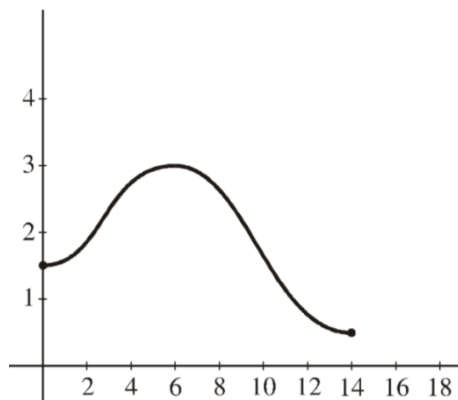


**A. CARACTERÍSTICAS DE UNA FUNCIÓN**

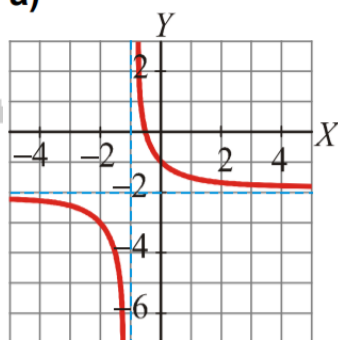
**8.1.** La siguiente gráfica corresponde a la función  $y = f(x)$ :



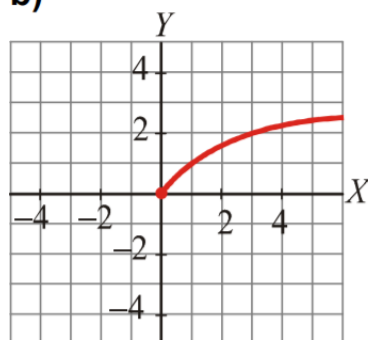
- ¿Cuál es su dominio de definición?
- Indica los tramos en los que la función es creciente y en los que es decreciente.
- ¿En qué punto tiene la función su máximo?

