

A. NÚMEROS RACIONALES Y DECIMALES. FRACCIÓN GENERATRIZ

1.1. Pasa las siguientes fracciones a número decimal y clasifícalo en decimal exacto, periódico puro o periódico mixto.

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{2}{6}$ c) $\frac{15}{13}$ d) $\frac{11}{24}$ e) $\frac{105}{23}$

f) $\frac{3}{4}$ g) $\frac{9}{7}$ h) $\frac{38}{25}$ i) $\frac{34}{11}$ j) $\frac{33}{25}$

k) $\frac{7}{6}$ l) $\frac{25}{12}$ m) $\frac{16}{9}$ n) $\frac{13}{8}$ o) $\frac{175}{18}$

1.2. Investiga qué debe suceder en el denominador de una fracción irreducible para que su correspondiente número decimal sea:

a) Decimal exacto

b) Decimal periódico puro

c) Decimal periódico mixto

1.3. Completa la tabla correctamente,

Fracción	Fracción irreducible	Número decimal	Parte entera	Parte decimal	Anteperiodo	Periodo
$\frac{91}{63}$						
$-\frac{8}{14}$						
$\frac{57}{24}$						
$-\frac{230}{180}$						

1.4. Clasifica los números decimales obtenidos en el primer apartado del ejercicio anterior en decimales exactos, decimales periódicos puros o periódicos mixtos.

1.5. Sin dividir, señala qué tipo de decimal le corresponde a cada una de las siguientes fracciones,

a) $\frac{28}{35}$ b) $\frac{37}{24}$ c) $\frac{15}{4}$ d) $\frac{13}{14}$ e) $\frac{19}{16}$

f) $\frac{39}{20}$ g) $\frac{125}{28}$ h) $\frac{64}{25}$ i) $\frac{73}{9}$ j) $\frac{22}{13}$

1.6. Encuentra la fracción irreducible de cada una de estas fracciones y clasifícala en decimal exacto, periódico puro o periódico mixto, **SIN DIVIDIR**.

a) $\frac{15}{12}$ b) $\frac{-6}{14}$ c) $\frac{33}{-18}$ d) $\frac{-15}{25}$ e) $\frac{99}{-60}$

f) $\frac{44}{-33}$ g) $\frac{-9}{-24}$ h) $\frac{-7}{-35}$ i) $\frac{14}{-42}$ j) $\frac{-44}{-26}$

1.7. Establece un criterio por el cual saber cuándo una fracción irreducible tiene por número decimal un número exacto, un número decimal periódico puro o un número decimal periódico mixto.

RECUERDA:

$$\text{Número decimal exacto} = \frac{\text{Número sin coma}}{1 \underbrace{000000 \dots 000000}_{\text{tantos 0 como número de cifras decimales tenga}}}$$

1.8. Calcula **una fracción** que corresponda con los siguientes números decimales exactos,

a) 2'73 b) 4'6 c) - 23'89 d) - 5'4 e) 2'007

f) - 6'75 g) 5'48 h) 12'102 i) - 0'76 j) 4'92

1.9. Calcula la **fracción generatriz** de los siguientes números decimales exactos,

a) 3'5 b) - 7'16 c) 4'175 d) - 9'28 e) 0'105

f) - 8'12 g) 15'4 h) - 3'524 i) 2'64 j) - 0'45

RECUERDA:

$$\text{Número decimal periódico puro} = \frac{\text{Número sin coma} - \text{Parte entera}}{\underbrace{99 \dots 99}_{\text{tantos 9 como número de cifras tiene el periodo}}}$$

1.10. Calcula una **fracción** que corresponda con los siguientes números decimales periódicos puros,

- a) $9\hat{2}$ b) $2\hat{25}$ c) $-5\hat{4}$ d) $3\hat{23}$ e) $-0\hat{01}$
 f) $6\hat{57}$ g) $2\hat{8}$ h) $-3\hat{142}$ i) $0\hat{76}$ j) $-3\hat{4}$

1.11. Calcula la **fracción generatriz** de los siguientes números decimales periódicos puros,

- a) $7\hat{3}$ b) $4\hat{36}$ c) $-5\hat{27}$ d) $6\hat{54}$ e) $-0\hat{3}$
 f) $3\hat{72}$ g) $2\hat{18}$ h) $-1\hat{102}$ i) $0\hat{6}$ j) $-3\hat{6}$

1.12. Calcula la **fracción generatriz** de los siguientes números decimales periódicos puros y saca una conclusión.

- a) $3\hat{9}$ b) $0\hat{9}$ c) $-2\hat{9}$ d) $8\hat{9}$ e) $-4\hat{9}$
 f) $10\hat{9}$ g) $-15\hat{9}$ h) $1\hat{9}$ i) $-7\hat{9}$ j) $-5\hat{9}$

