

**A. SUCESIONES. PROGRESIONES. TÉRMINO GENERAL. TÉRMINOS. LÍMITE.**

**2.1.** Halla los términos primero, segundo y décimo de las siguientes sucesiones, cuyo término general se da:

a)  $a_n = 2n - 1$

b)  $b_n = \frac{4n - 3}{2}$

c)  $c_n = n^2 - 3n + 5$

d)  $a_n = 2^{n-1}$

e)  $e_n = (-3)^n$

**2.2.** Calcula el término general de las siguientes sucesiones:

a) 5, 7, 9, 11, 13 ...

b)  $1/3, 1/4, 1/5, 1/6 \dots$

c) 1, 0, -1, -2, -3 ...

d) 1, 4, 9, 16, 25, 36 ...

e) 2, 5, 10, 17, 26, 37 ...

f) -1, 2, -3, 4, -5 ...

**2.3.** Escribe los dos términos siguientes a los establecidos en cada una de las siguientes sucesiones, e indica cuáles son progresiones aritméticas, y cuáles geométricas:

a) 1,6; 2; 2,4; 2,8 ...

b)  $1/2, 1/4, 1/8, 1/16 \dots$

c) 9, 7, 5, 3 ...

d)  $1/3, 1/6, 1/12, 1/24 \dots$

e) 80, 8, 0,8, 0,08 ...

f) 8, 4, 0, -4 ...

**2.4.** Comprueba si los siguientes valores son o no términos de las siguientes sucesiones,

a)  $a_n = n^2 - 3n + 2 \quad \text{¿} \exists n / a_n = 240 \text{?}$

b)  $b_n = \frac{2n - 1}{n^2 + 1} \quad \text{¿} \exists n / b_n = \frac{5}{34} \text{?}$

c)  $c_n = n^3 + 2n - 3 \quad \text{¿} \exists n / c_n = 132 \text{?}$

d)  $d_n = \frac{n^2}{4 - n^2} \quad \text{¿} \exists n / d_n = \frac{49}{45} \text{?}$

**2.5.** Calcula los primeros cinco términos de las siguientes sucesiones recurrentes,

a)  $a_1 = 5 \text{ y } a_{n+1} = a_n + 2 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

b)  $b_1 = 1 \quad b_2 = 1 \text{ y } b_{n+2} = b_{n+1} + b_n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

c)  $c_1 = \frac{1}{3} \text{ y } c_{n+1} = (c_n)^n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

d)  $d_1 = 2 \quad d_2 = 5 \text{ y } d_{n+2} = \frac{d_{n+1}}{d_n}$

**2.6.** Determina la convergencia o no de las siguientes sucesiones mediante el cálculo de su límite o valor de convergencia (si existe),

a)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n^2 - 3n + 2)$       b)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (5 - 3n - n^2 - 4n^3)$       c)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (1000 - n)$

d)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (5 - 4n + 2n^2)$

e)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n}{1 - n^2}$

f)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 - n + 1}{n^3}$

g)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + 2n - 3}{4 + n^2 - n^3}$

h)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{6n^2 - n + 1}{4 - 3n^2 + n}$

i)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 - 2n^4}{1 + 8n^4 - 3n^2}$

j)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5 + n^3}{n^2 - n^3}$

k)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{16 - n^4}{n^2 - 4n + 4}$

l)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4n - n^3 - 5}{n - n^2 - 2}$

m)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^6 - 3n^3 - 1}{5 - n^4 + 2n^3}$

n)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n + 2)^2}{(n + 1) \cdot (n - 1)}$

o)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{32 - n^5}{(3n^3 - 2)^2}$

**2.7.** Determina la convergencia o no de las siguientes sucesiones mediante el cálculo de su límite o valor de convergencia (si existe),

$$\begin{array}{lll}
 a) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n^2 + 2n} + 1}{\sqrt{n^3 + 4n^2}} & b) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{1 + 8n^3}}{\sqrt[4]{81n^8 + 1} + 2} & c) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n + 3}{\sqrt{n^2 + 1} + \sqrt[3]{n^3 + 1}} \\
 d) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n + 1}{n^2 + \sqrt{9n^2 + 1}} & e) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[5]{n^{10} + n} - 1}{2n^2 - 5} & f) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + \sqrt[3]{n^3 + 1}}{\sqrt[3]{8n^3 + 2n} + n} \\
 g) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n^4 + 1} + \sqrt{2n^6 + 3}}{\sqrt{9n^8 - 2} + \sqrt{9n^4 + 4}} & h) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^2 + \sqrt[4]{n^8 + 1}}{8 \cdot \sqrt[3]{n^6 + 1}} & i) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n - \sqrt[5]{n^3 - 2n}}{\sqrt[10]{n^6 + n} - 3}
 \end{array}$$