**8.2.** A partir de la gráfica de estas funciones, indica cuál es su dominio y su recorrido (imagen):

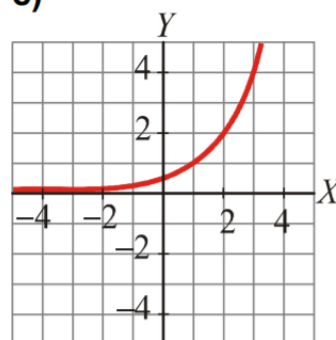
**a)**



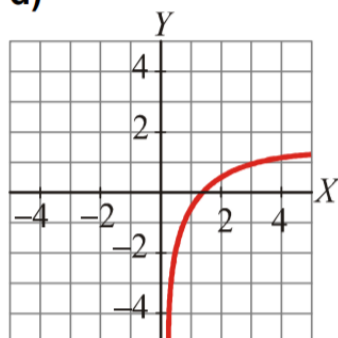
**b)**



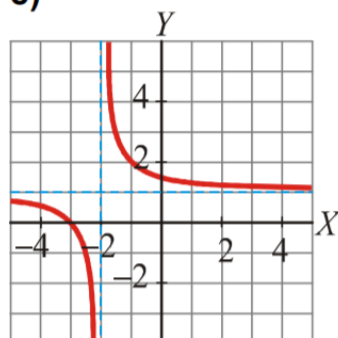
**c)**



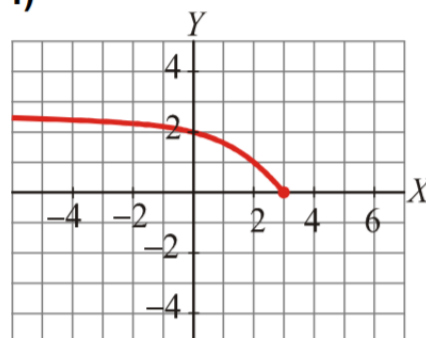
**d)**



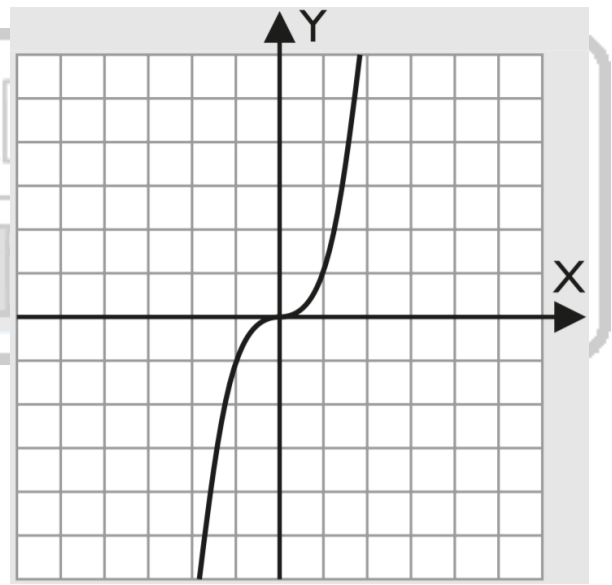
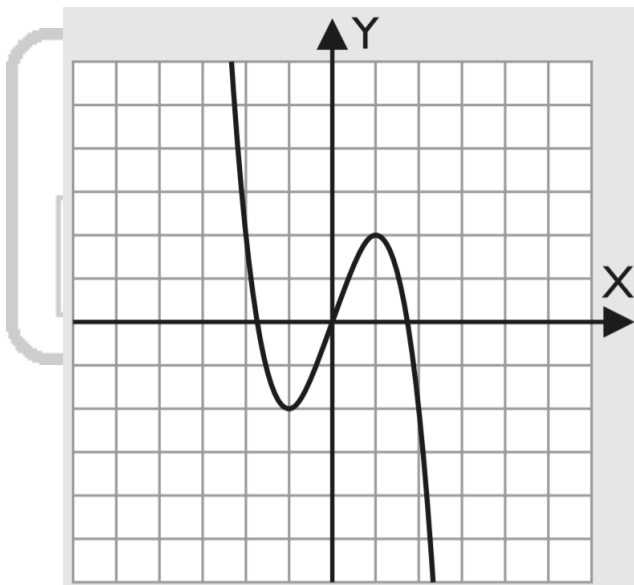
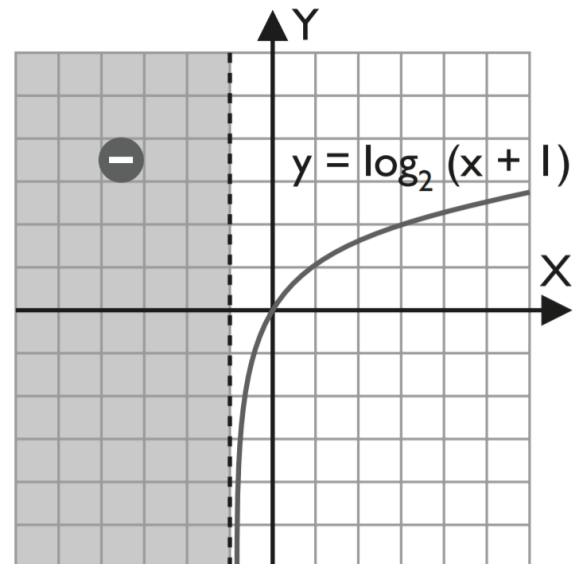
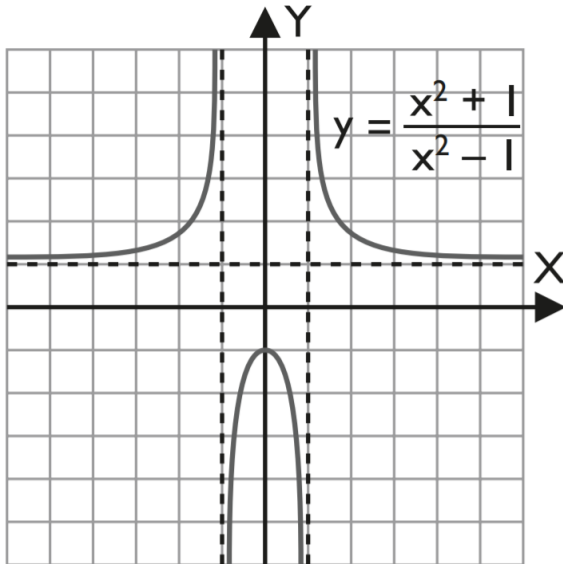
**e)**