1.13. Escribe la **fracción generatriz** de los siguientes números decimales periódicos puros **sin operar**.

- a) $3\hat{9}$ b) $0\hat{9}$ c) $-2\hat{9}$ d) $8\hat{9}$ e) $-4\hat{9}$
 f) $10\hat{9}$ g) $-15\hat{9}$ h) $1\hat{9}$ i) $-7\hat{9}$ j) $-5\hat{9}$

RECUERDA:

$$\text{Número decimal periódico mixto} = \frac{\text{Número sin coma} - \text{Número sin coma de delante del periodo}}{\underbrace{99 \dots 99}_{\text{tantos 9 como n° de cifras tiene el periodo}} \underbrace{00 \dots 00}_{\text{tantos 0 como n° de cifras tiene el anteperiodo}}}$$

1.14. Calcula una **fracción** que corresponda con los siguientes números decimales periódicos mixtos,

- a) $1'1\hat{2}$ b) $7'2\hat{5}3$ c) $-3'0\hat{7}$ d) $9'00\hat{2}$ e) $-5'80\hat{6}$
 f) $6'3\hat{5}7$ g) $2'0\hat{8}$ h) $-8'0\overline{142}$ i) $4'1\hat{7}6$ j) $-0'3\hat{4}$

1.15. Calcula la **fracción generatriz** de los siguientes números decimales periódicos mixtos,

- a) $4'1\hat{6}$ b) $3'0\hat{1}8$ c) $-9'3\hat{2}4$ d) $5'2\hat{5}4$ e) $-0'6\hat{3}$
 f) $3'7\hat{2}$ g) $-4'6\hat{4}5$ h) $2'0\overline{206}$ i) $1'0\hat{3}$ j) $-11'1\hat{2}6$

1.16. Calcula la **fracción generatriz** de los siguientes números decimales periódicos mixtos y saca una conclusión.

- a) $8'0\hat{9}$ b) $1'21\hat{9}$ c) $3'000\hat{9}$ d) $-14'02\hat{9}$ e) $842'\hat{9}$
 f) $-1'1\hat{9}$ g) $-6'3\hat{9}$ h) $-498'\hat{9}$ i) $6'2\hat{9}$ j) $-2'10\hat{9}$

1.17. Escribe la **fracción generatriz** de los siguientes números decimales periódicos mixtos **sin operar**.

- a) $4'0\hat{9}$ b) $0'23\hat{9}$ c) $-0'0\hat{9}$ d) $4'03\hat{9}$ e) $-5'4\hat{9}$
 f) $9'1\hat{9}$ g) $-4'2\hat{9}$ h) $1'73\hat{9}$ i) $-1'8\hat{9}$ j) $-2'36\hat{9}$

1.18. Demuestra que los siguientes números tienen una **fracción generatriz** y **calcúlala** sin utilizar la fórmulas anteriormente aplicadas.

- a) $4'\hat{2}$ b) $2'3\hat{7}$ c) $1'13$ d) $4'02\hat{3}$ e) $5'\hat{7}0$ f) $9'4$

B. NÚMEROS IRRACIONALES

1.19. Demuestra que los siguientes números son irracionales,

- a) $\sqrt{3}$ b) $\sqrt{5}$ c) $\sqrt{7}$ d) \sqrt{p} con p primo

C. NOTACIÓN CIENTÍFICA. OPERACIONES

1.20. Expresa con una potencia de base 10.

- a) 1 000 b) 1 000 000 c) 1 000 000 000
d) 0,001 e) 0,000001 f) 0,000000001

1.21. Expresa con todas las cifras:

- a) $6,25 \cdot 10^8$ b) $2,7 \cdot 10^{-4}$ c) $3 \cdot 10^{-6}$
d) $5,18 \cdot 10^{14}$ e) $3,215 \cdot 10^{-9}$ f) $-4 \cdot 10^{-7}$

1.22. Escribe en notación científica:

- a) 4 230 000 000 b) 0,00000004 c) 84 300 d) 0,000572

1.23. Expresa en notación científica con todas las cifras que marca cada valor:

- a) Recaudación de las quinielas en una jornada de liga de fútbol: 1 628 000 €.
b) Diámetro de una punta de alfiler: 0,1 mm.
c) Presupuesto destinado a Sanidad: 525 miles de millones.
d) Diámetro de las células sanguíneas: 0,00075 mm.

