$ b) $g \circ f$ c) $h \circ i$ d) $i \circ h$
 e) $g \circ i$ f) $i \circ g$ g) $f \circ g \circ h$ h) $h \circ g \circ f$

8.47. Dadas las siguientes funciones

$f(x) = \frac{1}{x^2-1}$ $g(x) = \sqrt{x-1}$ $h(x) = x^2 + 2$ $i(x) = \frac{1}{x}$

Calcula la expresión de las siguientes composiciones,

a) $f \circ g$ b) $g \circ f$ c) $h \circ g$ d) $g \circ h$
 e) $h \circ i$ f) $i \circ h$ g) $g \circ i \circ h$ h) $i \circ g \circ f$

8.48. Contesta a las siguientes cuestiones,

- a) Si $f(x)$ es una función cuya función inversa es $f^{-1}(x)$, ¿qué función será $f \circ f^{-1}$?,
 ¿y $f^{-1} \circ f$?
 b) ¿Cuál es la función inversa de la función $f(x) = x$?
 c) ¿Cuál es la función inversa de la función $f(x) = x^2$?
 d) ¿Cuál es la función inversa de la función $f(x) = \sqrt{x}$?

- e) ¿Cuál es la función inversa de la función $f(x) = \frac{1}{x}$?
- f) ¿Cuál es la función inversa de la función $f(x) = a^x$?
- g) ¿Cuál es la función inversa de la función $f(x) = \ln(x)$?

E. SIMETRÍAS PAR E IMPAR

8.51. Comprueba cuáles de las siguientes funciones son de simetría par, cuáles son de simetría impar y cuáles no presentan simetrías.

a) $f(x) = \frac{4x^3}{2x^2 - 1}$

b) $g(x) = x^2 - 4$

c) $h(x) = x^3 - 2x$

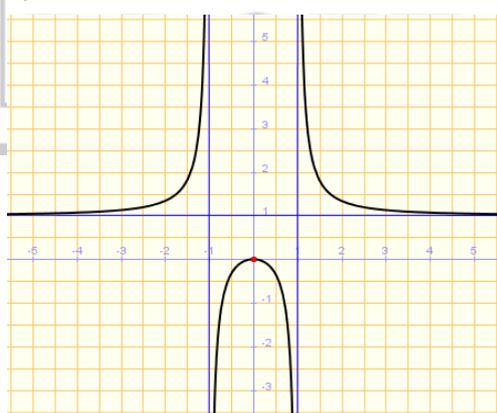
d) $i(x) = \frac{2x^2 - 4}{x^2 - 1}$

e) $j(x) = \frac{x^3}{x - 1}$

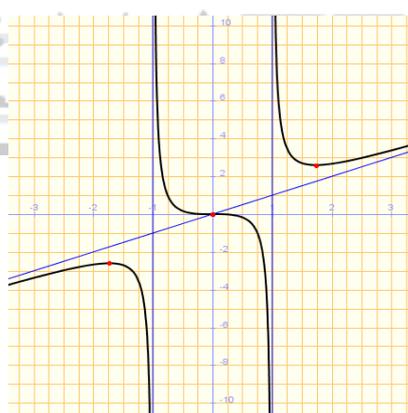
f) $k(x) = \frac{x^3 - 4x}{x^3 + x}$

8.52. Determina cuáles de las siguientes funciones presentan simetría par y cuáles impar dando una explicación clara y correcta.

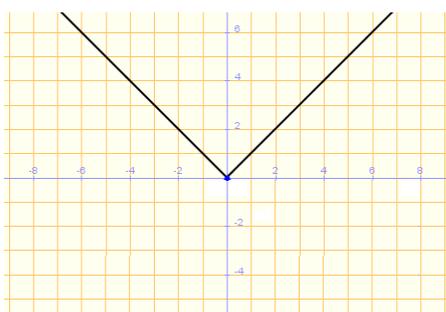
a)



b)



c)



d)