**2.8.** Determina la convergencia o no de las siguientes sucesiones mediante el cálculo de su límite o valor de convergencia (si existe),

$$\begin{array}{ll}
 a) \lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{4n^2 - 3n} - \sqrt{n^2 - 3n + 1}) & b) \lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n - 2} - \sqrt{n^2 - 1}) \\
 c) \lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{3n^3 + n} - \sqrt{n^2 - 4n + 1}) & d) \lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{1 + n} - \sqrt{n - 1}) \\
 e) \lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{81n^4 + 2n^3 + 1} - n^2) & f) \lim_{n \rightarrow +\infty} (2n - \sqrt{4n^2 + n - 1}) \\
 j) \lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{3 + 2n + n^2} - \sqrt{1 + n + 4n^2}) & m) \lim_{n \rightarrow +\infty} (n - \sqrt{1 + 2n})
 \end{array}$$

**2.9.** Determina la convergencia o no de las siguientes sucesiones mediante el cálculo de su límite o valor de convergencia (si existe),

$$\begin{array}{lll}
 a) \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{5n + 1}\right)^{3n+2} & b) \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{2n^2}\right)^{4n+1} & c) \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n + 2n^2}\right)^{n^2-3} \\
 d) \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{3n + 2}\right)^{2n-5} & e) \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n}{n + 1}\right)^{2n^2+3} & f) \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n - 2}{n + 3}\right)^{n-1} \\
 g) \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n^2 + 1}{n^2 - 1}\right)^{n^2+1} & h) \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n - 2}{n + 3}\right)^{n-1} & i) \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2n^2 + 1}{n^2 - 4}\right)^{2n^2}
 \end{array}$$

**2.10.** Dada una sucesión recurrente con

$$a_1 = A \quad a_2 = B \quad \text{y} \quad a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$$

se considera la nueva sucesión cuyo término general es  $b_n = \frac{a_{n+1}}{a_n}$ . Investiga si la sucesión  $b_n$  es convergente.

## B. PROGRESIONES ARITMÉTICAS

**2.11.** Determina el término general de las siguientes progresiones aritméticas:

a) 4, 11, 18, 25, ...

c) 7, -4, -15, -26, ...

b) -9, -6, -3, 0, 3, ...

d)  $\frac{1}{3}, \frac{4}{3}, \frac{7}{3}, \frac{10}{3}, \dots$

**2.12.** Calcula la diferencia y el término general de las siguientes Progresiones Aritméticas, de las que conocemos algunos términos:

a)  $a_1 = -1$  y  $a_3 = 3$

b)  $b_1 = -2$  y  $b_5 = -14$

**2.13.** Let  $S_n$  be the sum of the first  $n$  terms of the arithmetic series  $2 + 4 + 6 + \dots$ . Find:

(i)  $S_4$

(ii)  $S_{100}$

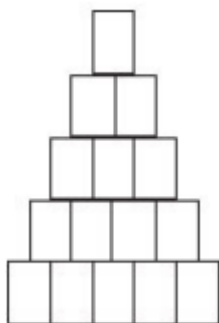
**2.14.** Una nadadora entrenó todos los días durante tres semanas. El primer día nadó 15 minutos, y cada día nadaba 5 minutos más que el día anterior. ¿Cuánto tiempo nadó el último día? ¿Y a lo largo de las tres semanas?

**2.14b.** Un estudiante trabaja de cartero para ayudarse con sus estudios. Cada día es capaz de repartir 30 cartas más que el día anterior. En el vigésimo día repartió 2.285 cartas:  
a) ¿Cuántas cartas repartió el primer día? ¿Y el décimo? b) ¿En qué día repartió 2165 cartas? c) Calcula cuántas cartas repartió hasta el día 15.

**2.15.** He decidido ahorrar dinero, 2 euros para empezar, y 20 céntimos cada día. Y me pregunto cuánto dinero tendré al cabo de un mes (30 días)

**2.16.** Clara organizes cans in triangular piles, where each row has one less can than the row below.

For example, the pile of 15 cans shown has 5 cans in the bottom row and 4 cans in the row above it.



- (a) A pile has 20 cans in the bottom row. Show that the pile contains 210 cans.  
 (b) There are 3240 cans in a pile. How many cans are in the bottom row?  
 (c) (i) There are  $S$  cans and they are organized in a triangular pile with  $n$  cans in the bottom row. Show that

$$n^2 + n - 2S = 0$$

- (ii) Clara has 2100 cans. Explain why she cannot organize them in a triangular pile.