1.24. Calcula mediante notación científica:

- a) $(1,5 \cdot 10^7) \cdot (2 \cdot 10^5)$ b) $(3 \cdot 10^6) : (2 \cdot 10^{-3})$
c) $(4 \cdot 10^{-12}) : (2 \cdot 10^{-4})$ d) $(2 \cdot 10^{-3})^3$

1.25. Calcula sin usar la calculadora, expresa el resultado en notación científica y compruébalo con la calculadora.

- a) $(3,5 \cdot 10^7) \cdot (4 \cdot 10^8)$ b) $(5 \cdot 10^{-8}) \cdot (2,5 \cdot 10^5)$
c) $(1,2 \cdot 10^7) : (5 \cdot 10^{-6})$ d) $(6 \cdot 10^{-7})^2$
e) $(5 \cdot 10^4)^3$ f) $\sqrt{121 \cdot 10^6}$

1.26. Efectúa a mano utilizando la notación científica y las propiedades de las potencias.

a) $5,3 \cdot 10^8 - 3 \cdot 10^{10}$

b) $3 \cdot 10^{-5} + 8,2 \cdot 10^{-6}$

c) $3,1 \cdot 10^{12} + 2 \cdot 10^{10} - 1'2 \cdot 10^{11}$

d) $6 \cdot 10^{-9} - 5 \cdot 10^{-8} + 3 \cdot 10^{-7}$

1.27. Expresa en notación científica con dos cifras significativas y calcula:

a) $(75\ 800)^4 : (12\ 000)^2$

b) $\frac{0'000\ 541 \cdot 10\ 318\ 000}{1\ 520\ 000 \cdot 0'003\ 02}$

c) $\frac{2\ 700\ 000 - 13\ 000\ 000}{0'000\ 03 - 0'000\ 15}$

1.28. Opera en notación científica, aplicando las propiedades de las potencias,

a) $\frac{2'4 \cdot 10^6}{6 \cdot 10^{14}} - 3 \cdot 10^{-7}$

b) $3'1 \cdot 10^{-14} - 2'52 \cdot 10^{-13} + 5 \cdot 10^{-15}$

c) $(8'2 \cdot 10^{15})^2 - 6'7 \cdot 10^{31}$

1.29. La velocidad de la luz es $3 \cdot 10^8$ m/s.

a) ¿Qué distancia recorre la luz en un año?

b) ¿Cuánto tarda la luz del Sol en llegar a la tierra? Distancia del Sol-Tierra es: 149.600.000 km. Da el valor en minutos y segundos.

1.30. El diámetro de un virus es de $5 \cdot 10^{-4}$ mm. ¿Cuántos de esos virus son necesarios como mínimo para rodear la Tierra? Radio medio de la Tierra: 6370 km.

1.31. Sabiendo que la masa de la luna es $7,34 \cdot 10^{23}$ kg, la de la Tierra es de $5,98 \cdot 10^{24}$ kg y la distancia que las separa es 384.400 km, utiliza la fórmula de la gravitación universal para calcular la fuerza con que se atraen la tierra y la luna.

Obs: $F = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2}$ con m_1 y m_2 las masas medidas en kg y d la distancia que las separa medida en metros.

D. NOTACIÓN RADICAL

1.32. Utilizando las propiedades de las potencias simplifica las siguientes expresiones:

$$\begin{array}{llll}
 \text{a) } \frac{2^3 \cdot (-4)^2 \cdot 3^2}{6^3 \cdot (-9)^3} & \text{b) } \frac{2^{-4} \cdot (-4)^2 \cdot 3 \cdot 9^{-1}}{(-2)^{-5} \cdot 8 \cdot 9 \cdot 3^2} & \text{c) } \frac{(a \cdot b)^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{-1}{2}} \cdot b^{-2}} & \text{d) } \left(\frac{2}{6}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{3}{10}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{12}{5}\right)^4 \\
 \text{e) } \frac{(2^{-1} \cdot 3^2)^{-3}}{8^2 \cdot 3^{-3}} & \text{f) } \left(\frac{\frac{1}{a^2}}{\frac{1}{b^4}}\right)^3 \cdot b^{\frac{-3}{4}} \cdot b^{\frac{-1}{2}} & \text{g) } \left(\left((-2)^{-3}\right)^4\right)^{-1} & \text{h) } \frac{(-5)^3 \cdot (-8)^3 \cdot (-9)^2}{15^{-2} \cdot (-20)^4}
 \end{array}$$

1.33. Escribe los siguientes radicales como potencias con base entera.

$$\begin{array}{llll}
 \text{a) } \sqrt[5]{3^4} & \text{b) } \sqrt[7]{a^3} & \text{c) } \sqrt[5]{\frac{1}{49}} & \text{d) } \sqrt[4]{6^{-8}}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
 \text{e) } \sqrt[6]{\frac{9}{4}} & \text{f) } \sqrt[3]{-5} & \text{g) } \sqrt[3]{\frac{1}{32}} & \text{h) } \sqrt{x^{-5}}
 \end{array}$$

1.34. Escribe las siguientes potencias como radicales con exponente positivo,

$$\begin{array}{llll}
 \text{a) } 2^{4/3} & \text{b) } 5^{-4/3} & \text{c) } a^{1/3} & \text{d) } 4^{-2/5}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
 \text{e) } \left(\frac{2}{5}\right)^{3/7} & \text{f) } x^{1/2} & \text{g) } \left(\frac{1}{16}\right)^{-3/8} & \text{h) } 2^{-1/2}
 \end{array}$$