**f)**



**8.3.** Estudia la monotonía, puntos críticos, curvatura y puntos de inflexión de las siguientes gráficas de funciones.



**B. FUNCIONES CONSTANTES, AFÍNES Y LINEALES.**

**8.11.** Representa las siguientes funciones:

$$f(x) = 3x - 2 \qquad y = 1 - \frac{2x}{3} \qquad h(t) = \frac{5t + 1}{2} \qquad y = \frac{2 - 3x}{6}$$

**8.12.** Calcula la pendiente y la ordenada en el origen de las siguientes funciones,

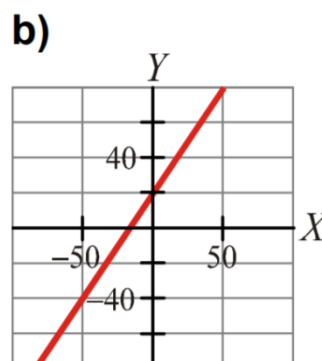
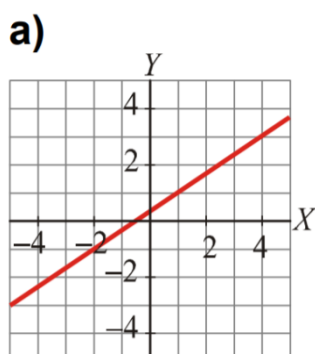
- a) Pasa por los puntos A(2, -1) y B(3, 2)
- b) Pasa por el origen de coordenadas y por el punto C(-1, 3)
- c) Pasa por los puntos D(3, 2) y E(1, -3)
- d) Pasa por el origen de coordenadas y por el punto F(1, 4)
- e) Corta al eje OX en la abscisa  $x = 2$  y al eje OY en la ordenada  $y = -1$ .

**8.13.** Calcula la función afín que cumple las siguientes condiciones:

- a) Pasa por los puntos A(1, 2) y B(-2, 5)
- b) Tiene pendiente 3 y pasa por el punto C(1, 4)
- c) Pasa por los puntos D(1/2, -1) y E(0, -2)
- d) Pasa por el origen de coordenadas y por el punto F(-3, -4)
- e) Corta al eje OX en la abscisa  $x = -4$  y al eje OY en la ordenada  $y = 5$ .

**8.14.** Halla la ecuación de la recta que pasa por (-1, 2) y cuya pendiente es  $-1/3$ .

**8.15.** Escribe la ecuación de las rectas cuyas gráficas son las siguientes:



**8.16.** Escribe la ecuación de la recta que pasa por los puntos (3, -4) y (-2, 3)

**8.17.** Calcula la pendiente y la inclinación de cada una de estas rectas:

a)  $2x + y = 0$     b)  $x - \sqrt{3}y + 1 = 0$     c)  $y = 2$     d)  $y = x + 1$

**8.18.** Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto  $(-1, 3)$  y cuya ordenada en el origen es  $-1$ .

**8.19.** Representa gráficamente la función  $5x + 3y - 1 = 0$

**8.20.** Obtén la ecuación de la recta que pasa por los puntos  $(-2, -1)$  y  $(1, 3)$ , y representala.

**C. FUNCIONES CUADRÁTICAS. VÉRTICE, CORTES CON LOS EJES. EJE DE SIMETRÍA.**

**8.21.** Representa las siguientes funciones cuadráticas:

$$f(x) = x^2 - 4x + 3 \quad y = x \cdot (x - 1) \quad h(t) = 4 + 2t - t^2 \quad y = -x^2 + 9$$

**8.22.** Calcula el vértice y el eje de simetría de las funciones,

$$f(x) = -x^2 + 3x \quad y = 2x^2 + 6x - 1 \quad h(t) = 4t - 3t^2 + 1 \quad y = -x^2 + 2x$$

**8.23.** Determina el máximo o mínimo absoluto y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de las siguientes funciones sin representar

$$f(x) = x^2 - 2x + 1 \quad g(t) = -t^2 - 3t + 2 \quad h(x) = 3 + 5x - x^2 \quad y = 4x + x^2 + 5$$