**2.17.** El primer término de una progresión aritmética es 12, la diferencia es 5, y el número de términos es 32. Calcula el valor del último término. SOL = 167

**2.18.** Calcular el primer término de una progresión aritmética sabiendo que la diferencia es 84, y el decimoséptimo término, 459. SOL=-885

**2.19.** Calcular la diferencia de una progresión aritmética, sabiendo que sus términos primero y séptimo son 8 y 72, respectivamente. SOL= 32/3

**2.20.** Calcular el número de términos de una progresión aritmética, sabiendo que su primer término es 1, el último, 1 241, y la diferencia, 5. SOL = 249

**2.21.** Los términos tercero y séptimo de una progresión aritmética son 11 y 35, respectivamente. Calcula el primer término. SOL=-1

**2.22.** Tres números forman una progresión aritmética sabiendo que la suma del primero y del tercero es 20, calcular el segundo. SOL=10

**2.23.** El primer término de una progresión aritmética es igual a la diferencia. Calcula su valor, sabiendo que el tercer término es 36. SOL = 12

**2.24.** Calcular la suma de todos los términos de una progresión aritmética de 12 términos, sabiendo que el primero y el último son -1 y 121, respectivamente. SOL = 720

**2.25.** El primer término de una progresión aritmética es  $-20$ , y la diferencia,  $2$ . Calcula la suma de los  $14$  primeros términos. SOL =  $98$

**2.26.** Halla la suma de todos los números impares menores de  $100$ .

**2.27.** Calcula,

$$a) \sum_{n=1}^{10} 2n \qquad b) \sum_{n=20}^{50} 5n \qquad c) \sum_{n=10}^{20} 7n$$

**2.28.** Calcula,

$$a) \sum_{n=13}^{23} (3 - 4n) \qquad b) \sum_{n=7}^{31} \left(\frac{n-1}{2}\right) \qquad c) \sum_{n=20}^{100} (3n - 2)$$

**2.29.** Calcula la suma de los términos de una progresión aritmética, sabiendo que tiene  $8$  términos, que el último es  $65$  y la diferencia es  $8$ . SOL= $296$

**2.30.** Una progresión aritmética es tal que  $a_1 = -203$ ;  $a_n = 902,5$ ;  $d=16,5$ . Calcula su suma. SOL= $23\ 783$

**2.31.** La suma de los términos de una progresión aritmética es  $198$ . Calcula el último término sabiendo que  $a_1 = n = 18$ . SOL =  $4$

**2.32.** La suma de los términos de una progresión aritmética es  $1\ 875$ , el número de términos,  $10$ , y la diferencia,  $6$ . Calcula el valor del último término. SOL= $214,5$

**2.33.** Hallar el número de términos de una progresión aritmética, sabiendo que el primero y el último son, respectivamente,  $-1$  y  $13$ , y que la diferencia es  $2$ . SOL =  $8$

**2.34.** Consider the arithmetic sequence  $2, 5, 8, 11, \dots$

(a) Find  $u_{101}$ .

(b) Find the value of  $n$  so that  $u_n = 152$ .

**2.35.** Calcular el número de términos de una progresión aritmética, sabiendo que el último término es  $198$ , la diferencia,  $19$ , y la suma de los términos,  $-1\ 972$ . SOL =  $29$

**2.36.** Calcular el número de términos y la diferencia de una progresión aritmética sabiendo que:  $a_1 = -19$ ;  $a_n = 899$ ;  $S = 7480$ . SOL:  $n = 17$ ;  $d = 57,375$

**2.37.** En una progresión aritmética:  $a_1 = 0$ ;  $a_{11} = 100$ . Calcula la diferencia y la suma de los **2.61.** Calcula el producto de los términos de una progresión geométrica, sabiendo que el primer término es  $2$ , la razón  $3$ , y el número de términos es  $5$ . SOL= $1\ 889\ 568$

cinco primeros términos. SOL:  $d = 10$ ;  $S_5 = 100$ .