1.35. Escribe en forma de radical o en forma de potencia según si tienes potencia o radical:

$$\begin{array}{llllll}
 \text{a) } 3^{-1/4} & \text{b) } \sqrt[3]{\frac{2}{9}} & \text{c) } -2^{2/3} & \text{d) } \left(\frac{49}{25}\right)^{1/2} & \text{e) } x^{6/5} & \text{f) } (-a)^{-3/4}
 \end{array}$$

1.36. Calcula todas las soluciones de los siguientes radicales, si existen,

$$\begin{array}{llllll}
 \text{a) } 4^{-1/2} & \text{b) } 27^{-2/3} & \text{c) } -9^{1/2} & \text{d) } \left(\frac{1}{8}\right)^{1/3} & \text{e) } (-81)^{1/4} & \text{f) } (-125)^{-1/3}
 \end{array}$$

1.37. Calcula los siguientes radicales indicando todas sus soluciones (si las tienen) y dando una explicación correcta de por qué tienen dichas soluciones.

$$\begin{array}{llll}
 \text{a)} \sqrt[3]{-\frac{1}{8}} & \text{b)} \sqrt[4]{-625} & \text{c)} \sqrt{\frac{1}{49}} & \text{d)} \sqrt[3]{-4^{-6}} \\
 \text{e)} \sqrt[3]{\left(-\frac{125}{343}\right)^{-1}} & \text{f)} \sqrt{-100} & \text{g)} \sqrt[5]{\frac{-1}{32}} & \text{h)} \sqrt[4]{\frac{81}{625}}
 \end{array}$$

E. EXTRACCIÓN DE FACTORES Y SIMPLIFICACIÓN ÍNDICE-EXPONENTE, OPERACIONES Y RACIONALIZACIÓN DE RADICALES

1.38. Simplifica al máximo los radicales siguientes,

$$\text{a)} \sqrt[8]{64} \quad \text{b)} \sqrt[12]{a^{18}} \quad \text{c)} 25^{1/2} \quad \text{d)} \sqrt[6]{27} \quad \text{e)} \sqrt[16]{x^{24}} \quad \text{f)} (-8)^{-1/9}$$

1.39. Extrae todos los factores que puedas de los siguientes radicales:

$$\text{a)} \sqrt[3]{8x^4} \quad \text{b)} \sqrt{49x^7} \quad \text{c)} \sqrt[4]{\frac{a^{17}}{81}} \quad \text{d)} \sqrt{\frac{27 \cdot x^9}{16 \cdot y^{13}}} \quad \text{e)} \sqrt[3]{\frac{a^{10}}{32b^{20}}} \quad \text{f)} \sqrt[4]{\frac{64 \cdot x^{37}}{243 \cdot y^{43} \cdot z^{25}}}$$

1.40. Extrae todos los factores que puedas y después simplifica al máximo,

$$\text{a)} \frac{c^2 \cdot d^3}{6 \cdot a^2 \cdot b^2} \cdot \sqrt[4]{\frac{16 \cdot a^5 \cdot b^{13}}{c^8 \cdot d^7}} \quad \text{b)} \frac{25 \cdot x^6}{27 \cdot y^5 \cdot z^{17}} \cdot \sqrt[3]{\frac{9 \cdot y^{13} \cdot z^{51}}{125 \cdot x^{16}}}$$

1.41. Introduce todos los factores que puedas y simplifica el radicando de los siguientes radicales (si se puede):

$$\text{a)} 3 \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{3}} \quad \text{b)} x^2 \cdot \sqrt[4]{x^3} \quad \text{c)} \frac{1}{y^2} \sqrt[9]{y^7} \quad \text{d)} 8 \sqrt{\frac{1}{4}} \quad \text{e)} \frac{x^3}{y} \sqrt[5]{\frac{y^3}{x^2}}$$

1.42. Opera los siguientes radicales dejándolos como un solo radical:

$$\text{a)} \sqrt{\sqrt[3]{x^2}} \quad \text{b)} \sqrt[4]{\sqrt[5]{y^2}} \quad \text{c)} \sqrt[4]{x^3 \cdot \sqrt[6]{x^5}} \quad \text{d)} \sqrt[3]{y \cdot \sqrt{y}} \quad \text{e)} \sqrt{x \cdot \sqrt[3]{x^2 \sqrt[4]{x^3}}}$$

1.43. Opera y simplifica al máximo en notación simbólica,

a) $\sqrt[3]{5} - 3\sqrt[3]{5} - 4\sqrt[3]{5} - 7\sqrt[3]{5}$ b) $3\sqrt{7} - 2\sqrt{7} + 5\sqrt{7} - \sqrt{7}$

c) $\frac{1}{3}\sqrt[4]{6} + \frac{5}{6}\sqrt[4]{32} - \frac{4}{9}\sqrt[4]{4}$ d) $\sqrt{2} - \frac{3}{5}\sqrt{2} - \frac{1}{4}\sqrt{2}$