**8.24.** Determina sin representar si las siguientes funciones son cóncavas o convexas.

a)  $y = -2x^2 + 4x + 6$

b)  $y = (x + 1)^2 - 3$

c)  $y = 3 \cdot (x - 2)^2 + 4 - y$

d)  $y - 3 = -2 \cdot (x + 1)^2$

**8.25.** Halla el vértice de las siguientes parábolas,

a)  $y + 3 = 2 \cdot (x - 1)^2$     b)  $x^2 - 2x - y + 9 = 0$     c)  $3x^2 + y + 12 - 12x = 0$

d)  $(x + 2)^2 = 2y + 6$     e)  $x^2 - 6x = 2y - 11$     f)  $x^2 + 2y + 10 - 4x = 0$

**8.26.** Halla los puntos de corte con los ejes de las parábolas

a)  $y - 1 = (x + 3)^2$     b)  $y = -x^2 + 4x - 3$     c)  $3x^2 + y + 12 - 12x = 0$

d)  $(x + 1)^2 = 2y + 16$     e)  $x^2 - 5x = 2y - 6$     f)  $x^2 + 2y - 4x = 0$

**8.27.** Calcula la función cuadrática que cumple las siguientes condiciones:

- a) Pasa por los puntos  $A(0, 2)$ ,  $B(- 2, 5)$  y  $C(1, 1)$ .
- b) Pasa por el origen de coordenadas, por el punto  $C(1, 4)$  y por el punto  $D(- 1, 4)$ .
- c) Pasa por los puntos  $A(2, 3)$ ,  $B(- 1, 4)$  y  $C(1, 5)$ .
- e) Corta al eje  $OX$  en la abscisa  $x = - 2$  y  $x = 2$  y al eje  $OY$  en la ordenada  $y = 5$ .

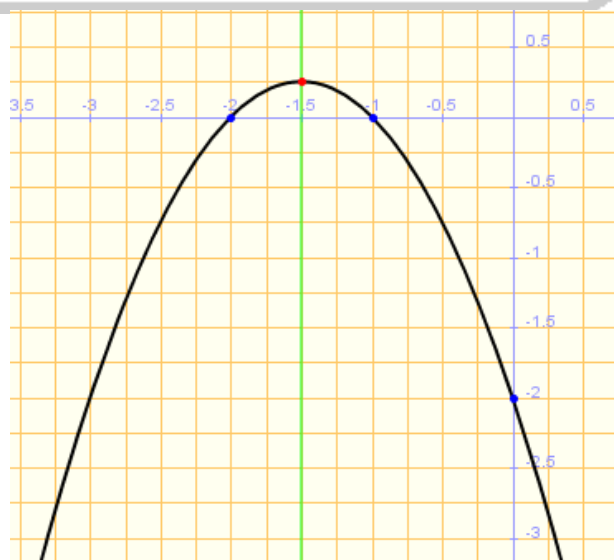
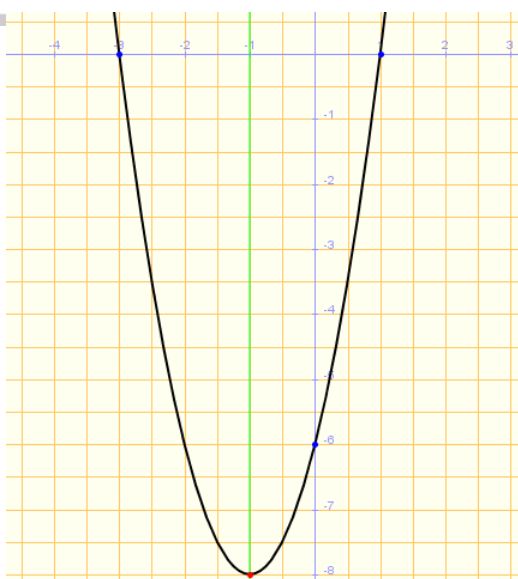
**8.28.** Escribe a las siguientes funciones cuadráticas en la forma  $(y - v) = a(x - u)^2$   
 Determina luego el eje de simetría y el vértice de la función.