**C. PROGRESIONES GEOMÉTRICAS**

**2.38.** Indica si las siguientes progresiones son geométricas:

a) 12, 9, 6, 3, ...

c) 1, 4, 9, 16, ...

b) 6, 18, 54, ...

d)  $\frac{5}{3}, \frac{10}{12}, 20/24, \dots$

**2.39.** Determina el término general de las siguientes progresiones geométricas:

a) 3, 9, 27, 81, ...

c) 5, -15, 45, -135, ...

b) 80, 40, 20, 10, 5, ...

d)  $\frac{1}{9}, \frac{1}{3}, 1, \dots$

**2.40.** Conociendo algunos términos de una Progresión Geométrica, calcula la razón y el término general:

a)  $a_4 = 4$  y  $a_5 = 64$

b)  $b_1 = 3$  y  $b_5 = 0'0003$

**2.41.** Consider the geometric sequence -3, 6, -12, 24, ....

(i) Write down the common ratio.

(ii) Find the 15th term

**2.42.** Calcula el término 24 de la progresión geométrica 4, 12, 36, ...

**2.43.** En una progresión geométrica el sexto término es 27 y el tercero 1. Halla la razón.

**2.44.** En una progresión geométrica  $a_1 = 8$  y  $a_3 = 2$ . Calcula  $a_6$  y su término general.

**2.45.** En una progresión geométrica el primer término vale 6 y la razón 2. Determina el lugar que ocupa el término de valor 6 144.

**2.46.** Consider the infinite geometric sequence 3000, - 1800, 1080, - 648, ...

(a) Find the common ratio.

(b) Find the 10<sup>th</sup> term.

- 2.47.** Calcula la suma de los seis primeros términos de una progresión geométrica en la que  $a_1 = 4$  y  $r = 3$ .
- 2.48.** ¿Cuánto vale la suma de los cinco primeros términos de una progresión geométrica en la que  $a_5 = 324$  y  $r = 3$ ?
- 2.49.** ¿Cuántos términos se han tomado en una progresión geométrica de primer término 7 si el último considerado vale 448 y la suma de ellos 889?
- 2.50.** En una progresión geométrica  $S_6 = 1456$  y  $r = 3$ . Determina  $a_1$  y  $a_4$ .
- 2.51.** El tercer término de una Progresión Geométrica es 12, y la razón, 5; calcula la suma de los 10 primeros términos.
- 2.52.** En una progresión geométrica de siete términos, el primero y el último son, respectivamente, 1 y 100. Calcula la razón.
- 2.53.** Si en una progresión geométrica de razón 3, el primer término  $a_1 = 5$  y cierto término de la misma es  $a_n = 3645$ , calcula el valor de  $n$ . SOL  $n = 7$
- 2.54. The first four terms of a sequence are 18, 54, 162, 486.
- (a) Use all four terms to show that this is a geometric sequence.
- (b) (i) Find an expression for the  $n$ th term of this geometric sequence.
- (ii) If the  $n$ th term of the sequence is 1062882, find the value of  $n$ .
- 2.55.** El primer término de una progresión geométrica es 1, la razón 2. Calcula la suma de los cinco primeros términos.
- 2.56.** En una progresión geométrica los términos tercero y sexto son, respectivamente,  $9/8$  y  $243/8$ . Calcula la suma de los primeros 7 términos. SOL= $1093/8$
- 2.57.** Calcular el número de términos de una progresión geométrica sabiendo que:  $a_1 = 180$ ;  $a_n = 320/9$ ;  $S = 4220/9$ . SOL = 5
- 2.58.** Una progresión geométrica es tal que:  $a_1 = 180$ ;  $a_n = 160/3$  y el producto de los términos desde el primero hasta el  $n$ -ésimo es 92160000. Calcular el número de términos, así como la suma de todos ellos. SOL:  $n = 4$ ;  $S = 1300/3$
- 2.59.** El primer término y la razón de una progresión geométrica de 4 términos son  $3/5$  y  $5/2$ , respectivamente; calcular la suma y el producto de sus términos. SOL:  $S = 609/40$ ;  $P = 2025/64$ .



**2.60.** Calcula el producto de los términos de una progresión geométrica, sabiendo que el primer término es 2, la razón 3, y el número de términos es 5. SOL=1 889 568

**2.61.** Dado el primer término y la razón de las siguientes progresiones geométricas, calcule, si se puede, la suma infinita de la progresión geométrica que generan

$$\begin{array}{lll} a) \ a_1 = 2, \ r = \frac{5}{6} & b) \ b_1 = 9, \ r = \frac{3}{2} & c) \ c_1 = \frac{3}{4}, \ r = \frac{1}{5} \\ d) \ d_1 = -1, \ r = 2 & e) \ e_1 = \frac{5}{2}, \ r = \frac{1}{2} & f) \ f_1 = 2'5, \ r = 1,4 \end{array}$$