1.44. Opera y simplifica al máximo en notación simbólica

a) $\sqrt[3]{81} - \sqrt[6]{9} + 5\sqrt[3]{16} - 2\sqrt[6]{8}$ b) $4\sqrt{32} - 5\sqrt[4]{4} + 6\sqrt{12} - 7\sqrt[8]{81}$

c) $-\sqrt[3]{625} + 2\sqrt[3]{32} - 5\sqrt[3]{4} - \sqrt[6]{125}$ d) $2\sqrt{28} - 3\sqrt{18} - 2\sqrt[4]{49} - \sqrt{50}$

1.45. Opera y simplifica/extrae factores al máximo después (cuando se pueda):

a) $\sqrt[4]{8} \cdot \sqrt[4]{4} =$ b) $\frac{\sqrt[4]{20}}{\sqrt[4]{5}} =$ c) $\sqrt[3]{12} \cdot \sqrt[3]{36} =$ d) $\frac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt[4]{2}} =$

e) $\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a^3} =$ f) $\frac{\sqrt[9]{27}}{\sqrt[6]{25}} =$ g) $\frac{\sqrt[4]{5^3} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[8]{5^5}} =$ h) $\frac{\sqrt[10]{x^3}}{\sqrt[4]{x^3} \cdot \sqrt{x}} =$

1.46. Opera y simplifica al máximo:

a) $\frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[4]{a^3}} =$ b) $\frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt{2}} - \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[3]{4} =$ c) $\frac{\sqrt[8]{27}}{\sqrt[6]{3}} + \sqrt[8]{9} \cdot \sqrt[3]{3} =$

d) $\frac{\sqrt[5]{x^3}}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[5]{x^2}}$ e) $\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[6]{2}} - \frac{(\sqrt[4]{2})^3}{(\sqrt[3]{2})^2} =$ f) $(\sqrt[8]{a})^3 \cdot \sqrt{a} - \frac{\sqrt[4]{a}}{\sqrt[8]{a}} =$

1.47. Racionaliza y simplifica al máximo:

a) $\frac{3}{\sqrt[3]{9}}$ b) $\frac{a^2}{\sqrt[8]{a^3}}$ c) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ d) $\frac{x}{\sqrt[9]{x^5}}$ e) $\frac{5}{\sqrt[4]{25}}$ f) $\frac{4}{\sqrt[5]{2^3}}$

1.48. Racionaliza y simplifica al máximo:

a) $\frac{17}{3\sqrt{2} + 1}$ b) $\frac{2}{2 - \sqrt{6}}$ c) $\frac{4}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ d) $\frac{8}{2\sqrt{5} - 2}$ e) $\frac{19}{5\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}$
 f) $\frac{31}{4\sqrt{2} - \sqrt{3}}$ g) $\frac{10}{\sqrt{6} - 1}$ h) $\frac{5}{\sqrt{3} - 3\sqrt{2}}$ i) $\frac{7}{4 + \sqrt{5}}$ j) $\frac{4}{\sqrt{3} - 1}$

F. CÁLCULO DE LOGARITMOS

1.49. Calcula los siguientes logaritmos:

- a) $\log_3 9$ b) $\log_2 1024$ c) $\log_{1/2} 8$ d) $\log 1000$ e) $\log_{1/3} 9$
 f) $\log_{49} 7$ g) $\log_5 \sqrt{5}$ h) $\log_{\sqrt{3}} 9$ i) $\log \frac{1}{10}$ j) $\log_2 0'5$
 k) $\log_{\sqrt{2}} 4$ l) $\log_{49} \sqrt{7}$ m) $\log_2 \frac{1}{\sqrt{2}}$ n) $\log_4 8$ o) $\log_{25} \frac{1}{125}$
 p) $\log 100^{10}$ q) $\log_9 1$ r) $\log_{27} \sqrt{3}$ s) $\log_2 \sqrt{8}$ t) $\log_{1/6} 36$

1.50. Halla la base de los logaritmos en las siguientes igualdades,

- a) $\log_a 25 = 2$ b) $\log_x 3 = \frac{1}{2}$ c) $\log_y 243 = 5$ d) $\log_z 7 = -2$

- f) $\log_{(w-1)} 27 = 3$ g) $\log_{2t} 0'64 = 2$ h) $\log_p 49 = -\frac{1}{2}$ i) $\log_{n^2} \frac{1}{4} = -1$
 j) $\log_m 125 = \frac{3}{2}$ k) $\log_b \left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{2}$ l) $\log_{2k+1} 125 = 3$ m) $\log_{u+1} 0'0001 = 4$