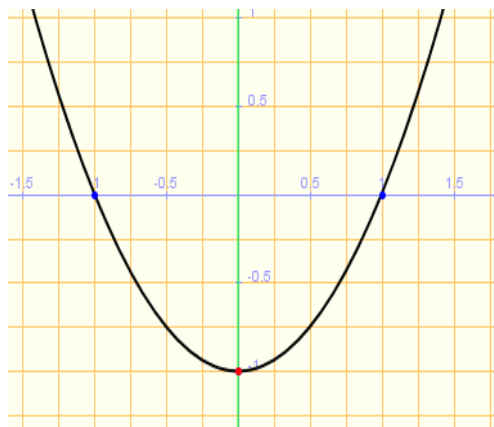
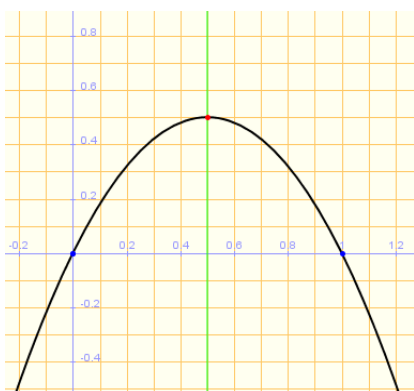
- a)  $f(x) = x^2 - 4x + 3$     b)  $g(x) = 3x^2 + 6x - 3$     c)  $h(x) = 1 + 2x - 3x^2$
- d)  $i(x) = 2x + x^2 + 2$     e)  $i(x) = -x - x^2 + 1$     f)  $i(x) = -8x + 2x^2 + 2$

**8.29.** Dada la función  $(y - v) = a(x - u)^2$  calcula los parámetros  $a, u$  y  $v$  sabiendo,

- a) La función presenta su vértice en  $V(- 2, 3)$  y  $f(1) = 5$ .
- b) Corta al eje  $OX$  en  $x = 2$  y  $x = 6$  y al eje  $OY$  en  $y = 4$ .
- c) Pasa por los puntos  $A(0, 0)$ ,  $B(1, 0)$  y  $(2, 5)$ .

**8.30.** Dada la gráfica de las siguientes funciones cuadráticas, da su expresión analítica en el modo  $y = a \cdot (x - r) \cdot (x - s)$ .





#### D. FUNCIONES DE PROPORCIONALIDAD INVERSA Y RACIONALES

**8.31.** Calcula el dominio de las siguientes funciones racionales,

$$f(x) = \frac{x+2}{x^2-1} \quad g(x) = \frac{3x^2}{3x+2} \quad h(x) = 2 + \frac{3x}{x^2-5} \quad i(x) = \frac{x-4}{x^3-4x^2} - 3x$$

**8.32.** Estudia el signo de las siguientes funciones racionales,

$$f(x) = \frac{2x-1}{x^2+4x} \quad g(x) = \frac{x^2-1}{3-x} \quad h(x) = 2 + \frac{x+2}{x^2-x} \quad i(x) = \frac{x-2}{x^3-x} - 3x$$

**8.33.** Calcula las asíntotas verticales y horizontales de las siguientes funciones de proporcionalidad inversa,

$$f(x) = \frac{1}{2x-4} \quad g(x) = 2 - \frac{4}{x+1} \quad h(x) = 5 + \frac{4}{x-3} \quad i(x) = 1 - \frac{3}{2x+6}$$

**8.34.** Calcula la asíntota oblicua de las siguientes funciones racionales,

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2-x} \quad g(x) = \frac{x^2-1}{x+2} \quad h(x) = \frac{x^3+2x-1}{2x^2-1} \quad i(x) = \frac{4x^2+x}{3x+1}$$

**8.35.** Calcula todas las asíntotas verticales de las siguientes funciones racionales,

$$f(x) = \frac{4x}{x-3} \quad g(x) = \frac{2x^2+1}{x^2-4} \quad h(x) = \frac{x^4}{x^3-x} \quad i(x) = \frac{x^3}{x^2+1}$$

**8.36.** Representa las siguientes funciones de proporcionalidad inversa:

$$f(x) = \frac{1}{x-1} + 2 \quad g(x) = \frac{3}{2x+1} - 4 \quad h(x) = 1 - \frac{4}{x-2} \quad i(x) = 3 + \frac{2}{6x+3}$$