**2.62.** En una progresión geométrica:  $a_1 = -1$ ;  $a_n = 32$ ;  $r = -2$ . Calcula el número de términos y el producto de todos ellos. SOL:  $n = 6$ ;  $P = -32\ 768$

**2.63.** En una progresión geométrica decreciente con  $a_1 = 16$ , el producto de los ocho primeros términos es 16. Calcula el 5º término. SOL=1

**2.64.** Una rana está en el borde de una charca circular de radio 2 m. El animal quiere ir hasta el centro de la charca dando saltos sobre hojas que hay en la superficie del agua. En el primer salto recorre una longitud de 1 m en dirección al centro. En el segundo salto recorre la mitad de la longitud del primero; en el tercer salto la mitad del anterior y así sucesivamente porque se va cansando de saltar seguido. Si todos los saltos se efectúan de modo recto y hacia el centro de la charca, ¿llegará al centro de la misma? En caso afirmativo decir en qué salto llegará y en caso negativo argumentar numéricamente porque no llega.

**2.65.** Mi prima Ángela ha vuelto encantada de sus vacaciones, y ha compartido con 30 amigos las fotos en una red social. Cada uno de ellos, a su vez, las ha compartido con otros 30, y así sucesivamente. ¿Cuántas personas pueden ver las fotos de las vacaciones de mi prima, si se han compartido hasta el 10º grado de amistad?

**2.66.** Una pequeña ciudad tiene 29 524 habitantes. Uno de ellos se entera de una noticia. Al cabo de una hora la ha comunicado a tres de sus vecinos. Cada uno de estos, la transmite en una hora a otros tres de sus vecinos que desconocen la noticia. Éstos repiten la comunicación en las mismas condiciones. ¿Cuánto tiempo tardarán en enterarse todos los habitantes de la ciudad?

**2.67.** Consider the infinite geometric sequence 25, 5, 1, 0.2, ... .

(a) Find the common ratio.

(b) Find,

(i) the 10th term;

(ii) an expression for the n th term.

(c) Find the sum of the infinite sequence.

**D. SERIES ARITMÉTICAS Y GEOMÉTRICAS**

**2.71.** (a) Write down the first three terms of the sequence  $u_n = 3n$ , for  $n \geq 1$ .

(b) Find

(i)  $\sum_{n=1}^{20} 3n$

(ii)  $\sum_{n=21}^{100} 3n$

**2.72.** Calcula,

a)  $\sum_{n=1}^{10} 2^{n+1}$

b)  $\sum_{n=1}^{20} 5^{-n}$

c)  $\sum_{n=6}^{12} 3^n$

c)  $\sum_{n=4}^9 4^{-n}$

**2.73.** Calcula,

a)  $\sum_{n=1}^{10} 2^{n+1}$

b)  $\sum_{n=1}^{20} 5^{-n}$

c)  $\sum_{n=6}^{12} 3^n$

c)  $\sum_{n=4}^9 4^{-n}$

**2.74.** Calcula,

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{5}\right)^n$

c)  $\sum_{n=6}^{\infty} 3^{-n}$

c)  $\sum_{n=4}^{\infty} 4^{-n}$

**D. INTERÉS SIMPLE**

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \text{ (t años)} \quad I = \frac{C \cdot r \cdot t}{1200} \text{ (t meses)} \quad I = \frac{C \cdot r \cdot t}{36500} \text{ (t días)}$$

**2.81.** Calcula el capital final obtenido al depositar las siguientes cantidades a interés simple anual y durante el tiempo que se indica.

- a) 150 € al 4 % durante 2 años.
- b) 100 000 € al 5 % durante 7 años.
- c) 20 € al 3 % durante 5 años.

**2.82.** Calcula a qué interés simple anual se ha depositado un capital de 5 000 € sabiendo que en 10 años se ha convertido en 7 000 €.

**2.83.** Colocamos 50 000 € en un depósito con interés simple anual al 1'75 % durante 10 años. Calcular los intereses que se obtendrán en esos 10 años si el pago de intereses se hace de modo,

- a) Semestral
- b) Trimestral
- c) Mensual

**2.84.** Calcula el tiempo que hay que tener depositado un capital de 1 500 € a un interés del 3 % para que revierta unos intereses simples de 200 €.