1.51. Resuelve correctamente,

- a) $\log_2 64 = x$ b) $y = \log_3 81$ c) $\log_{1/9} \left(\frac{\sqrt[4]{3}}{3}\right) = z$ d) $x = \log_{5/3} \frac{27}{125}$
 f) $\log_3 \left(\frac{\sqrt[4]{3}}{9}\right) = w$ g) $7 = \log_t \frac{1}{2187}$ h) $\log_{2/5} m = -1$ i) $\log_{16} 0'5 = z$

1.52. Calcula los valores de "x" en los siguientes logaritmos:

- a) $\log_x 27 = 3$ b) $\log_{(x-1)} 4 = 2$ c) $\log_{2x} x^3 = 2$ d) $\log_8 (x + 1)^3 = 1$

1.53. Sabiendo que $\log_3 2 \approx 0'63$ y que $\log_3 5 \approx 1'46$, aproxima los valores siguientes mediante las propiedades de los logaritmos y sin usar la calculadora,

- a) $\log_3 10$ b) $\log_3 20$ c) $\log_3 \sqrt[5]{25}$ d) $\log_3 (4^{-1})$
 e) $\log_3 \left(\frac{5}{2}\right)$ f) $\log_3 50$ g) $\log_3 \left(\frac{2}{\sqrt[4]{5}}\right)$ h) $\log_3 \sqrt[4]{\frac{5}{8}}$

1.54. Sabiendo que $\log 2 \approx 0'3010$ y que $\log 3 \approx 0'4771$, halla aproximadamente el valor de los siguientes logaritmos sin usar la calculadora,

a) $\log 12$ b) $\log 9$ c) $\log\left(\frac{1}{4}\right)$ d) $\log\left(\frac{8}{3}\right)$

e) $\log \frac{1}{\sqrt[4]{6}}$ f) $\log\left(\frac{\sqrt[3]{4}}{3}\right)$ g) $\log\left(\frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt{3}}\right)$ h) $\log \sqrt[4]{\frac{3}{16}}$

1.55. Sabiendo que $\log_2 k = -12'3$, calcula el valor de las siguientes expresiones,

a) $\log_2 \frac{k}{8}$ b) $\log_2 \sqrt[3]{\frac{1}{k}}$ c) $\log_2 \frac{2}{\sqrt[3]{k}}$ d) $\log_2 \frac{\sqrt[5]{k^2}}{16}$

1.56. Toma logaritmos decimales en las siguientes ecuaciones y calcula el valor de la incógnita,

a) $4^x = 9$ b) $7 = 5^{x+1}$ c) $6^{x/2} = 3$ d) $4 = 3^{x^2}$
 e) $1'2^{2x-1} = 0'9$ f) $0'5 = 4'1^{1-x}$ g) $0'1^x = 7^{3x+1}$ h) $1'7^{x-1} = 2'3^{3x+2}$

1.57. Toma logaritmos decimales en las siguientes expresiones y desarrolla al máximo mediante las propiedades de los logaritmos:

a) $A = \frac{1}{y^2}$ b) $B = \frac{x^2}{y^4}$ c) $C = \frac{a^3 \cdot b^5}{c^4 \cdot d^2}$ d) $D = \frac{\sqrt{a} \cdot b^3}{c^4 \cdot \sqrt[3]{d}}$
 e) $E = \frac{x^2}{\sqrt{y}}$ f) $F = \sqrt[4]{\frac{t^3}{z^2}}$ g) $G = \frac{\sqrt[5]{x^3}}{y^4 - 1}$ h) $H = \frac{(x-1)^3}{x^2 + 4 + 4x}$
 h) $H = \frac{\sqrt{x-y}}{(y-1)^2}$ i) $I = \frac{a^2 - b^4}{(a+b^2)^2}$ j) $J = \sqrt[3]{\frac{1}{y^2 + 1 + 2y}}$ k) $K = \frac{x}{x^2 - y}$

1.58. Quita los logaritmos mediante las propiedades de los logaritmos y simplifica la expresión al máximo quedando la letra mayúscula despejada:

$$a) \log A = \log x - 2 \cdot \log y \qquad b) 2 \cdot \log B = 3 \cdot \log a + \frac{1}{2} \cdot \log b$$

$$c) \log C = \log x + 3 \cdot \log y - \frac{2}{3} \cdot \log y \qquad d) \log D = 3 \cdot \left(2 \cdot \log a - \frac{\log b}{3} \right)$$

$$e) \log E = \log(2x - 1) + \log(2x + 1) - 2 \qquad f) \log F = \log x + 1$$

$$g) \log G = 3 - 4 \cdot \log y \qquad h) \log D = \frac{\log b}{3} - 5$$

1.59. Elimina los logaritmos mediante las propiedades de los logaritmos y simplifica la expresión al máximo quedando la letra mayúscula despejada:

$$a) \log_3 A = 4 \cdot \log_3 x - \log_3 y \qquad b) \frac{3 \cdot \log_5 x}{4} - \frac{1}{2} \cdot \log_5 y = \log_5 B$$

$$c) \ln C = 2 - \frac{\ln z}{4} \qquad d) 3 + \frac{3}{5} \cdot \log_2 x = \log_2 D$$

$$e) \log_4 E + 1 = 2 \cdot \log_4 x - \frac{\log_4 y}{3} \qquad f) \frac{1}{3} \cdot \log_6 y - \frac{\log_6 x}{2} = 2 - \log_6 F$$