**E. IMÁGENES Y ANTI-IMÁGENES. DOMINIO E IMAGEN DE UNA FUNCIÓN. COMPOSICIÓN DE FUNCIONES Y FUNCIÓN INVERSA.**

**8.41.** Calcula el dominio de las siguientes funciones algebraicamente,

a)  $f(x) = -2$       b)  $g(x) = x + 3$       c)  $h(x) = \frac{1-x}{6}$       d)  $i(t) = \frac{3t}{t^2-9}$   
 e)  $y = x^2 + x - 2$       f)  $y = \frac{3x+1}{x^3-x}$       g)  $s(t) = \sqrt{\frac{2t}{t+1}}$       h)  $y = \frac{3x-6}{x^2+1}$   
 i)  $y = \frac{x+2}{x^4-x^2}$       j)  $k(t) = \frac{\sqrt{t+1}}{t-1}$       k)  $l(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-2}}$       l)  $m(z) = \frac{z}{\sqrt[3]{z-1}}$

**8.42.** Calcula la imagen de las siguientes funciones en los valores que se indican,

a)  $f(x) = \frac{2x}{x^2+3}$  en  $x = -1$       b)  $g(x) = x^3 - 5x^2 + 1$  en  $x = -2$

c)  $h(x) = \sqrt{x-x^2}$  en  $x = \frac{1}{2}$       d)  $i(x) = \sqrt{\frac{2x}{x^2+5}}$  en  $x = 2$

**8.43.** Calcula el valor "x" para que las siguientes funciones toman la imagen correspondiente,

a)  $f(x) = \frac{2x+1}{x^2-9} = -1$       b)  $g(x) = x^3 - 8x + 1 = -2$

c)  $h(x) = \sqrt{x^2+x+4} = 2$       d)  $i(x) = \frac{x^2-1}{x^2} = -2$

**8.44.** Calcula la función inversa de las siguientes funciones biyectivas,

a)  $f(x) = 6$       b)  $g(x) = \sqrt{2}$       c)  $h(x) = 4 - x$       d)  $i(x) = 2x + 6$

e)  $f(x) = \frac{4+5x}{4}$       f)  $g(x) = x^2 - 16$       g)  $h(x) = \frac{x^2+3}{5}$       h)  $i(x) = \frac{3-x}{2x-1}$

i)  $j(x) = \frac{x^2+2}{3x^2-1}$       j)  $k(x) = \sqrt{1-2x}$       k)  $l(x) = \sqrt{\frac{2x}{x+1}}$       l)  $i(x) = \sqrt{\frac{x^2}{4-x^2}}$

m)  $j(x) = \ln(x^2 - 4)$       n)  $k(x) = \ln\left(\frac{x}{1-x}\right)$       ñ)  $l(x) = e^x - 2$       o)  $i(x) = e^{-2x} + 3$

**8.45.** Calcula el Recorrido o imagen de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = 5$                       b)  $g(x) = -3$                       c)  $h(x) = x + 5$                       d)  $i(x) = \frac{x-1}{3}$   
 e)  $f(x) = 3 - 2x$                       f)  $g(x) = x^2 - 4$                       g)  $h(x) = \frac{3+x^2}{5}$                       h)  $i(x) = \frac{3x+1}{2x+5}$   
 i)  $j(x) = \frac{3x^2}{x^2-9}$                       j)  $k(x) = \sqrt{3x-1}$                       k)  $l(x) = \sqrt{\frac{x}{x+2}}$                       l)  $i(x) = \sqrt{\frac{x^2}{x^2+1}}$   
 m)  $j(x) = \log(9-x^2)$                       n)  $k(x) = \ln\left(\frac{x+2}{1+x}\right)$                       ñ)  $l(x) = 3 - e^{-x}$                       o)  $i(x) = 2^x + 1$

**8.46.** Dadas las siguientes funciones

$f(x) = x^2$                        $g(x) = \sqrt{x}$                        $h(x) = 2x - 1$                        $i(x) = \frac{1}{x+1}$