**2.85.** ¿Cuánto tiempo debe estar depositado un capital a un interés simple del 4 % para que triplique dicho capital?

**E. INTERESES CONCATENADOS. ÍNDICE DE VARIACIÓN**

$$I. V. = 1 \pm \frac{r}{100}$$

**2.91.** Escribe los índices de variación de los siguientes aumentos y descuentos:

Aumento del 5%	Descuento del 3%	Plusvalía del 10%	Déficit del 7'5 %	Ganancia del 0'5 %	Perdidas del 15 %

**2.92.** A la estancia en una casa rural que cuesta 260 € por una semana se le aplican sucesivamente un aumento del 4 % en junio; un aumento del 6 % en julio; un aumento del 10 % en agosto; y un descenso del precio del 20 % en septiembre.

- Calcula los índices de variación de cada aumento/descuento.
- Calcula el coeficiente de variación total.
- Calcula el precio final en septiembre de la estancia semanal en la casa rural con dos cifras decimales.

**2.93.** Si el precio de la vivienda ha subido el año pasado un 7 % y este año ha bajado un 2'5 %,

- Calcula los índices de variación de cada aumento/descuento.
- Calcula el coeficiente de variación total.
- Calcula el precio final de una vivienda que en enero del año pasado costaba 145 000 €.

**2.94.** Cada acción del banco Santander han presentado los siguientes aumentos y descensos porcentuales a lo largo de la semana

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
+ 1 %	- 3 %	+ 2%	- 2 %	+ 2'5 %

- Calcula los índices de variación de cada día.
- Calcula el coeficiente de variación semanal.
- Calcula el precio final de la acción del Banco Santander si antes de abrir la sesión del lunes estaba a 5'1 €.
- Calcula el precio de inicio de semana de la acción del Banco Santander si al finalizar la sesión del viernes su valoración es de 4,5 €.

**2.95.** El precio de alquiler de una determinada vivienda en la costa ha presentado las siguientes oscilaciones porcentuales a lo largo de los trimestres de un año

Trimestre 1	Trimestre 2	Trimestre 3	Trimestre 4
- 1 %	+ 2 %	+ 3%	- 2 %

- Calcula los índices de variación de cada trimestre.
- Calcula el coeficiente de variación anual.
- Calcula el precio de alquiler final en el año del inmueble si el 1 de enero del año en curso se alquilaba a 500 €.
- Calcula el precio de alquiler inicial en el año del inmueble si a 31 de diciembre del año en curso se alquila a 400 €.

**F. INTERÉS COMPUESTO**

$$C_{Final} = C_{inicial} \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \quad (t \text{ años})$$

$$C_{Final} = C_{inicial} \cdot \left(1 + \frac{r}{k \cdot 100}\right)^{k \cdot t} \quad (k \text{ periodos al año en } t \text{ años})$$

**2.101.** Calcula el capital final obtenido al depositar las siguientes cantidades a interés compuesto anual y durante el tiempo que se indica.

- 150 € al 4 % durante 2 años.
- 100 000 € al 5 % durante 7 años.
- 20 € al 3 % durante 5 años.

**2.102.** Un capital colocado al 4'25 € anual de interés compuesto se ha convertido, tras 6 años, en 6418'39 €. ¿De qué capital se trataba al principio de la inversión?

**2.103.** Se depositan 7 500 € a un interés compuesto del 4 % durante 3 años. Calcula el capital final si el periodo de capitalización (cada cuanto dan los intereses) es de:

- Un año.
- Un trimestre
- Un cuatrimestre.
- Un semestre.

- 2.104.** Se depositan 2 500 € a un interés compuesto del 3'75 % anual durante dos años. Calcula el capital final si el periodo de capitalización es semestral.
- 2.105.** ¿Qué capital inicial será necesario ingresar en una cuenta para que después de estar colocado durante 3 años a un interés compuesto anual del 3'5 % se convierta en 2 400 €?
- 2.106.** Una entidad bancaria ofrece un interés compuesto anual del 4 % para depósitos iniciales ingresados al abrir una nueva cuenta. ¿Cuántos años ha de estar depositada dicha cantidad para que se duplique? (Sol: 17'67 años)
- 2.107.** ¿Cuántos años han de pasar para que un capital de 2 000 € depositados mediante un interés compuesto anual al 5 % se conviertan en 2 500 €? (Sol: 4'57 años)
- 2.108.** ¿Cuánto tiempo debe estar depositado un capital a un interés compuesto del 8 % para triplicarse si la capitalización es mensual? (Sol: 13'78 años)
- 2.109.** Calcula el tiempo que ha de pasar un montante inicial de 1 000 € para transformarse en 1250 € en un producto financiero con un interés compuesto anual del 2 %.
- 2.110.** Un producto financiero oferta un interés compuesto cuatrimestral del 2'25 % durante tres años y medio. Si contrato el producto por un importe de 1 500 €, ¿qué interés obtendré al final del periodo? (Sol: 122'42 €, k = 3)
- 2.111.** Calcula el rédito de un depósito que se promociona con un interés compuesto semestral para importes de 500 € durante 2 años si he obtenido un interés de 40 €. (Sol: r = 3'89 % , k = 2)