1.60. Elimina los logaritmos en las siguientes expresiones:

$$a) \log_2 A = 1 + \log_2 x - 3 \cdot \log_2 y - 2 \cdot \log_2 z$$

$$b) \log_5 B = \frac{1}{2} \cdot (\log_5 x - \log_5 y)$$

$$c) 2 \cdot \log C = \log x - 3$$

$$d) \log B = 2 - \log x - \frac{\log y}{3}$$

1.61. Expresa cada logaritmo como una expresión con logaritmos decimales,

$$a) \log_2 10 \qquad b) \log_5 x^2 \qquad c) \log_x(2x) \qquad d) \log_{x^2}(x)$$

G. EL NÚMERO e. LOGARITMOS NEPERIANOS

1.62. Calcula sin hacer uso de la calculadora:

a) $\ln e^3$ b) $\ln \sqrt[5]{e}$ c) $\ln \sqrt[3]{e^4}$ d) $\ln \left(\frac{1}{\sqrt[4]{e}} \right)$ e) $\ln \sqrt[4]{\frac{1}{e^3}}$

f) $\ln \left(\frac{1}{e^3} \right)$ g) $\ln \sqrt[3]{\frac{1}{e}}$ h) $\ln 1$ i) $\ln e^{-1/6}$ j) $\ln \left(\frac{1}{\sqrt[4]{e^3}} \right)$

1.63. Elimina los logaritmos en las siguientes expresiones:

a) $\ln A = \ln x - 2 \cdot \ln y + 3 \cdot \ln z$

b) $\ln B = \frac{1}{3} \cdot (\ln x + \ln y)$

c) $\ln C = \ln x + 1$

d) $\ln B = \ln x - \frac{\ln y}{4}$

1.64. Expresa cada logaritmo como una expresión con logaritmos neperianos,

a) $\log_2 e$ b) $\log e^2$ c) $\log_x(3e)$ d) $\log_{e^3}(e)$

Cambio de base en logaritmos

1.65. Cambia los siguientes logaritmos a base neperiana,

a) $\log 72$ b) $\log_3 e$ c) $\log_5 \left(\frac{1}{4} \right)$ d) $\log_5 9^{-1}$

e) $\log_6 \frac{1}{\sqrt[4]{6}}$ f) $\log_2 \sqrt[3]{4}$ g) $\log \left(\frac{1}{\sqrt[3]{e}} \right)$ h) $\log_{\sqrt{10}} \sqrt[4]{4}$

1.66. Expresa, lo más simplificada posible con logaritmos decimales,

a) $\log_2 5 - 2 \cdot \log 5$ b) $\log_5 \sqrt[3]{3} + \log_2 3$ c) $\log_4 9 + \log_6 3$

H. ECUACIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

1.67. Calcula la solución de las ecuaciones exponenciales siguientes:

a) $4^{x-2} = 64$ b) $6^{3x+1} = 36$ c) $\sqrt[3]{128} = 4^{2x}$
 d) $36^{x+1} = 6^{4x-2}$ e) $25^{1-2x} = 5^{-x}$ f) $4^{x-3} = \sqrt[4]{8^x}$

1.68. Calcula la solución de las ecuaciones exponenciales siguientes tomando logaritmos,

a) $3^{5x+1} = 34$ b) $7^{x-2} = 11$ c) $\frac{2}{e} = 4^{2x}$
 d) $\pi^{1-3x} = 27$ e) $(\sqrt{3})^{5+2x} = 8^{-x}$ f) $9^{x-3} = \sqrt[4]{2}$

1.69. Calcula la solución de las ecuaciones exponenciales siguientes:

a) $3^{x-2} + 3^{x+1} = 84$ b) $2^x + 2^{x+1} - 2^{x-1} = 5$
 c) $7^x - 2 \cdot 7^{x-2} + 7^{x-1} = 54$ g) $9^{x+1} - 2 \cdot 9^x = 7$
 h) $4^{x-1} + 4^{1-x} = 2$ i) $5^{x+2} - 3 \cdot 5^{x-1} = 127 - 5^x$
 j) $8^{2-x} + 8^x = 65$ k) $2 \cdot 9^{1-x} - 9^{x+1} = 161$