Calcula la expresión de las siguientes composiciones,

a)  $f \circ g$                       b)  $g \circ f$                       c)  $h \circ i$                       d)  $i \circ h$   
 e)  $g \circ i$                       f)  $i \circ g$                       g)  $f \circ g \circ h$                       h)  $h \circ g \circ f$

**8.47.** Dadas las siguientes funciones

$f(x) = \frac{1}{x^2-1}$                        $g(x) = \sqrt{x-1}$                        $h(x) = x^2 + 2$                        $i(x) = \frac{1}{x}$

Calcula la expresión de las siguientes composiciones,

a)  $f \circ g$                       b)  $g \circ f$                       c)  $h \circ g$                       d)  $g \circ h$   
 e)  $h \circ i$                       f)  $i \circ h$                       g)  $g \circ i \circ h$                       h)  $i \circ g \circ f$

**8.48.** Contesta a las siguientes cuestiones,

- a) Si  $f(x)$  es una función cuya función inversa es  $f^{-1}(x)$ , ¿qué función será  $f \circ f^{-1}$  ?,  
 ¿y  $f^{-1} \circ f$  ?  
 b) ¿Cuál es la función inversa de la función  $f(x) = x$ ?  
 c) ¿Cuál es la función inversa de la función  $f(x) = x^2$ ?  
 d) ¿Cuál es la función inversa de la función  $f(x) = \sqrt{x}$  ?



- e) ¿Cuál es la función inversa de la función  $f(x) = \frac{1}{x}$ ?
- f) ¿Cuál es la función inversa de la función  $f(x) = a^x$ ?
- g) ¿Cuál es la función inversa de la función  $f(x) = \ln(x)$ ?

**E. SIMETRÍAS PAR E IMPAR**

**8.51.** Comprueba cuáles de las siguientes funciones son de simetría par, cuáles son de simetría impar y cuáles no presentan simetrías.

a)  $f(x) = \frac{4x^3}{2x^2 - 1}$

b)  $g(x) = x^2 - 4$

c)  $h(x) = x^3 - 2x$

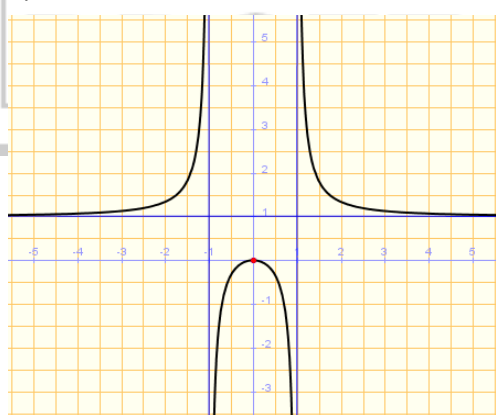
d)  $i(x) = \frac{2x^2 - 4}{x^2 - 1}$

e)  $j(x) = \frac{x^3}{x - 1}$

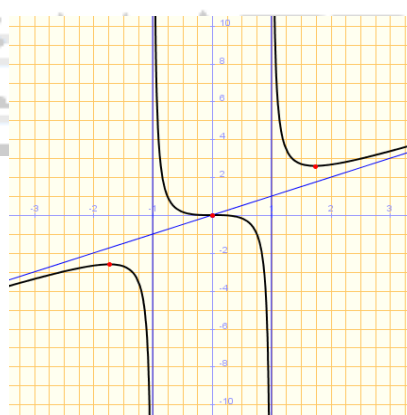
f)  $k(x) = \frac{x^3 - 4x}{x^3 + x}$

**8.52.** Determina cuáles de las siguientes funciones presentan simetría par y cuáles impar dando una explicación clara y correcta.

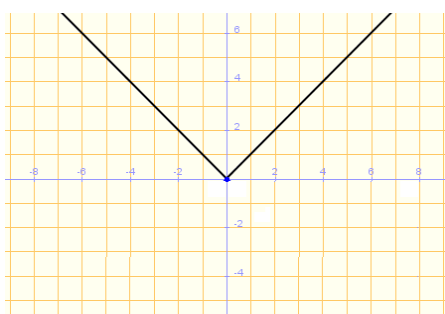
a)



b)



c)



d)