**G. ANUALIDADES DE CAPITALIZACIÓN.**

$$C_{final} = C_{ingreso} \cdot \frac{\left(1 + \frac{r}{100}\right)^{t+1} - \left(1 + \frac{r}{100}\right)}{\frac{r}{100}} \quad (t \text{ años})$$

$$C_{final} = C_{ingreso} \frac{\left(1 + \frac{r}{k \cdot 100}\right)^{k \cdot (t+1)} - \left(1 + \frac{r}{k \cdot 100}\right)}{\frac{r}{k \cdot 100}} \quad (k \text{ periodos al año durante } t \text{ años})$$

- 2.121.** Una persona coloca 1 000 € en un plan de ahorro al principio de cada año a un rédito fijo del 6 %. ¿Qué capital se formará al cabo de 20 años?

- 2.122.** Una persona ingresa, durante los últimos 15 años de su vida laboral, 2 000 € al comienzo de cada uno de los años. La compañía aseguradora le garantiza un 6 % fijo anual durante toda la vida del plan. ¿Qué capital habrá formado al final de los 15 años?
- 2.123.** En un plan de pensiones se depositan 1800 € al principio de cada año y durante los próximos 30 años a un interés del 6 %. Calcula el capital que se podrá retirar trascurridos esos años.
- 2.124.** ¿Qué capital se ha de ingresar anualmente en un plan de ahorro que produce un 4 % de interés anual si se quiere disponer de un montante total de 18 730 € dentro de 10 años?
- 2.125.** Quiero ahorrar para hacer un viaje por el mundo. Para ello ingresaré en un producto de capitalización, 360 € todos los comienzos de año, durante los próximos 15 años. ¿Qué montante total tendré después de estos años?
- 2.126.** Calcula el número de meses que tendré que ingresar un montante de 300 € para poder pagar una coche de segunda mano que cuesta 6 500 € si me ofrecen en el banco un producto de capitalización mensual al 4'5 % de interés.
- 2.127.** ¿Qué cuota de capitalización tendré que pagar semestralmente para obtener un capital final de 5 000 € si me ofrecen un interés semestral de capitalización del 3 % durante los próximos 6 años?
- 2.128.** Calcula el número de veces que tendré que invertir una cuota cuatrimestral de 150 € en un producto de capitalización al 3'75 % para tener, a la finalización del contrato un total de 3 000 € para hacer un viaje a EEUU.
- 2.129.** Quiero comprarme un piso valorado en 145 000 €. Para ello mi plan es ingresar todos los meses el 50 % de mi sueldo en un producto de capitalización al 3 %. Si mi sueldo es de 1 200 €, ¿Cuántos meses tengo que ahorrar para poderme comprar el piso?
- 2.130.** Quiero ir a un concierto de música de películas en el que el director es John Williams y que se celebra en Hannover en enero de 2018. Las entradas están a 120 € y el viaje de ida y vuelta lo puedo conseguir por 200 €. Para ello voy a ingresar cierto capital trimestralmente durante los próximos 21 meses en un producto de capitalización a un interés trimestral del 4'25 %. ¿Qué cuota tendré que ahorrar trimestralmente?

**2.131.** Quiero contratar un producto de capitalización privada al 3 % a modo de fondo de pensiones que vencerá el día de mi jubilación. Para ello voy a destinar el 10 % de mi sueldo. Si acabo de cumplir los 25 años, me jubilaré (si llego) a los 67 años y mi sueldo mensual es de 1 100 €. ¿De cuánto dinero dispondré en ese producto al jubilarme?

**H. ANUALIDADES DE AMORTIZACIÓN.**

$$C_{\text{pago periodo}} = C_{\text{deuda}} \cdot \frac{\frac{r}{100} \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t}{\left(1 + \frac{r}{100}\right)^t - 1} \quad (t \text{ años})$$

$$C_{\text{pago periodo}} = C_{\text{deuda}} \cdot \frac{\frac{r}{k \cdot 100} \cdot \left(1 + \frac{r}{k \cdot 100}\right)^{k \cdot t}}{\left(1 + \frac{r}{k \cdot 100}\right)^{k \cdot t} - 1} \quad (k \text{ periodos al año durante } t \text{ años})$$

**2.141.** Sara ha comprado un piso valorado en 150 000 €, de los que 40 000 los ha pagado al contado. El resto lo pagará mediante un préstamo hipotecario con un rédito fijo mensual del 11 %. Si los pagos los realizará durante los próximos 15 años, ¿qué cantidad debe pagar mensualmente?