1.70. Calcula la solución de las ecuaciones exponenciales siguientes:

a) $3^{2x} - 12 \cdot 3^x + 27 = 0$ b) $6 - 7 \cdot 6^x + 6^{2x} = 0$ c) $2^{2x} - 28 \cdot 2^x + 32 = 0$
 d) $9^x + 3 - 4 \cdot 3^x = 0$ e) $7^{2x} - 8 \cdot 7^x + 7 = 0$ f) $10^{2x} - 2 \cdot 10^{x+1} + 100 = 0$
 g) $5^{2x+1} - 126 \cdot 5^x + 25 = 0$ h) $3 - 10 \cdot 3^x + 3^{2x+1} = 0$
 i) $4^x - 2^{x+1} + 1 = 0$ j) $2 \cdot 7^x - 49^x - 1 = 0$

1.71. Calcula la solución de las ecuaciones logarítmicas siguientes:

a) $\log_2 \sqrt[4]{8} = 3x$ b) $\log_7 \left(\frac{1}{49} \right) = x + 2$ c) $\log_{25} 125 = x - 1$
 d) $\log_x(9x) = 3$ e) $\log_{3x}(18x) = 2$ f) $\ln \sqrt[3]{e} = 2x$

1.72. Calcula la solución de las ecuaciones logarítmicas siguientes:

a) $\log(3x + 5) + \log(x + 5) = 3$

b) $\log_3(x + 2) + \log_3(x + 4) = 1$

c) $\frac{\log_5(x - 2)}{2} = 1$

d) $\log_3 x - 3 \cdot \log_3(x - 2) = 3 - \log_3(x + 6)$

e) $\log_2(x + 1) + 2 \cdot \log_2(x - 1) = \log_2 3$ f) $\log(x + 1) - 2 \cdot \log(x - 1) = \log(2x - 1)$

g) $\log(x - 5) - \frac{1}{2} \cdot \log(3x - 20) = \log 2$ h) $3 \cdot \ln x - 2 \cdot \ln(x - 1) = \ln 7$

i) $\log_3(2x - 3) = 4 - \log_3(x + 3)$

j) $\frac{1}{2} \cdot \log_5(x + 2) + 2 = \log_5(x + 26)$

I. SISTEMAS EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICOS

1.73. Resolver los sistemas de ecuaciones exponenciales:

LA WEB DEL
PROFE DE MATE

$\begin{cases} \frac{2^{2x-3}}{2^{3y+2}} = 2^8 \\ 3x - 2y = 17 \end{cases}$	$\begin{cases} 3^x - 2^y = 1 \\ 3^{x-1} = 2^{y-2} + 1 \end{cases}$	$\begin{cases} 5^x \cdot 25^y = 5^7 \\ 2^{x-1} \cdot 2^{y+2} = 64 \end{cases}$
---	--	--

$d) \begin{cases} 4^x + 3 \cdot 10^{y-1} = 4 \\ 4^{x+1} - 10^y = -6 \end{cases}$	$e) \begin{cases} 3^{x-4} - 4^y = -13 \\ x + y = 13 \end{cases}$	$f) \begin{cases} e^x + e^{y-1} = 2 \\ e^{x+1} + 2 \cdot e^y = 3e \end{cases}$
--	--	--

1.74. Resolver los sistemas de ecuaciones logarítmicas:

a)
$$\begin{cases} \log x - \log y = 3 \\ 2 \log x - 2 \log y = -1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} \log x + \log y = 2 \\ x - y = 20 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} \log_y(9 - x) = \frac{1}{2} \\ \log_x(y + 9) = 2 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} \log_2(3^y - 1) = x \\ 3 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^y = 6 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} \log_3 x + \log_3 y = 1 \\ x - 2y = 9 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} \log x + 3 \cdot \log y = 5 \\ \log\left(\frac{x}{y}\right) = 1 \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} 2\log x - 3\log y = 7 \\ \log x + \log y = 1 \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} 2\log x + \log y = 5 \\ \log xy = 4 \end{cases}$$

$$i) \begin{cases} \log x + 3 \cdot \log y = 5 \\ \log x - \log y = 3 \end{cases}$$

$$j) \begin{cases} \log x + \log y = 2 \\ \log x - \log y = 0 \end{cases}$$

$$k) \begin{cases} \log_2 (x - y) = 2 \\ \log_2 x - \log_2 y = 1 \end{cases}$$

$$l) \begin{cases} \log (x + y) + \log (x - y) = \log 16 \\ 2^x \cdot 2^y = 2^8 \end{cases}$$

1.75. Resolver los sistemas de ecuaciones logarítmicas:

$$\begin{cases} \log x + \log y = 2 \\ x - y = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log x + \log y = \log 2 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log x + \log y = 3 \\ 2\log x - 2\log y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_x (y - 18) = 2 \\ \log_y (x + 3) = \frac{1}{2} \end{cases}$$