**2.142.** En unos grandes almacenes me ofrecen aplazar el pago de una televisión que acabo de comprar valorada en 2 000 €, Para ello me ofrecen un producto de amortización o crédito al 5 % trimestral durante los próximos quince meses. ¿Qué cuota trimestral tendré que pagar?, ¿Qué cantidad estoy pagando de más por el aplazamiento de la deuda?

**2.143.** Estoy pagando una cuota trimestral de 400 € al 4 % de interés mensual para pagar la hipoteca de un piso. Si la hipoteca tiene una vida de 25 años, ¿Cuánto habré pagado al finalizar la hipoteca?

**2.144.** Una persona debe amortizar un préstamo de 50 000 € al 9 % cuatrimestral fijo en el plazo de 20 años. ¿Qué cantidades fijas e iguales debe pagar al final de cada cuatrimestre para amortizar la deuda?

**2.145.** Un ayuntamiento contrae una deuda de 20 millones de euros que debe amortizar en el plazo de 40 años. El rédito fijo trimestral es del 5 %. ¿Qué cantidad debe abonar cada año?

**2.146.** Si se solicita un préstamo hipotecario de 90 000 € a devolver en 30 años, a un interés mensual del 4'25 %, ¿qué anualidad debe pagarse?



**I. TASA ANUAL DE EQUIVALENCIA (T.A.E.)**

$$TAE = \left[ \left( 1 + \frac{r}{k \cdot 100} \right)^k - 1 \right] \cdot 100 \quad (k \text{ periodos liquidación intereses menores al año})$$

$$TAE = \left[ \left( 1 + \frac{n \cdot r}{100} \right)^{1/n} - 1 \right] \cdot 100 \quad (\text{periodos liquidación intereses para } n \text{ años})$$

**2.151.** Calcula la T.A.E. para los siguientes réditos anuales.

- a) 6 %                      b) 10 %                      c) 18 %

**2.152.** Calcula la T.A.E. para cada uno de los siguientes réditos:

- a) Un rédito del 8 % mensual.                      b) Un rédito del 12 % trimestral.  
c) Un rédito del 25 % cuatrimestral.                      d) Un rédito del 4'25 % semestral.

**2.153.** Calcula la T.A.E. para cada uno de los siguientes réditos:

- a) Un rédito del 2'5 % con devengo de intereses cada 2 años.  
b) Un rédito del 5 % con devengo de intereses cada 5 años.  
c) Un rédito del 7 % con devengo de intereses cada 3 años.

**J. ÍNDICE DE PRECIOS AL CONSUMO (IPC)**

$$I. P. C. = \frac{p_1^{t_1} \cdot q_1^{t_1} + p_2^{t_1} \cdot q_2^{t_1} + \dots + p_n^{t_1} \cdot q_n^{t_1}}{p_1^{t_0} \cdot q_1^{t_0} + p_2^{t_0} \cdot q_2^{t_0} + \dots + p_n^{t_0} \cdot q_n^{t_0}}$$

donde  $p_i^{t_j}$  es el precio del producto  $i$  en el año  $j$ ,

$q_i^{t_j}$  es la ponderación del producto  $i$  en el año  $j$

$t_0$  es el primer año o año de comparación.

$t_1$  es el segundo año o año de siguiente.

**2.161.** En la siguiente tabla aparecen los precios de los productos, clasificados en grupos, Lácteo, Cárnico, Frutícola, que forman una cesta de la compra tipo en un país, su precio en 2014 y en 2015 junto a su ponderación. Calcula el IPC del año 2015 respecto al año 2014.

	2014	2015	Ponderación
Sector Lácteo	80 €	90 €	25 %
Sector Cárnico	110 €	100 €	35 %
Sector Frutícola	90 €	110 €	40 %

**2.162.** En la siguiente tabla aparecen los precios de los productos, clasificados en grupos, A, B, C y D, que forman una cesta de la compra tipo en un país, su precio en 2012 y en 2013 junto a su ponderación. Calcula el IPC del año 2013 respecto al año 2012.

	2012	2013	Ponderación
Sector A	105 €	106 €	40 %
Sector B	106 €	105 €	15 %
Sector C	108 €	110 €	25 %
Sector D	120 €	125 €	20 %